

文章编号: 0253-2239(2005)03-293-4

# 扰动大气中部分相干光束的光谱特性\*

冯 涛 林 强

(浙江大学物理系光学研究所, 杭州 310027)

**摘要:** 对扰动大气中传输的部分相干光束的光谱演化特性进行了研究。利用推广的惠更斯-菲涅耳原理, 得到了扰动大气中部分相干光束的交叉光谱密度, 据此分析了在大气扰动影响下部分相干光束的频移效应以及空间相干度的变化规律。结果表明: 由于大气扰动的影响, 在光束传输过程中, 轴上光谱先是出现蓝移, 蓝移量先增大后减小, 传输足够远距离之后将出现红移, 并且光束的相干性越差, 就需要传播越远的距离才会发生红移; 而光束的空间相干度随传输距离增大到一定程度之后开始减小, 最终将趋于零。通过与自由空间中部分相干光的传输特性比较, 发现当光束的传输距离比较小时, 大气扰动效应对光谱特性的影响很小, 只有在传输距离足够远时, 大气扰动对光谱特性的影响才会明显地表现出来。

**关键词:** 物理光学; 部分相干光; 扰动大气; 光谱特性; 频移

中图分类号: O436 文献标识码: A

## Spectrum Properties of Partially Coherent Beams in Turbulent Atmosphere

Feng Tao Lin Qiang

(Optics Institute, Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract:** The spectrum properties of partially coherent beams propagating in turbulent atmosphere are studied. Basing on the extended Huygens-Fresnel principle, an analytical propagation formula for the cross-spectral density of partially coherent beams in turbulent atmosphere is derived. The degree of spatial coherence and spectral shift of partially coherent beams through turbulent atmosphere are analyzed by using the derived formula. The results show that the spectrum of the partially coherent beam on axis in turbulent atmosphere is blueshifted in the beginning, the amount of the shift firstly increases, afterwards decreases, and finally a red shift appears with the increase of propagation distance. The lower the beam coherence is, the farther propagation distance is needed when red shift appears. At first the degree of spatial coherence increases, then decreases and approaches to zero finally. Comparing with the propagation of the partially coherent beam in free space, the atmospheric turbulence has small influence on the spectrum properties of the partially coherent beam in a short distance propagation, while has a strong influence on it in a sufficient long distance propagation.

**Key words:** physical optics; partially coherent beam; turbulent atmosphere; spectrum properties; spectral shift

### 1 引 言

1986年, Wolf<sup>[1]</sup>证明了部分相干光源的频谱在传播过程中会发生变化, 频谱的移动与观察位置有关。这一现象被称为频移效应(又称为 Wolf 效应)。此后, 研究部分相干光频移现象的文献大量涌现<sup>[2~8]</sup>。研究光在随机扰动的大气中的传输具有重要的实际意义。最近的研究表明, 在一定条件下, 部

分相干光束在传输过程中受到大气扰动的影响明显小于完全相干光束受到的影响<sup>[9~12]</sup>。Ricklin等<sup>[13,14]</sup>详细研究了部分相干高斯-谢尔模(Gaussian schell-model, GSM)光束在扰动大气中的传输, 并讨论了高斯-谢尔模光束在大气光通信中的应用。

本文从推广的惠更斯-菲涅耳原理出发, 研究光在扰动大气中传输时的光谱特性, 得出了在扰动大

\* 国家自然科学基金(10334050)资助课题。

作者简介: 冯涛(1979~), 男, 浙江大学物理系光学研究所硕士研究生, 主要从事部分相干光的传输和散射问题的研究。  
E-mail: tfeng@mail.siom.ac.cn.

收稿日期: 2004-04-30; 收到修改稿日期: 2004-06-22

气中传输的高斯-谢尔模光束的交叉光谱密度的一般表达式。利用得出的公式详细讨论了高斯-谢尔模光束频谱的演化规律,给出了空间相干度和相对频移随传输距离的变化特征。所得结果与自由空间中的传输情况作了比较。

## 2 扰动大气中的交叉光谱密度

考虑一个位于  $z = 0$  平面处的部分相干高斯-谢尔模光源,光束沿  $z$  轴正向传播。源平面处的交叉光谱密度可以表示为<sup>[8]</sup>

$$W(\rho_1, \rho_2, 0; \nu) = S(0; \nu) \exp\left[-\frac{(\rho_1 + \rho_2)^2 + M^4(\rho_1 - \rho_2)^2}{2w_0^2}\right], \quad (1)$$

其中  $S(0; \nu)$  是与位置无关的初始光谱分布,  $\rho_1$  和  $\rho_2$  是源平面上的两个横向位置矢量,  $w_0$  是光腰尺寸,  $M^4$  是光束质量因子的平方。对于高斯-谢尔模光束,质量因子是

$$M^2 = (1 + w_0^2/\sigma_\mu^2)^{1/2}, \quad (2)$$

式中  $\sigma_\mu$  表示光束的横向相干宽度。

假设高斯-谢尔模光束在扰动大气中传输,根据推广的惠更斯-菲涅耳原理<sup>[13]</sup>,光束的交叉光谱密度可以表示成

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z; \nu) = \left(\frac{\nu}{cz}\right)^2 \iint d^2\rho_1 \iint d^2\rho_2 W(\rho_1, \rho_2, 0; \nu) \exp\left[ik \frac{(\mathbf{r}_1 - \rho_1)^2 - (\mathbf{r}_2 - \rho_2)^2}{2z}\right] \times \langle \exp[\psi(\rho_1, \mathbf{r}_1) + \psi^*(\rho_2, \mathbf{r}_2)] \rangle. \quad (3)$$

式中  $c$  是真空中光速,  $k = 2\pi\nu/c$  表示波数,  $\psi(\rho, \mathbf{r})$  代表大气扰动对光束传输的影响。在均匀扰动的情况下,上式中的系综平均有下列近似形式<sup>[13]</sup>:

$$\langle \exp[\psi(\rho_1, \mathbf{r}_1) + \psi^*(\rho_2, \mathbf{r}_2)] \rangle \approx \exp\left[-\frac{1}{\rho_0^2}(\rho_d^2 + \rho_d \cdot \mathbf{r}_d + r_d^2)\right], \quad (4)$$

其中  $\mathbf{r}_d = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ ,  $\rho_d = \rho_1 - \rho_2$ ,  $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$  表示扰动介质中传输的球面波相干长度,  $C_n^2$  是折射率结构常量。

将(1)式和(4)式代入(3)式中,得到扰动大气中高斯-谢尔模光束交叉光谱密度的传输公式为

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z; \nu) = S(0; \nu) \frac{w_0^2}{w^2(z)} \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)^2}{2w^2(z)}\right] \times \exp\left[-(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 \left(\frac{1}{\rho_0^2} + \frac{1}{2w_0^2 z^2}\right) + \frac{i(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{w_0^2 z^2}\right] \times \exp\left[-\frac{(i\phi)^2(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2w^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{i\phi(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)}{w^2(z)}\right], \quad (5)$$

其中  $z = 2z/(kw_0^2)$ , 可理解为归一化传输距离;

$\phi = \frac{1}{z} - z \frac{w_0^2}{\rho_0^2}$ ;  $w(z)$  表示光束的光斑半径,其表达式为

$$w(z) = w_0 [1 + (M^4 + 2w_0^2/\rho_0^2)z^2]^{1/2}. \quad (6)$$

(5)式是本文的重要结果,下一部分我们将利用它分析大气扰动对高斯-谢尔模光束频谱的影响。从(6)式还可以看出,在没有扰动的情况下( $\rho_0 \rightarrow \infty$ ), (6)式就退化为自由空间中高斯-谢尔模光束的光斑半径;若没有扰动且  $M^2 = 1$ ,就退化为高斯光束在自由空间中传输的情况。

## 3 轴上的频谱变化特征

在(5)式中令  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$ ,就得到光谱密度分布

$$S(\mathbf{r}, z; \nu) = W(\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}, z; \nu) =$$

$$S(0; \nu) \frac{w_0^2}{w^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right]. \quad (7)$$

引入局部传递函数  $\gamma(\mathbf{r}, z; \nu)$ <sup>[8]</sup>:

$$\gamma(\mathbf{r}, z; \nu) = \frac{w_0^2}{w^2(z)} \exp\left[-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right]. \quad (8)$$

这样(7)式就可以写成

$$S(\mathbf{r}, z; \nu) = S(0, \nu) \gamma(\mathbf{r}, z; \nu), \quad (9)$$

显然,传递函数  $\gamma(\mathbf{r}, z; \nu)$  就反映了光束频谱的演化特征。

为了计算简单,我们考虑轴上(即  $\mathbf{r} = 0$ )的频谱变化。图1给出了在  $z = 1$  km 和  $z = 1000$  km 处传递函数  $\gamma(0, z; \nu)$  随频率  $\nu$  的变化情况。在计算中使用的参量为:  $w_0 = 1$  cm,  $c = 3 \times 10^8$  m/s,  $C_n^2 =$

$10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 。从图 1 中可以看出,在  $z = 1 \text{ km}$  处,  $\gamma$  随频率的增加而增加,使得光束频谱的高频成分获得较大的通过率,从而出现蓝移;随着传输距离的增

加,在  $z = 1000 \text{ km}$  处,则是低频成分的  $\gamma$  值更大,因而有可能发生红移。下面的分析将证实这一点。

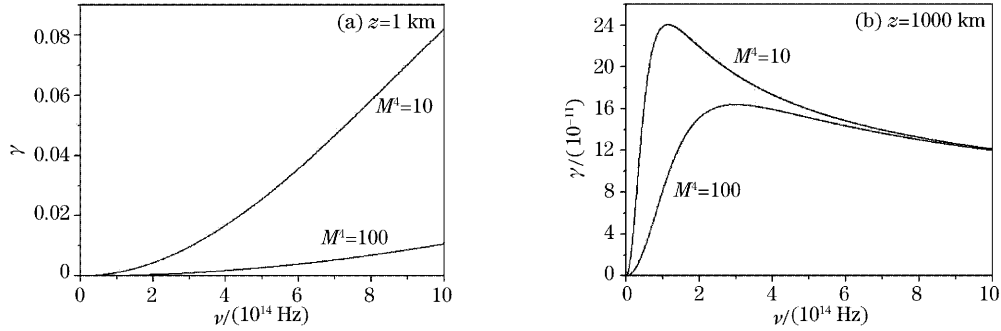


图 1 在不同的传输距离处,轴上的传递函数  $\gamma(0, z; \nu)$  随频率  $\nu$  的变化

Fig. 1 On-axis local transfer function  $\gamma(0, z; \nu)$  as a function of frequency  $\nu$  at different propagation distance  $z$

假设初始光谱分布为高斯型,即

$$S(0; \nu) = \exp\left[-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{\delta^2}\right], \quad (10)$$

在下面的计算中,取  $\nu_0 = 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $\delta = 0.06\nu_0$ 。

考虑轴上的光谱分布对频率的偏导,由(9)式有

$$\frac{\partial S(0, z; \nu)}{\partial \nu} = \frac{\partial S(0; \nu)}{\partial \nu} \gamma(0, z; \nu) + S(0; \nu) \frac{\partial \gamma(0, z; \nu)}{\partial \nu}. \quad (11)$$

由于初始光谱分布  $S(0; \nu)$  在  $\nu = \nu_0$  处取得最大值,故

$$\left. \frac{\partial S(0; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=\nu_0} = 0, \quad (12)$$

由此得到

$$\left. \frac{\partial S(0, z; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=\nu_0} = S(0; \nu_0) \left. \frac{\partial \gamma(0, z; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=\nu_0}. \quad (13)$$

显然,当  $\left. \frac{\partial \gamma(0, z; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=\nu_0} > 0$  时,  $S(0, z; \nu)$  在  $\nu = \nu_0$  处

为增函数,此时发生蓝移;当  $\left. \frac{\partial \gamma(0, z; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=\nu_0} < 0$  时,

$S(0, z; \nu)$  在  $\nu = \nu_0$  处为减函数,此时发生红移;特别当

$\left. \frac{\partial \gamma(0, z; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=\nu_0} = 0$  时,此时不发生频移,相应的传输

距离为

$$z_0 = \left[ \frac{5M^4 c^{12/5}}{2w_0^2 \nu_0^{12/5} (2.2C_n^2 \pi^2)^{6/5}} \right]^{5/6}, \quad (14)$$

我们称之为零频移距离。当  $z < z_0$  时,光束频谱发生蓝移;  $z > z_0$  时则发生红移。图 2 给出了  $z_0$  随光束质量因子的变化情况。可以看出,光束的相干性越差,就需要传播越远的距离才会发生红移。

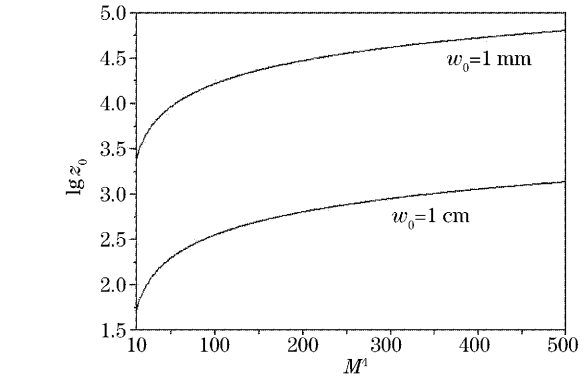


图 2 轴上的零频移距离  $z_0$  (单位: km) 随光束质量因子平方的变化

Fig. 2 On-axis no-shift distance  $z_0$  (unit: km) versus the square of the beam quality factor

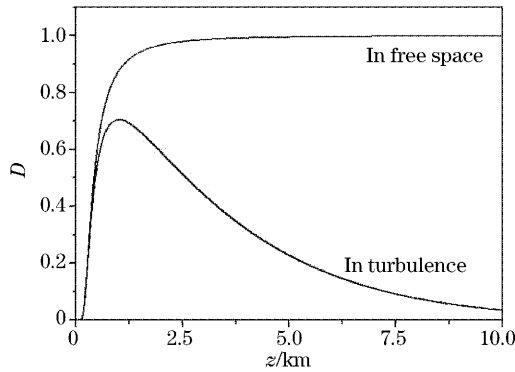
#### 4 空间相干度和相对频移

为了得到扰动大气中高斯-谢尔模光束的相干特性,我们来考察空间相干度的变化特征。空间相干度定义如下:

$$D = \frac{W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, z; \nu)}{[W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, z; \nu)W(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2, z; \nu)]^{1/2}}. \quad (15)$$

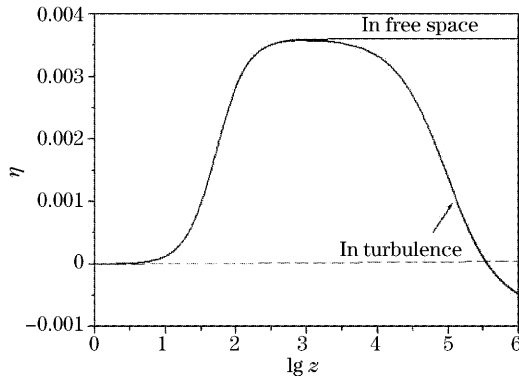
图 3 给出了自由空间和扰动大气中空间相干度的变化曲线。计算中所取参量为:  $\mathbf{r}_1 = (0.5, 0) \text{ cm}$ ,  $\mathbf{r}_2 = (-0.5, 0) \text{ cm}$ ,  $M^2 = 100$ , 其余参量取值与图 1 中的相同。从图 3 中可以看出,在传输距离比较小的时候,两种传输介质中相干度的变化趋势基本吻合;当光束传输到足够远时,自由空间中的相干度将趋于 1,而扰动大气中的相干度则开始减小,最终将趋于零。

下面我们来分析光束传输过程中的相对频移量。假设光束在扰动大气中传输一段距离之后,轴上光谱分布的中心频率为  $\nu_m$ ,则相对频移量可以表示成

图 3 空间相干度随传输距离  $z$  的变化Fig. 3 Evolution of the degree of spatial coherence versus propagation distance  $z$ 

$$\eta = (\nu_m - \nu_0) / \nu_0. \quad (16)$$

轴上的相对频移随传输距离的变化曲线如图 4 所示,参量取值与图 1 中相同,光束质量因子平方  $M^2 = 100$ 。与自由空间中的情况相比,当光束在扰动大气中传输的足够远时,蓝移不再保持恒定不变,反而开始减小,最后会出现红移。

图 4 轴上相对频移随传输距离  $z$ (单位:m)的变化Fig. 4 Evolution of on-axis relative frequency shift versus propagation distance  $z$  (unit: m)

从以上的结果可以看出,只有在光束传输足够远的距离后,大气扰动对光谱特性的影响才会明显地表现出来。这是因为由(4)式可以看出,大气扰动对光束的影响由  $\rho_0$  决定。当  $\rho_0 \rightarrow \infty$  时,相当于在自由空间的情况; $\rho_0$  是传输距离  $z$  的函数,并随着  $z$  的增大而减小。随着  $\rho_0$  的不断减小,大气扰动对光束的影响越来越显著。因此只有在传输距离足够远的时候,扰动效应才会明显地表现出来。

## 5 结 论

本文研究了大气扰动对高斯-谢尔模光束的光谱特性的影响,并与自由空间中高斯-谢尔模光束的传输做了比较。研究表明,在大气扰动的影响下,高斯-谢尔模光束的频谱演化特性和空间相干度与自由空间中的情况不同,但只有在光束传输足够远的距离后,这种区别才会明显地表现出来。

## 参 考 文 献

- 1 Wolf E. Non-cosmological redshifts of spectral lines[J]. *Nature*, 1987, **326**(6111): 363~365
- 2 Dacic Z, Wolf E. Changes in the spectrum of partially coherent light beam propagating in free space[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5**(7): 1118~1126
- 3 Gamliel A. Mode analysis of spectral changes in light propagation from sources of any state of coherence[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(9): 1591~1597
- 4 Kandpal H C, Vaishya J S, Joshi K C. Wolf shift and its application in spectroradiometry [J]. *Opt. Commun.*, 1989, **73**(3): 169~172
- 5 Cai Yangjian, Lin Qiang. Spectral shift of partially coherent twisted anisotropic Gaussian Schell-model beams in free space[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **204**(1~6): 17~23
- 6 Cai Yangjian, Lin Qiang, Ge Di. Propagation of partially coherent twisted anisotropic Gaussian Schell-model beams in dispersive and absorbing media [J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(10): 2036~2042
- 7 Pan Liuzhan, Lü Baida. Spectral shifts and spectral switches in Young's experiment at the far zone[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 707~711 (in Chinese)  
潘留石,吕百达. 杨氏实验远场的光谱位移和光谱开关[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6): 707~711
- 8 Palma C, Cincotti G. Spatial behavior of the Wolf effect in free propagation for Gaussian Schell-model beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(8): 1885~1889
- 9 Salem M, Shirai T, Dogariu A *et al.*. Long-distance propagation of partially coherent beams through atmospheric turbulence[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **216**(4~6): 261~265
- 10 Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Directionality of Gaussian Schell-model beams propagating in atmospheric turbulence [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 610~612
- 11 Dogariu A, Amarande S. Propagation of partially coherent beams: turbulence-induced degradation [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(1): 10~12
- 12 Gbur G, Wolf E. Spreading of partially coherent beams in random media[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(8): 1592~1598
- 13 Ricklin J C, Davidson F M. Atmospheric turbulence effects on a partially coherent Gaussian beam: implications for free-space laser communication[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(9): 1794~1802
- 14 Ricklin J C, Davidson F M. Atmospheric optical communication with a Gaussian Schell beam[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2003, **20**(5): 856~866