

文章编号: 0253-2239(2005)12-1697-5

三能级原子与奇偶纠缠相干光作用的光场压缩

方曙东^{1,2} 曹卓良^{1,2}

(¹ 池州师范专科学校物理系, 池州 247000)
(² 安徽大学物理与材料科学学院, 合肥 230039)

摘要: 采用求解薛定谔方程和数值计算方法, 研究了 V 型三能级原子与双模奇偶纠缠相干光场相互作用过程中的光场压缩效应, 讨论了压缩效应与双模奇偶纠缠相干光场的纠缠程度、系统失谐量、双模光场的平均光子数和原子基态概率幅的依赖关系。结果表明: 光场压缩效应与双模奇偶纠缠相干光场的纠缠程度、失谐量、平均光子数和原子初态相关联; 双模纠缠相干光场处于非纠缠状态时的光场压缩量比光场处于纠缠状态时要大; 原子处在单纯的基态或激发态时光场都有明显的压缩现象出现; 而原子初态中基态和激发态的概率幅较接近时无光场压缩现象; 无论光场是否处于纠缠态, 只有两模平均光子数接近时, 光场才会出现压缩效应。

关键词: 量子光学; 双模奇偶纠缠相干光场; V 型三能级原子; 光场压缩

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

Light Squeezing of the System of the Two-Mode Odd-Even Entangled Coherent States Field Interacting with a Three-Level Atom

Fang Shudong^{1,2} Cao Zhuoliang^{1,2}

(¹ Department of Physics, Chizhou Teacher's College, Chizhou 247000)
(² School of Physics and Material Science, Anhui University, Hefei 230039)

Abstract: By means of solving Schrödinger equation and numerical calculations, the light squeezing effects in the system of the two-mode odd-even entangled coherent optical field interacting with a V-type three-level atom discussed. The results indicate that the light squeezing effects depend on the degree of entanglement of the two-mode odd-even entangled coherent optical fields, the detuning, the mean photon numbers and the atomic initial state. If the two-mode entangled coherent optical field is in unentangled states, its squeezing value is larger than that of the two-mode entangled coherent optical field in entangled states. When the atom is prepared in ground state or excited state initially, there appear obvious squeezing effects for the coherent optical field. On the contrary, if the initial state atom is prepared in ground state and excited state with adjacent amplitude, the squeezing effects in the system of the two-mode odd-even entangled coherent optical field will vanish. Whenever the optical fields are in entangled states or not, the squeezing effects will appear with two coherent states having the same mean photon number.

Key words: quantum optics; the two-mode odd-even entangled coherent optical field; a V-type three-level atom; light squeezing

1 引言

光场的压缩效应, 反映了光场的一类非经典特性, 且在光通信、高精度干涉测量以及弱信号检测等方面具有十分重要的应用价值, 一直受到人们的关注^[1,2]。光与里德伯(Rydberg)原子相互作用的实验研究揭示了辐射场与物质相互作用的许多量子特性, 如原子粒子数布居的崩塌回复、原子辐射谱及其在真空场中的拉比(Rabi)分裂等非经典现象^[3~5],

对这些重要特性的研究, 有力地推进了量子光学的发展。人们利用 Jaynes-Cummings 模型对光场与原子相互作用系统的许多非经典量子特性作了深入的理论研究, 并作了多种形式的推广^[6~9], 但这些大多是建立在初始原子处在纯态而非纠缠态的假设。量子纠缠现象首先被 Einstein, Podolsky, Rosen (EPR)^[10] 和薛定谔注意到, 是量子力学不同于经典物理最奇特、最不可思议的特征。

作者简介: 方曙东(1966~), 男, 安徽省池州师范专科学校物理系副教授, 主要从事理论物理教学和量子光学方面的研究。E-mail: shudongfang@yahoo.com

收稿日期: 2004-12-23; 收到修改稿日期: 2005-05-23

量子信息学中,纠缠态同样十分重要,它在量子态传输、保密编码、密钥分配、量子计算加速、量子纠错等方面起关键作用,因此,纠缠光与原子相互作用所呈现的非经典特性尤具理论和应用价值。随着腔量子电动力学技术在量子信息科学中的广泛应用,如利用量子电动力学技术制备纠缠态、隐形传送量子态、实现量子逻辑门、普适量子克隆等,因而我们有必要对腔束缚纠缠态原子的非经典量子特性进行研究。近几年,人们研究了偶极共振作用下腔束缚 Bell 态原子的辐射谱、纠缠态两个全同原子体系的自发辐射谱与纠缠度以及相对相位之间的关系和纠缠原子的对操纵对腔内光场压缩特性的影响^[11~16]。本文研究了双模奇偶纠缠相干光场与 V 型三能级原子相互作用的光场压缩效应。

2 模型及理论计算

考虑如图 1 所示的双模奇偶纠缠相干光场与一个 V 型三能级原子相互作用的系统,在旋波近似下,双模奇偶纠缠相干光场与 V 型三能级原子相互作用系统的哈密顿算符 H 为(设 $\hbar=1$)^[17]

$$H = H_0 + V, \quad (1)$$

$$H_0 = \sum_{i=1}^2 \nu_i a_i^\dagger a_i + \sum_{j=a,b,c} \omega_j c_j^\dagger c_j, \quad (2)$$

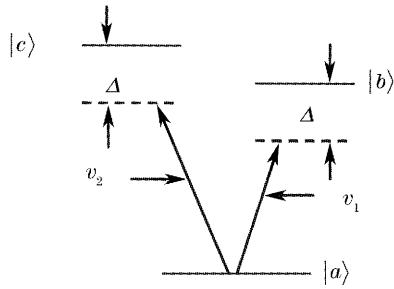


图 1 V 型三能级原子与双模光场相互作用
Fig. 1 The system of a V-type three-level atom interacting with the two-mode field

$$V = g_1 (a_1 c_b^\dagger c_a + a_1^\dagger c_a^\dagger c_b) + \\ g_2 (a_2 c_c^\dagger c_a + a_2^\dagger c_a^\dagger c_c), \quad (3)$$

式中 a_i^\dagger, a_i 分别表示频率为 ν_i 的光子产生和湮没算符, g_1, g_2 分是光场与原子相互作用的耦合常量, ω_j 为原子第 j 能级的本征频率, c_j^\dagger, c_j 分别为原子第 j 能级的费米产生、湮没算符。在光场与原子相互作用过程中能量守恒,所以,湮没一个光子,原子从低能级向高能级跃迁;产生一个光子,原子从高能级向低能级跃迁。光模 1 的频率与 a 和 b 的能级的跃迁频率相近,发生近共振作用;光模 2 的频率与 a 和 c 的能级的跃迁频率相近,发生近共振作用。通过幺正变换可得到相互作用绘景中相互作用哈密顿量

$$V^1 = g_1 [a_1 c_b^\dagger c_a \exp(i\Delta t) + a_1^\dagger c_a^\dagger c_b \exp(-i\Delta t)] + \\ g_2 [a_2 c_c^\dagger c_a \exp(i\Delta t) + a_2^\dagger c_a^\dagger c_c \exp(-i\Delta t)], \quad (4)$$

式中失谐量 Δ 为

$$\Delta = \omega_b - \omega_a - \nu_1 = \omega_c - \omega_a - \nu_2, \quad (5)$$

在相互作用绘景下,设任意时刻 t 系统的态矢为

$$|\Psi_1(t)\rangle = \sum_{n_1, n_2=1}^{\infty} [a_{n_1, n_2}(t)|a, n_1, n_2\rangle + \\ b_{n_1-1, n_2}(t)|b, n_1-1, n_2\rangle + \\ c_{n_1, n_2-1}(t)|c, n_1, n_2-1\rangle], \quad (6)$$

式中 $|a, n_1, n_2\rangle$, $|b, n_1-1, n_2\rangle$ 和 $|c, n_1, n_2-1\rangle$ 分别是光和原子相互作用系统可能出现的三种状态,如果系统初始态为 $|a, n_1, n_2\rangle$,与光模 1 相互作用得出 $|b, n_1-1, n_2\rangle$ 态,与光模 2 相互作用得出 $|c, n_1, n_2-1\rangle$ 态。并设初始时刻,原子处于如下的相干叠加态:

$$|\Psi_A(0)\rangle = \cos \theta |a\rangle + \sin \theta \exp(-i\varphi) |c\rangle, \quad (7)$$

光场处于任意态:

$$|\Psi_F(0)\rangle = \sum_{n_1, n_2=0}^{\infty} F_{n_1, n_2} |n_1, n_2\rangle, \quad (8)$$

式中 F_{n_1, n_2} 为描述与光场特性有关的表达式, n_1, n_2 分别是双模光场的平均光子数。根据相互作用绘景下态矢运动方程,可解得式中的有关系数分别为

$$a_{n_1, n_2} = \Lambda \left\{ \exp \left[-i \left(\frac{\Delta}{2} + \beta \right) \tau \right] - \exp \left[-i \left(\frac{\Delta}{2} - \beta \right) \tau \right] \right\} + \cos \theta F_{n_1, n_2} \exp \left[-i \left(\frac{\Delta}{2} - \beta \right) \tau \right], \quad (9a)$$

$$b_{n_1-1, n_2} = g_1 \sqrt{n_1} \left\{ \Lambda \left[\frac{e^{i(\Delta/2+\beta)t} - 1}{\Delta/2 + \beta} - \frac{e^{i(\Delta/2-\beta)t} - 1}{\Delta/2 - \beta} \right] - \frac{\cos \theta F_{n_1, n_2} [e^{i(\Delta/2+\beta)t} - 1]}{\Delta/2 + \beta} \right\}, \quad (9b)$$

$$c_{n_1, n_2-1} = g_2 \sqrt{n_2} \left\{ \Lambda \left[\frac{e^{i(\Delta/2+\beta)t} - 1}{\Delta/2 + \beta} - \frac{e^{i(\Delta/2-\beta)t} - 1}{\Delta/2 - \beta} \right] - \frac{\cos \theta F_{n_1, n_2} [e^{i(\Delta/2+\beta)t} - 1]}{\Delta/2 + \beta} \right\} + \sin \theta e^{-i\varphi} F_{n_1, n_2-1}, \quad (9c)$$

其中

$$\Lambda = \frac{1}{2\beta} [g_2 \sqrt{n_2} F_{n_1, n_2-1} \sin \theta \exp(-i\varphi) - (\Delta/2 - \beta) \cos \theta F_{n_1, n_2}], \quad (10a)$$

$$\beta = \sqrt{g_1^2 n_1 + g_2^2 n_2 + (\Delta/2)^2}, \quad (10b)$$

这里, β 是与原子拉比频率有关的参量。

3 光场的压缩性质

为了分析光场压缩效应, 定义光场两正交分量算符:

$$U_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}(a_1 + a_1^+ + a_2 + a_2^+), \quad (11)$$

$$U_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}i}(a_1 - a_1^+ + a_2 - a_2^+), \quad (12)$$

则有

$$[U_1, U_2] = i/2, \quad (13)$$

$$\langle (\Delta U_1)^2 \rangle \langle (\Delta U_2)^2 \rangle \geq 1/16, \quad (14)$$

上式中:

$$\langle (\Delta U_i)^2 \rangle = \langle U_i^2 \rangle - \langle U_i \rangle^2, (i=1,2) \quad (15)$$

若光场两正交分量算符的任一分量 U_i 的量子涨落满足

$$Q_i = \langle (\Delta U_i)^2 \rangle - 1/4 \leq 0, (i=1,2) \quad (16)$$

则双模光场的第 i 个正交分量的量子噪音被压缩。

(16)式即为光场的压缩条件。

利用(6)式可算出下列算符的平均值:

$$\langle a_1 \rangle = \sum (\sqrt{n_1} a_{n_1, n_2} a_{n_1-1, n_2}^* + \sqrt{n_1-1} b_{n_1-1, n_2} b_{n_1-2, n_2}^* + \sqrt{n_1} c_{n_1, n_2-1} c_{n_1-1, n_2-1}^*), \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} \langle a_1^2 \rangle = & \sum [\sqrt{n_1(n_1-1)} a_{n_1, n_2} a_{n_1-2, n_2}^* + \sqrt{(n_1-1)(n_1-2)} b_{n_1-1, n_2} b_{n_1-3, n_2}^* + \\ & \sqrt{n_1(n_1-1)} c_{n_1, n_2-1} c_{n_1-2, n_2-1}^*], \end{aligned} \quad (17b)$$

$$\langle a_1^+ a_1 \rangle = \sum (n_1 |a_{n_1, n_2}|^2 + (n_1-1)|b_{n_1-1, n_2}|^2 + n_1 |c_{n_1, n_2-1}|^2), \quad (17c)$$

$$\langle a_2 \rangle = \sum (\sqrt{n_2} a_{n_1, n_2} a_{n_1, n_2-1}^* + \sqrt{n_2} b_{n_1-1, n_2} b_{n_1-1, n_2-1}^* + \sqrt{n_2-1} c_{n_1, n_2-1} c_{n_1, n_2-2}^*), \quad (17d)$$

$$\begin{aligned} \langle a_2^2 \rangle = & \sum [\sqrt{n_2(n_2-1)} a_{n_1, n_2} a_{n_1, n_2-2}^* + \sqrt{n_2(n_2-1)} b_{n_1-1, n_2} b_{n_1-1, n_2-2}^* + \\ & \sqrt{(n_2-1)(n_2-2)} c_{n_1, n_2-1} c_{n_1, n_2-3}^*], \end{aligned} \quad (17e)$$

$$\langle a_2^+ a_2 \rangle = \sum (n_2 |a_{n_1, n_2}|^2 + n_2 |b_{n_1-1, n_2}|^2 + (n_2-1) |c_{n_1, n_2-1}|^2), \quad (17f)$$

$$\begin{aligned} \langle a_1 a_2 \rangle = & \sum [\sqrt{n_1 n_2} a_{n_1, n_2} a_{n_1-1, n_2-1}^* + \sqrt{(n_1-1)n_2} b_{n_1-1, n_2} b_{n_1-2, n_2-1}^* + \\ & \sqrt{n_1(n_2-1)} c_{n_1, n_2-1} c_{n_1-1, n_2-2}^*], \end{aligned} \quad (17g)$$

$$\begin{aligned} \langle a_1^+ a_2 \rangle = & \sum [\sqrt{n_2(n_1+1)} a_{n_1, n_2} a_{n_1+1, n_2-1}^* + \sqrt{n_1 n_2} b_{n_1-1, n_2} b_{n_1, n_2-1}^* + \\ & \sqrt{(n_1+1)(n_2-1)} c_{n_1, n_2-1} c_{n_1+1, n_2-2}^*], \end{aligned} \quad (17h)$$

用(9)式、(10)式、(17)式便可判断光场压缩条件(16)式是否成立。假设初始时光场为双模奇偶纠缠相干光场, 即

$$|\Psi_F(0)\rangle = A |\alpha_1\rangle_e |\alpha_2\rangle_o + B |\alpha_1\rangle_o |\alpha_2\rangle_e, \quad (18)$$

式中 $A^2 + B^2 = 1$, $A \in [1, 0]$, A, B 为描述双模奇偶纠缠相干光场纠缠程度的参量。相应有

$$\begin{aligned} F_{n_1, n_2} = & \{A(\cosh |\alpha_1|^2 \cdot \sinh |\alpha_2|^2)^{-1/2} [\alpha_1^{n_1} + (-\alpha_1)^{n_1}] [\alpha_2^{n_2} - (-\alpha_2)^{n_2}] + \\ & B(\sinh |\alpha_1|^2 \cdot \cosh |\alpha_2|^2)^{-1/2} [\alpha_1^{n_1} - (-\alpha_1)^{n_1}] [\alpha_2^{n_2} + (-\alpha_2)^{n_2}]\} / (4 \sqrt{n_1! n_2!}), \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $\alpha_1 = n \exp(i\phi_1)$, $\alpha_2 = m \exp(i\phi_2)$, n, m 分别为双模光场的平均光子数的平方根, ϕ_1, ϕ_2 分别为双模光场的相位因子(上式中已设 $\phi_1, \phi_2 = 0$)。下面分别用数值计算的方法分析 Q_2 随参量变化的规律。为简单起见, 设 $g_1 = g_2 = 1$ 。

图 2(a)为双模奇偶纠缠相干光场处于非纠缠 ($A=1, B=0$)状态、原子处于基态($\theta=0$)、双模光场的平均光子数的平方根($n=m=1$)、光场与原子发生共振作用($\Delta=0$)时, Q_2 随时间演化的曲线, 数值

计算表明: 在相互作用初期, 光场无压缩, 随着作用时间的增加, 光场出现压缩现象, 但没有出现周期性的压缩; 达到一定的时间后, 光场压缩出现极值, 继续相互作用, 压缩量减少, 直至消失。在光场处于纠缠态, 增加光场纠缠度, Q_2 曲线上移, 出现压缩部分的时间显著缩短, 当纠缠度增加到一定量之后, 不再出现压缩现象, 如图 2(b)、图 2(c)所示。当系统的失谐量 Δ 较小时, 光场才会出现压缩效应[图 2(c)、图 2(d)], 增加 Δ , Q_2 曲线上移并出现振荡, 但压缩

现象随之消失。保持场模 1 的光子数不变($n=1$)减小场模 2 的光子数(m),能使光场压缩出现的时间延迟,但压缩极值变大;少量增加场模 2 的光子数,其效果正好相反;但继续增大 m ,会使得 Q_2 曲线上移,压缩减少,甚至消失,如图 2(e)、图 2(f)所示。

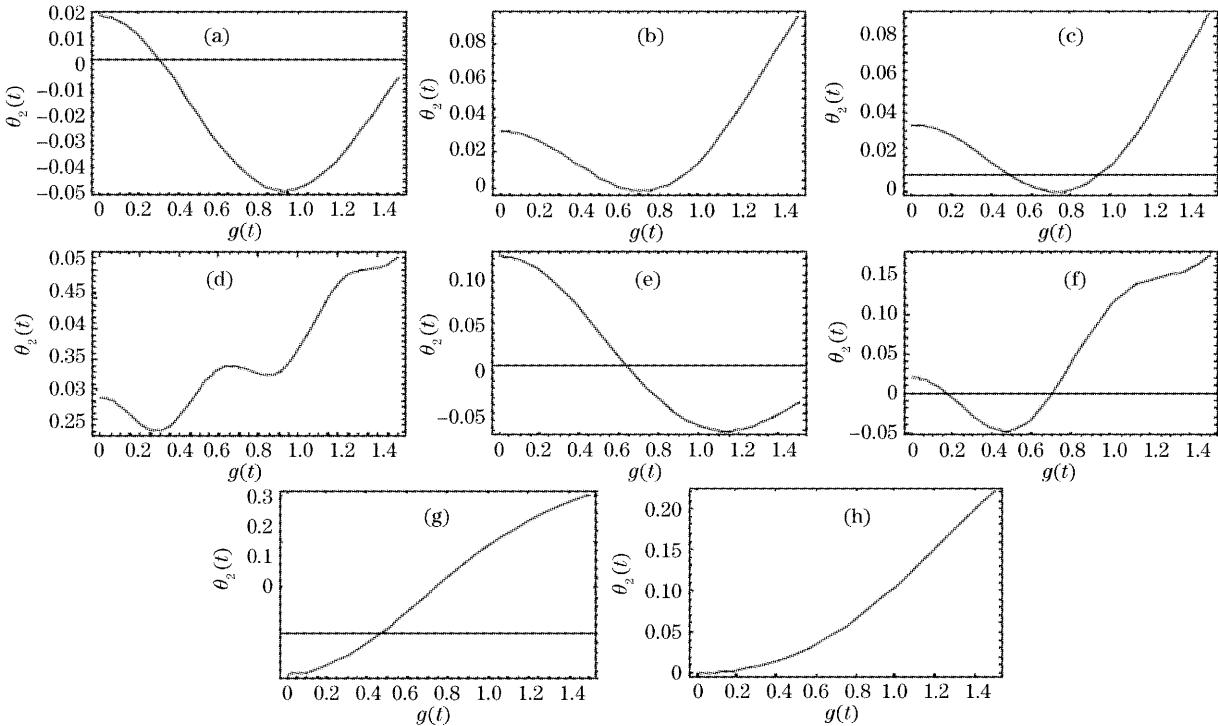


图 2 光场压缩量 Q_2 随时间 T 的演化。

Fig. 2 Evolution of Q_2 as function of time

- (a) $n=m=1, A=1, B=0, \Delta=0, \theta=0$, (b) $n=m=1, A=0.924, B=0.382, \Delta=0, \theta=0$, (c) $n=m=1, A=0.96, B=0.28, \Delta=1, \theta=0$, (d) $n=m=1, A=0.96, B=0.28, \Delta=10, \theta=0$, (e) $n=1, m=0.5, A=1, B=0, \Delta=0, \theta=0$, (f) $n=1, m=2.3, A=1, B=0, \Delta=0, \theta=0$, (g) $n=m=1, A=0.96, B=0.28, \Delta=0, \theta=\pi/2$, (h) $n=m=1, A=0.96, B=0.28, \Delta=0, \theta=\pi/6$

从以上的分析可以看出:在其他参量相同时,双模纠缠相干光场处于非纠缠状态时的光场压缩量比光场处于纠缠状态时要大,在纠缠状态时,纠缠度越大,光场压缩量越小甚至压缩消失;原子的初态对光场压缩有强烈的影响,原子处在单纯的基态和激发态光场都有明显的压缩现象出现,而原子初态中基态和激发态的概率幅较接近时无光场压缩现象;无论双模纠缠相干光场处于非纠缠状态还是纠缠状态下,当 n 取定后, m 只有在 n 值附近不太大的范围取值时,光场才会出现压缩效应;系统的失谐量 Δ 仅在从零开始的较小范围内光场才可能出现压缩效应。

4 结 论

由上可知,双模奇偶纠缠相干光场与 V 型三能

原子初态时基态的概率幅($\cos^2\theta$)对压缩量随时间的演化曲线也有显著影响[图 2(g)、图 2(h)]:当 $\cos^2\theta$ 的值较小(接近 0)或较大(接近 1)时,光场均有压缩出现,当 θ 在其变化范围的中间取值时,光场无压缩出现。

级原子相互作用系统的光场压缩效应情况相当复杂,整个系统的各项参量都对光场的压缩效应产生显著影响,影响它们相互作用的参量也需要设置得更多。光场压缩效应不仅与双模奇偶相干光场的纠缠程度有关,而且与原子基本概率幅以及光场的失谐量、平均光子数有关。

参 考 文 献

- 1 Lingan Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall *et al.*. Generation of squeezed state by parametric down conversion[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, 57(20): 2520~2523
- 2 Liu Shibing. Squeezing of the radiation field in a cavity with mixed state atomic system[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, 14(3): 248~252 (in Chinese)
- 刘世炳. 腔内混合态原子系统中辐射场的压缩效应[J]. 光学学报, 1994, 14(3): 248~252
- 3 Huang Chunjia, Zhou Ming, Li Jiangfan *et al.*. Quantum properties of light in the system of two mode squeezing vacuum

- field interacting with two coupling atoms [J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(11): 2159~2164 (in Chinese)
黄春佳,周明,厉江帆等. 双模压缩真空中与耦合双原子相互作用系统中光场的量子特性[J]. 物理学报, 2000, **49**(11): 2159~2164
- 4 Guo Hong, Peng Jinsheng. The relations of atomic dipole squeezing and two-mode radiation field squeezing in a generalized two-mode Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(2): 135~140 (in Chinese)
郭红,彭金生. 双模 Jaynes-Cummings 模型中原子偶极压缩与双模光场压缩间的关联[J]. 光学学报, 1998, **18**(2): 135~140
- 5 Peng Zhou, Jinsheng Peng. Dipole squeezing in the two-photon Jaynes-Cummings model with superposition state preparation[J]. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **44**(5): 3331~3335
- 6 B. C. Sanders. The entangled coherent states[J]. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(9): 6811~6815
- 7 Peng Jinsheng, Li Gaoxiang. *Introduction of Modern Quantum Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1996. 185 ~ 193 (in Chinese)
彭金生,李高翔. 近代量子光学导论[M]. 北京: 科学出版社, 1996. 6811~6815
- 8 Cao Zhuoliang, Guo Guangcan. Emission spectrum of a Λ -type three-level atom[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(8): 1405~1409 (in Chinese)
曹卓良,郭光灿. Λ -型三能级单原子的辐射谱[J]. 光学学报, 1998, **18**(8): 1405~1409
- 9 Xu Jingping, Yang Yaping. Time dependent atom field coupling Jaynes-Cummings model under an initial squeezed state[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1577~1580
许静平,羊亚平. 压缩态初始光场下变耦合系数的 Jaynes-Cummings 模型[J]. 光学学报, 2004, **24**(11): 1577~1580 (in Chinese)
- 10 A. Einstein, B. Podolsky, N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete[J]. *Phys. Rev.*, 1935, **47**(10): 777~780
- 11 Shibiao Zheng, Guangcan Guo. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(11): 2392~2395
- 12 Shibiao Zheng, Guangcan Guo. Teleportation of atomic states within cavities in thermal states[J]. *Phys. Rev. (A)*, 2001, **63**(4): 044302-1~044302-4
- 13 W. K. Lai, V. Buzek, P. L. Knight. Dynamics of a three-level atom in a two-mode squeezed vacuum[J]. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **44**(9): 6043~6047
- 14 Zhou Peng, Peng Jinsheng. Evolution of the multiphoton Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Optica Sinica*, 1990, **10**(9): 837~844 (in Chinese)
周鹏,彭金生. 多光子 Jaynes-Cummings 模型的演化[J]. 光学学报, 1990, **10**(9): 837~844
- 15 Zhou Peng, Peng Jinsheng. Atomic squeezing effects in the two-photon Jaynes-Cummings model[J]. *Acta Physica Sinica*, 1989, **38**(12): 2044~2048 (in Chinese)
周鹏,彭金生. 双光子 Jaynes-Cummings 模型中原子的压缩效应[J]. 物理学报, 1989, **38**(12): 2044~2048
- 16 Dong Chuanhua. Dynamic behaviors of a system of coupling three-level atoms interaction with light field[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(2): 142~149
董传华. 耦合三能级原子能与光场相互作用中系统的动力学行为[J]. 光学学报, 2003, **23**(2): 142~149 (in Chinese)
- 17 Guo Guangcan. *Quantum Optics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990. 118~134 (in Chinese)
郭光灿. 量子光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990. 118~134