

文章编号: 0253-2239(2005)12-1606-5

一种正交二视角光学层析重建算法*

邢 键 高益庆

(南昌航空工业学院光电信息中心, 南昌 330034)

摘要: 提出了一种基于最大熵原理的正交二视角重建算法,该算法能够较好地重建多峰非对称待测场,且只需两个正交方向的投影数据。算法中融合了含有轴对称因子的先验知识,该先验知识可由两个正交方向的投影数据迭代算出,并分析了正交投影方向这个因素对重建结果的影响。通过计算机数值模拟,结果表明,融合先验知识的正交二视角重建算法与没有融合先验知识的正交二视角重建算法相比重建精度全面超出。其中,在两峰随机余弦高斯模拟待测场的情况下均方根误差减少了 73%。在三峰随机高斯模拟待测场的情况下均方根误差减少了 47%。该算法充分显示了在重建多峰非对称待测场时的优越性。同时,由于只需要两个正交方向的投影数据,可使实验系统得到简化。

关键词: 信息光学; 重建算法; 光学层析; 最大熵; 正交二视角; 多峰非对称
中图分类号: O438 文献标识码: A

Study on Two-Orthogonal-View Reconstruction Algorithm of Optical Computerized Tomography

Xing Jian Gao Yiqing

(Optoelectronic Information Center, Nanchang Institute of Aeronautical Technology, Nanchang 330034)

Abstract: Two-orthogonal-view reconstruction algorithm based on maximum entropy theory is proposed. Multi-peaks asymmetrical flow fields can be well reconstructed by the proposed reconstruction algorithm according to two-orthogonal-views projection data. Additional prior information with axial symmetrical gene is combined into the new algorithm, the prior information can be calculated by the two-orthogonal-views projection data, and the effect of projection angel factor is analyzed. The numerical simulation results show that reconstructed results of multi-peaks asymmetrical flow fields obtained by the proposed algorithm are superior to the traditional alorithm, and the double-peak-cosine-Gauss simulated field root-mean-square error decreases 73%. Three-peak-random-Gauss simulated field root-mean-square error decreases 47%. So the proposed novel algorithm strongly shows superiority to reconstructing multi-peaks asymmetrical flow fields. Meanwhile only projection data two of orthogonal directions are needed so the experiment system is simplified.

Key words: information optics; reconstruction algorithm; optical computerized tomography; maximum entropy; two-orthogonal-view; multi-peaks asymmetry

1 引 言

光学层析技术是一种新颖的不干扰待测场的三维诊断技术,它在热物理量测试、等离子体诊断、光纤折射率测量等方面已显示了极大的优越性^[1~3]。但是,各种光学层析算法在实际应用方面都有其局限性,传统重建算法通常采用基于级数展开的迭代算法,需要获得多方向投影数据,数据采集系统通常

较为复杂,同时随着投影数的减少,重建精度不断降低,因此实际应用中受到了较大限制^[4~7]。从光学层析实用性的角度出发,目前正在向少投影数和有限视角方向发展^[8~10]。基于最大熵原理的光学层析算法在三维图像重建中已受到广泛关注,其中文献^[1]提出的最大熵重建算法(Maximum entropy, ME)表明,在重建某些单峰轴对称或非轴对称待测

* 教育部科学技术研究重点项目(02082)资助课题。

作者简介: 邢 键(1979~),男,南昌航空工业学院研究生,主要从事光学层析重建算法、等离子体温度场测试等研究。

E-mail: xingniat@sina.com

收稿日期: 2004-11-01; 收到修改稿日期: 2005-04-25

场时,只需两个正交方向的投影数据就可得到较高的重建精度,但是对于重建多峰非对称待测场则要求投影方向数大于 $2^{[2]}$ 。在实际重建情况下,不少待测场是呈多峰非对称分布的,如果投影方向数多,势必增加系统的复杂性,增加探测数据的误差。本文提出了一种基于最大熵原理的正交二视角重建算法(Two-view-ME),算法中融合了含有轴对称因子的先验知识,通过计算机数值模拟,该算法能够较好地重建多峰非对称待测场,且只需两个正交方向的投影数据,重建精度得到了较大提高,实验系统可以得到简化。

2 正交二视角重建算法原理

从数学角度说,待测场的重建问题可归结为拉东(Radon)逆变换即从投影数据重建图像。如图 1 所示,在光学层析技术中,谱线强度 I 是发射系数 $g(x,y)$ 沿坐标轴 s 的投影数据,那么

$$I_v(t,\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x,y) ds_{t,\theta}, \quad (1)$$

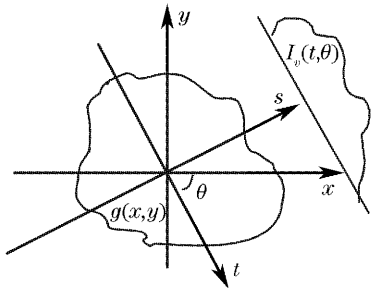


图 1 谱线强度与发射系数的投影关系

Fig. 1 Relationship of spectral intensity and emission coefficient

$$\int ds \lambda_j(s) \int \frac{g'(x,y)}{m(x,y)} dt = \iint \frac{\lambda_j(s) g'(x,y)}{m(x,y)} dx dy = \iint \frac{\lambda_j(-x \sin \theta_j + y \cos \theta_j) g'(x,y)}{m(x,y)} dx dy, \quad (6)$$

优化函数取得极值时对应的 $g'(x,y)$ 可由(6)式代入整理后的(4)式对 $g'(x,y)$ 求导为零获得

$$-\ln[g'(x,y)/m(x,y)] - 1 + \sum_j \lambda_j(-x \sin \theta_j + y \cos \theta_j) / m(x,y) = 0, \quad (7)$$

则有

$$g'(x,y) = m(x,y) \prod_j M_j(-x \sin \theta_j + y \cos \theta_j), \quad (8)$$

式中

$$M_j(-x \sin \theta_j + y \cos \theta_j) = \exp \left[\frac{\lambda_j(-x \sin \theta_j + y \cos \theta_j)}{m(x,y)} - 1/J \right], \quad (9)$$

式中 J 为投影方向总数,把(8)式代入(1)式,则可得计算 M_j 的迭代公式

$$M_j^{i+1} = I_j / \int ds m[x(s,t), y(s,t)] \prod_{k \neq j} M_k^i [s \cos(\theta_j - \theta_k) - t \sin(\theta_j - \theta_k)], \quad j = 1, 2, 3, \dots, J \quad (10)$$

在重建多峰非对称待测场时,把先验知识 $m(x,y)$ 融合到最大熵原理中可以表达成为

$$\Psi(g') = - \int dx \int dy g'(x,y) \ln \left[\frac{g'(x,y)}{m(x,y)} \right], \quad (2)$$

式中 $m(x,y)$ 就是关于待测场的先验知识,根据最大熵原理使 $\Psi(g')$ 最大就可以获得与待测场 $g(x,y)$ 最接近的分布 $g'(x,y)$ 。利用拉格朗日乘子法可解决约束最优化问题。构建优化函数如下:

$$\Gamma(g') = \Psi(g') - \sum_j \sum_u \lambda_j(s) \Delta s \times \left[I_j(s) - \int g'(x,y)/m(x,y) dt \right], \quad (3)$$

λ_j 为拉格朗日乘子, j 为投影方向数, Δs 为坐标间隔 $[s_u, s_{u+1}]$, 当 $\Delta s \rightarrow 0$, 可得

$$\Gamma(g') = \Psi(g') - \sum_j \int ds \lambda_j(s) \times \left\{ I_j(s) - \int [g'(x,y)/m(x,y)] dt \right\}, \quad (4)$$

由于

$$dt ds = |\text{Jacobi}| dx dy, \quad (5)$$

t, s, θ 与 x, y 的位置关系如图 1 所示。其中雅各比行列式 $|\text{Jacobi}|$ 为

$$|\text{Jacobi}| = \begin{vmatrix} \partial t / \partial x & \partial t / \partial y \\ \partial s / \partial x & \partial s / \partial y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{vmatrix} = 1,$$

所以有

$$dt ds = dx dy,$$

那么,(4)式等号右边的第三项可写成

式中 I_j 为各个投影方向所测量得到的谱线强度, θ_j 和 θ_k 为投影角度, i 为迭代次数。特别地当只有两个正交投影数据的情况下, 由(8)式和(10)式可知改进的重建算法表示为

$$g'(x, y) = m(x, y)M_1(x)M_2(y), \quad (11)$$

在非对称待测场的情况下, 融合含有轴对称因子的先验知识 $g_1(r)$

$$m(x, y) = g_1(r)g_2(x), \quad (12)$$

这里 $g_1(r)$ 为待测场的轴对称因子, $g_2(x)$ 为待测场在 y 方向上的非轴对称因子。把(12)式代入(11)式得

$$g'(x, y) = g_1(r)g_2(x)M_1(x)M_2(y) = g_1(r)M_1'(x)M_2(y), \quad (13)$$

根据待测场先验知识的表达式(12)可见, 待测场可近似地由 r, x 这两个量来表示, 所以

$$M_2(y) = 1, \quad (14)$$

根据(10)式,

$$g_2^{i+1}(x) = M_1^{i+1}(x) = I_2(x) \int_{-\infty}^{+\infty} g_1^i(r) dy, \quad (15)$$

通过(1)式, $g_1(r)$ 可以由下式迭代而得

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g_1^i(r)g_2^{i+1}(x) dx = I_1(y), \quad (16)$$

针对多峰非对称待测场, 结合先验知识 $m(x, y)$, 就可由两个正交方向的投影数据进行重建。

3 数值模拟及误差分析

3.1 模拟待测场函数

为了考察上述算法的可靠性与重建精度, 选用两峰随机余弦高斯函数及三峰随机高斯函数进行数值模拟。

两峰随机余弦高斯函数如图 2(a)所示, 它的表达式如下

$$g(x, y) = 1.09[0.075\{1 - \cos[2\pi(x + x_0)^{4/5}]\}\{1 - \cos[2\pi(y + y_0)^{2/3}]\} + 0.8(\exp\{-[9(x - x_1)^2 - [6(y - y_1)]^2\} + \exp\{-[8(x - x_2)^2 - [30(y - y_2)]^2\})], \quad (17)$$

这里 $x_0 = 0.50, y_0 = 0.50; x_1 = 0.20, y_1 = 0.10; x_2 = 0.20, y_2 = -0.35$ 。

三峰随机高斯函数, 如图 3(a)所示, 表达式如下:

$$g(x, y) = \sum_{i=1}^3 c_i \exp\left[-\frac{4\ln 2}{a_i^2}(x - x_{0i})^2 - \frac{4\ln 2}{b_i^2}(y - y_{0i})^2\right], \quad (18)$$

其中 $c_1 = c_2 = 2c_3 = 1, a_1 = a_2 = 0.4, a_3 = 0.2, b_1 = 2b_3 = 0.4, b_2 = 0.5;$

$x_{01} = x_{03} = 0.4, x_{02} = -0.3, y_{01} = 0.4, y_{02} = 0, y_{03} = -0.3$ 。

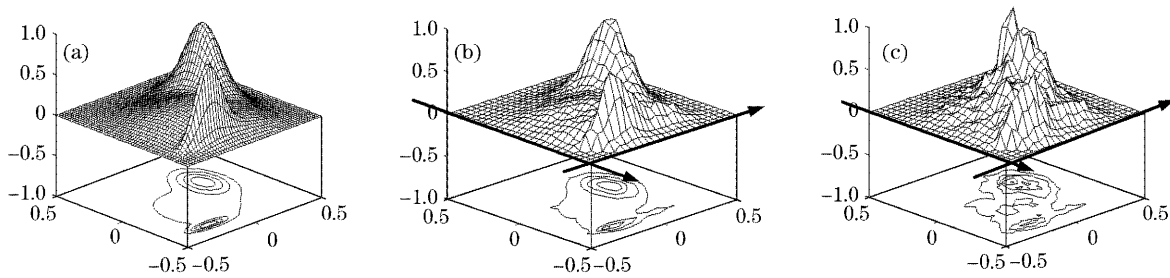


图 2 两峰余弦高斯函数的重建结果(a)源函数, (b)融合先验知识的改进算法(Two-view-ME)的重建结果, (c)没有融合先验知识的改进算法(ME)的重建结果(箭头表示投影方向)

Fig. 2 Reconstruction result of double-peak-cosine-Gauss function. (a) Source function, (b) two-view-ME reconstruction result with prior information, (c) ME reconstruction result without prior information (arrow means projection directions)

3.2 误差指标

定义三种误差指标, 从不同角度度量重建误差, 从而客观地反映算法的重建精度。

平均相对误差:

$$\delta = \sum_{x, y} |g(x, y) - g'(x, y)| / g_{\max}xy, \quad (19)$$

最大相对误差:

$$\beta = |g(x, y) - g'(x, y)|_{\max} / g_{\max}, \quad (20)$$

均方根误差:

$$\gamma = \left\{ \frac{\sum_{x, y} [g(x, y) - g'(x, y)]^2}{\sum_{x, y} [g(x, y)]^2} \right\}^{1/2}, \quad (21)$$

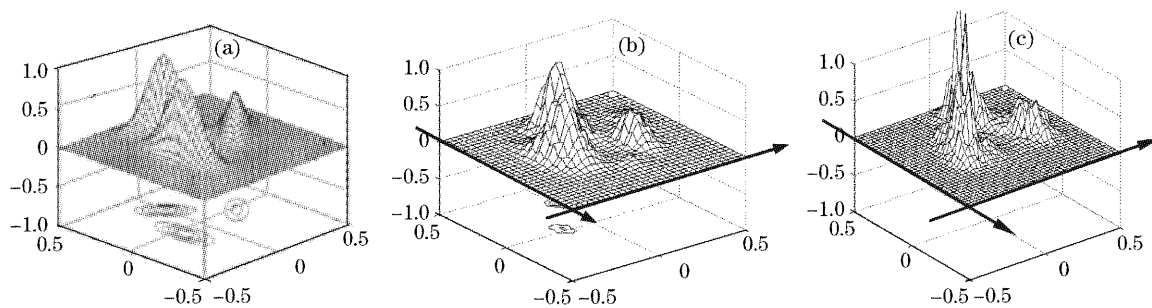


图 3 三峰随机高斯函数的重建结果(a)原函数,(b)融合先验知识的改进算法(Two-view-ME)的重建结果,(c)没有融合先验知识的改进算法(ME)的重建结果(箭头表示投影方向)

Fig. 3 Reconstruction result of three-peak-random-Gauss function. (a) Source function, (b) two-view-ME reconstruction result with prior information, (c) ME reconstruction result without prior information (arrow means projection directions)

3.3 重建结果分析

3.3.1 不同正交投影方向对重建结果的影响

利用基于最大熵原理的正交二视角重建(two-view ME)算法对如图 4(a)所示的四峰对称高斯函数的重建表明,不同的正交投影方向对重建结果产生很

大影响。选择如图 4(b)所示的正交投影方向时重建结果很好,而选择如图 4(c)的正交投影方向重建时,不能完全重建原貌。而选择如图 4(d)的正交投影方向重建时,完全不能重建原貌。

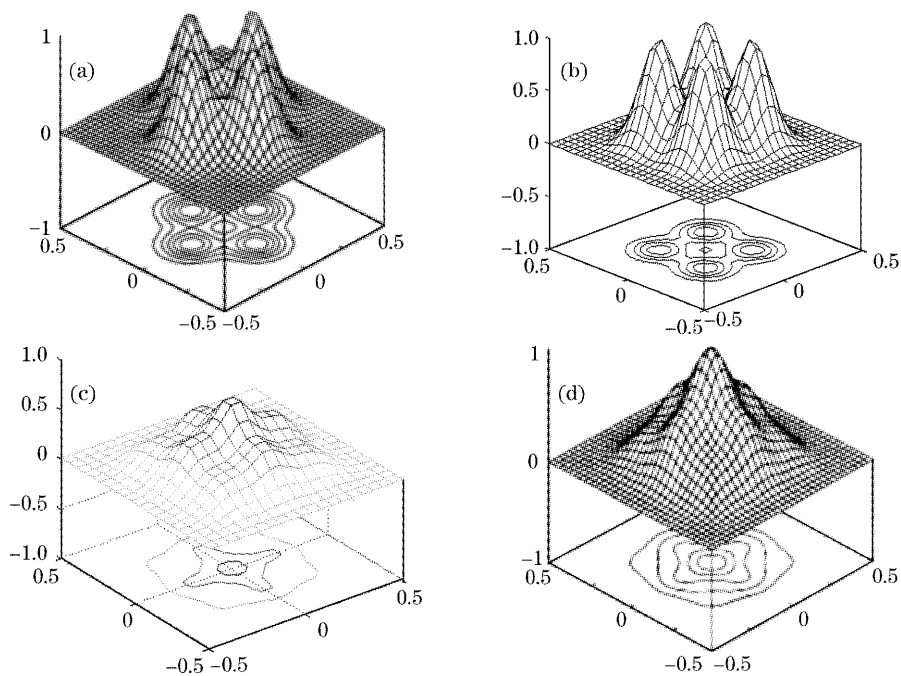


图 4 (a)四峰高斯原场函数,(b)正交方向($0^\circ, 90^\circ$)的重建结果,(c)正交方向($30^\circ, 120^\circ$)的重建结果,(d)正交方向($45^\circ, 135^\circ$)的重建结果

Fig. 4 (a) Four-peak Gaussian source function, (b) orthogonal two-view ($0^\circ, 90^\circ$), (c) orthogonal two-view ($30^\circ, 120^\circ$), (d) orthogonal two-view ($45^\circ, 135^\circ$)

对于多峰非对称待测场(两峰随机余弦高斯函数和三峰随机高斯函数)两个正交投影方向应该以层析时能够最大地获得投影数据为依据来确定。对于本文所选函数都选取如图 2、图 3 所示的箭头方向为正交投影方向。

3.3.2 重建图像比较

通过计算机数值模拟,在迭代次数均为 6 的情

况下,对于多峰非对称待测场的重建尽管选取沿坐标轴的两正交方向作为投影数据,如果采用最大熵重建算法得到的是如图 2(c)、图 3(c)的重建结果,重建精度很不理想。而采用改进的算法(Two-view-ME),则待测场得到了较好的重建,如图 2(b)、图 3(b)。

3.3.3 重建误差比较

选择没有融合先验知识的最大熵重建算法与新算法(Two-view-ME)相比较,两种算法的迭代次数均为6。通过三种误差指标来度量两种算法的重建精度,具体数值如表1所示。

表1显示了融合先验知识的正交二视角重建算

表1 重建误差结果

Table 1 Reconstruction error results

Error Function	$\delta / \%$		$\beta / \%$		$\gamma / \%$	
	ME	Two-view ME	ME	Two-view ME	ME	Two-view ME
Cosine-Gauss	4.26	2.71	68.36	28.25	69.42	18.45
Three-peak Gauss	5.15	2.85	71.08	34.65	75.48	39.45

4 结 论

本文提出了一种基于最大熵原理的正交二视角重建算法(Two-view-ME),算法中融合了含有轴对称因子或局部可分解的先验知识。通过计算机数值模拟,该算法能够较好地重建多峰非对称待测场,重建精度得到了较大提高,且只需两个正交方向的投影数据,实验系统势必会得到简化,改进的算法在三维流场分布测量方面有着较好的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Xiong Wan, Yiqing Gao, Qing Wang *et al.*. Limited-angle optical computed tomography algorithms[J]. *Opt. Engng.*, 2003, **42**(9): 2659~2669
- 2 Wan Xiong, He Xingdao, Gao Yiqing *et al.*. A novel limited-view tomography algorithm based on maximum entropy and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(12): 1433~1438 (in Chinese)
万 雄,何兴道,高益庆等.一种少投影光学层析新算法及其应用[J].*光学学报*,2003,**23**(12):1433~1438
- 3 Gao Yiqing, He Xingdao, Gong Yongqing. Reconstructing of arc temperature fields by projection space iteration reconstruction-reprojection[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(2): 196~200 (in Chinese)
高益庆,何兴道,龚勇清.用投影空间重投影重建迭代法重建电弧温度场[J].*光子学报*,2001,**30**(2):196~200

法(Two-view-ME)与最大熵算法(ME)相比重建精度有了较大提高。其中,在两峰随机余弦高斯函数情况下均方根误差这一精度提高了73%。在三峰随机高斯函数情况下均方根误差这一精度提高了47%。实验系统及数据采集等实验方面,将另文报道。

报道。

- 4 Wan Xiong, Gao Yiqing, He Xingdao. 3-D flame temperature field reconstruction with multi-wavelength radiation computed tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(9): 1099~1104 (in Chinese)
万 雄,高益庆,何兴道.多光谱辐射层析重建三维火焰温度场[J].*光学学报*,2003,**23**(9):1099~1104
- 5 Wang Zhengdong, Shi Mingquan, Li Zhenhua *et al.*. Three-dimensional flow field reconstruction based on parallel projection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(5): 556~569 (in Chinese)
王振东,石明全,李振华等.基于平行投影法的三维流场重建[J].*光学学报*,2002,**22**(5):556~569
- 6 Dengisova N V. Two-view tomography[J]. *Appl. Phys.*, 2000, **33**(2): 313~319
- 7 Wan Xiong, Gao Yiqing, Yuanmei Wang *et al.*. 3-D flame temperature field reconstruction with multiobjective neural network[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(2): 78~81
- 8 Gao Yiqing, Gong Yongqing. 3-D arc temperature diagnosis with more computed tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(3): 376~380 (in chinese)
高益庆,龚勇清.多层析三维电弧温度场诊断[J].*光学学报*,1998,**18**(3):376~380
- 9 Yao Hongbing, He Anzhi. Improvement of the reconstruction algorithm of optical computerized tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 158~161 (in Chinese)
姚红兵,贺安之.光学层析重建算法改进的研究[J].*光学学报*,2004,**24**(2):158~161
- 10 Junle Qu, Ravi S. Jonnal, Donald T. Miller. Parralled optical coherence tomography using a CCD camera [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(8): 475~476