

文章编号: 0253-2239(2005)11-1573-4

减光子压缩真空态的反群聚效应 *

孙敬文¹ 杨庆怡^{1,2} 丁良恩¹

(¹ 华东师范大学物理系光谱学与波谱学教育部重点实验室, 上海 200062)
(² 广西大学物理系, 南宁 530004)

摘要: 利用玻色产生算符的逆算符及玻色湮没算符作用于压缩真空态来构造减光子压缩真空态, 并通过计算减光子压缩真空态的二阶关联函数来讨论它们的光子反群聚性质。数值计算结果表明, 在两种情况下所得到的减光子压缩真空态当湮没光子数 k 为奇数时均呈现出群聚效应, 而当 k 为偶数时呈现反群聚效应。所呈现的反群聚效应对应的压缩参量 η 的取值区间与湮没的光子数 k 有关, 在玻色产生算符的逆算符的作用下随着 k 的增加, 反群聚效应对应的压缩参量 η 的取值区间扩大, 在玻色湮没算符作用下则相反。同时, 作出二阶关联函数随压缩参量 η 变化的曲线来描述减光子压缩真空态所呈现的反群聚效应的变化特性。

关键词: 量子光学; 反群聚效应; 玻色算符及逆算符; 压缩真空态

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

Anti-Bunching Effects of the Photon-Depleted Squeezed Vacuum States

Sun Jingwen¹ Yang Qingyi^{1,2} Ding Liangen¹

(¹ Key Laboratory of Optical & Magnetic Resonance Spectroscopy, Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062)
(² Department of Physics, Guangxi University, Nanning 530004)

Abstract: Applying the inverse operator of the Boson creation operator and the Boson annihilation operator to the usual squeezed vacuum state, deplete squeezed vacuum states are fabricated and their anti-bunching properties of photons are studied by calculating their corresponding second-order correlation functions, respectively. For both cases, the theoretical results show that for these quantum states anti-bunching effects appear when k , the number of depleted photons, are even, and bunching effects appear when k are odd. The parameter η of the squeezed vacuum states corresponding to the anti-bunching effects is related to k . With the inverse operator of the Boson creation operator acting on the squeezed vacuum states the range of parameter η expands with the increase of k , which are contrary to the situation with the Boson annihilation operator acting on. The relation curves between the second-order correlation function of the deplete squeezed vacuum states and the parameter η are also plotted to describe the anti-bunching effects.

Key words: quantum optics; anti-bunching effect; Boson operators and Boson inverse operators; squeezed vacuum states

1 引 言

反群聚效应是指光子在时间上呈离散分布的一种非经典现象, 它是量子光学领域中描述光场非经典效应的一个重要的物理概念。反群聚效应可以用二阶关联函数 $g^{(2)}(\tau)$ 来描述, 当 $g^{(2)}(\tau) < 1$ 时, 光

子呈现出反群聚效应。Kimble 等^[1] 在实验中从钠原子的共振荧光中观察到光子的反群聚效应, 在单光子源的构造中, 原子、分子、离子等所产生的反群聚效应受到广泛的关注^[2~6]。而有关光子反群聚效应的理论分析也有不少文献涉及(如文献[7, 8])。

* 国家 973 计划(001CG3090301)和上海市重点学科资助课题。

作者简介: 孙敬文(1977~), 男, 河南镇平人, 华东师范大学物理系硕士研究生, 主要从事量子光学研究。

E-mail: sjw7708@yahoo.com.cn

收稿日期: 2005-01-25; 收到修改稿日期: 2005-03-21

在当今量子保密通信的热点研究领域,光子的反群聚效应有着重要的应用。量子保密通信系统的安全依赖于通信双方所使用的密钥的安全,量子密钥的分发以完全随机的量子理论为依据,通过对量子态的操控来实现密钥在合法用户之间的分发,而量子不确定性原理和量子不可克隆定理保证了量子密钥能够抵御各种手段的攻击。在此基础上先后提出了单光子^[9]、双光子^[10]以及多光子^[11]等的密钥分发方案。以单光子为信息载体的量子密钥分发方案需要构造单光子发射装置(单光子源),性能良好的单光子源能够在一定的时间间隔内发射一个并且只有一个光子,所发射的光子能够与外部的时钟合成(即可触发)。而单光子源发射出单光子的品质通常用光子呈现出的反群聚效应来衡量,当二阶关联函数 $g^{(2)}(\tau)$ 在 $\tau=0$ 时趋于 0,则具有良好的单光子发射性能。

对各种典型量子态的反群聚效应,人们已经进行了广泛的研究并加以应用。然而,我们还可以通过各种方法来构造出新的量子态并对它们的非经典效应进行研究。比如,文献[12]利用玻色湮没算符的逆算符作用于相干态来获得非经典光场;文献[13]对所引入的非线性孪生相干态的量子统计性质进行了讨论;文献[14]研究了玻色逆算符作用到奇偶相干态得到的增、减光子奇偶相干态的非经典效应,文献[15]对 q -畸变谐振子偶相干态的反群聚

特性进行了研究等。本文讨论压缩真空态在玻色产生算符的逆算符 a^{+k} 和玻色湮没算符 a^k 作用下的反群聚效应,并对它们所呈现反群聚效应的变化情况进行比较。

2 减压缩真空态及相关的反群聚效应

玻色产生算符 a^+ 和湮没算符 a 的定义为

$$\begin{cases} a^+ |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \\ a |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle, \end{cases} \quad (1)$$

与玻色算符相对应的逆算符 a^{-1} 和 a^{+1} 的定义为^[16]

$$\begin{cases} a^{-1} |n\rangle = (n+1)^{-1/2} |n+1\rangle, \\ a^{+1} |n\rangle = \begin{cases} n^{-1/2} |n-1\rangle, & (n \neq 0) \\ 0, & (n = 0) \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

由于 a^{-1} 和 a^{+1} 满足关系

$$\begin{aligned} aa^{-1} &= a^{+1}a^+ = I, \\ a^{-1}a &= a^+a^{+1} = I - |0\rangle\langle 0|, \end{aligned} \quad (3)$$

因此, a^{-1} 是 a 的右逆,而 a^{+1} 是 a^+ 的左逆。

压缩真空态的定义为

$$|\eta\rangle = (1-\eta^2)^{1/4} \sum_{n=0}^{\infty} \eta^n \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} |2n\rangle, \quad (4)$$

其中 η 为压缩参量,并且 $|\eta| < 1$ 。利用玻色产生算符的逆算符 a^{+k} 作用到压缩真空态 $|\eta\rangle$ 上可以得到

$$|\eta\rangle_{+k} = A a^{+k} |\eta\rangle = A' \sum_{n=[(k+1)/2]}^{\infty} \frac{\eta^n \sqrt{(2n)!}}{2^n n! \sqrt{2n(2n-1)\cdots(2n-k+1)}} |2n-k\rangle, \quad (5)$$

其中 A 为量子态 $|\eta\rangle_{+k}$ 的归一化常量, $A' = A(1-\eta^2)^{1/4}$ 以及

$$|A'|^2 = 1 / \sum_{n=[(k+1)/2]}^{\infty} \left\{ \eta^{2n} (2n)! / 2^{2n} (n!)^2 \left[\prod_{i=2n-k+1}^{2n} i \right] \right\}.$$

由于 a^{+k} 作用到福克(Fock)态上是湮没一个光子,因此称(5)式中所得到的量子态为减光子压缩真空态。

利用光场二阶关联函数:

$$g^{(2)}(0) = \langle a^{+2} a^2 \rangle / \langle a^+ a \rangle^2, \quad (6)$$

可以求得量子态 $|\eta\rangle_{+k}$ 的二阶关联函数为

$$g_{+k}^{(2)}(0) = \sum_{n=[(k+1)/2]}^{\infty} C_n \sum_{n=[(k+3)/2]}^{\infty} (2n-k)(2n-k-1) C_n / \left[\sum_{n=[(k+2)/2]}^{\infty} (2n-k) C_n \right]^2, \quad (7)$$

其中

$$C_n = \eta^{2n} (2n)! / \left\{ 2^{2n} (n!)^2 \left[\prod_{i=2n-k+1}^{2n} i \right] \right\}.$$

由(7)式可以作出量子态 $|\eta\rangle_{+k}$ 的二阶关联函数 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 随压缩参量 η 变化的关系曲线如图 1 所示。由于 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 关于 $\eta = 0$ 对称,因此仅作出 $g_{+k}^{(2)}(0)$

在 $\eta \in [0, 1)$ 区间的曲线。

从图 1 可以看出,压缩真空态在算符 a^{+k} 作用下所得的新量子态 $|\eta\rangle_{+k}$ 当湮没光子数 k 为奇数时呈现出群聚效应,而当 k 取偶数时呈现出反群聚效应。在呈现反群聚效应的情况下,随着 k 值的增大所产生反群聚效应的压缩参量的变化区间扩大,当 k

≥ 4 时则在整个压缩参量的取值区间都出现反群聚效应;对同一 k 值,二阶关联函数 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 随着压缩

参量 η 的增大而单调增加,对同一 η 值,二阶关联函数随着 k 值增加而减小。

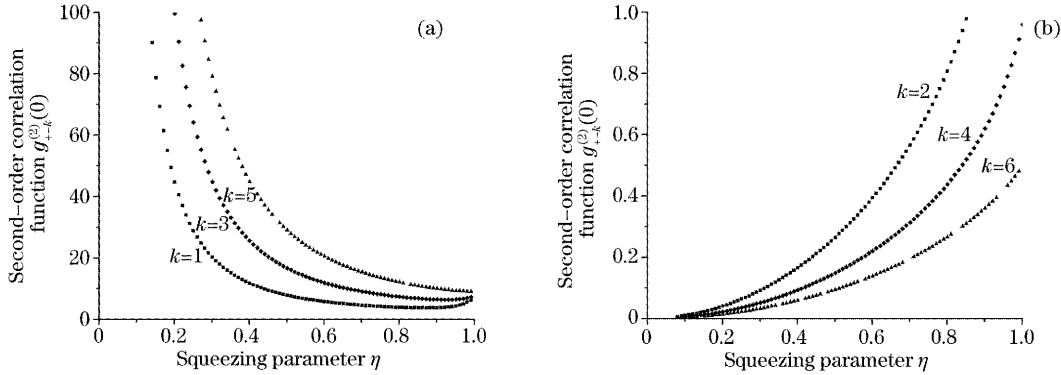


图 1 $g_{+k}^{(2)}(0)$ 随压缩参量 η 变化的关系曲线

Fig. 1 The relation curve between the function $g_{+k}^{(2)}(0)$ and the squeezing parameter η

从玻色算符及其逆算符的定义可知,玻色湮没算符 a 与玻色产生算符的逆算符 a^{+1} 起到相同的作用,它们都是湮没一个光子的操作。为了与玻色产生算符的逆算符 a^{+1} 作用到压缩真空态上所产

生的反群聚效应进行比较,在此进一步讨论玻色湮没算符 a 作用到压缩真空态上的反群聚效应。类似于上面的处理过程,可以得到 a^k 作用到压缩真空态的二阶关联函数 $g_k^{(2)}(0)$ 为

$$g_k^{(2)}(0) = \sum_{n=[(k+1)/2]}^{\infty} D_n \sum_{n=[(k+3)/2]}^{\infty} (2n-k)(2n-k-1)D_n / \left[\sum_{n=[(k+2)/2]}^{\infty} (2n-k)D_n \right]^2, \quad (8)$$

其中 $D_n = \frac{\eta^{2n} (2n)!}{2^{2n} (n!)^2} \prod_{i=2n-k+1}^{2n} i$ 。由(8)式可以作出压缩真空态在玻色湮没算符 a^k 作用下的二阶关联函数 $g_k^{(2)}(0)$ 随 η 变化的关系曲线如图 2 所示。

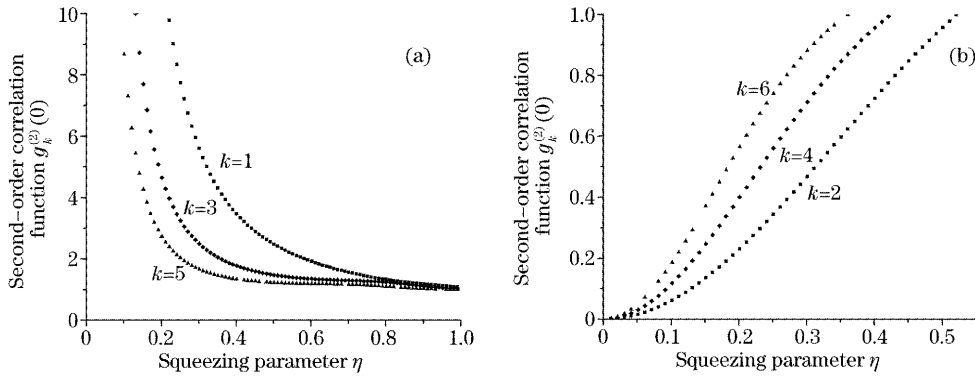


图 2 $g_k^{(2)}(0)$ 随压缩参量 η 变化的关系曲线

Fig. 2 The relation curve between the function $g_k^{(2)}(0)$ and the squeezing parameter η

从图 2 中我们可以看出,压缩真空态在算符 a^k 的作用下当 k 取奇数时呈现出群聚效应,而当 k 取偶数时呈现出反群聚效应。在呈现反群聚效应的情况下,随着 k 值的增大所产生反群聚效应的压缩参量的变化区间缩小;对同一 k 值,二阶关联函数 $g_k^{(2)}(0)$ 随着压缩参量 η 的增大而单调增加,对同一压缩参量值 η ,二阶关联函数随着 k 值增加而增大。

3 结 论

本文讨论了压缩真空态在玻色产生算符的逆算符 a^{+k} 和玻色湮没算符 a^k 作用下的反群聚效应,结果表明,在两种情形下所构造的减光子压缩真空态所呈现的反群聚效应与湮没光子数 k 有关,即当 k 为奇数时呈现出群聚效应,而当 k 为偶数时呈现出反群聚效应,并且对同一 k 值,二阶关联函数

$g^{(2)}(0)$ 随着压缩参量 η 的增大而单调增加。在产生反群聚效应的情况下,所呈现的反群聚效应的变化是不同的,玻色产生算符的逆算符 a^{+-k} 作用到压缩真空态上所产生的反群聚效应随着 k 值的增大其对应的压缩参量 η 的取值区间扩大,对同一 η 值,二阶关联函数随着 k 值增大而减小;而玻色湮没算符 a^k 作用到压缩真空态上所产生的反群聚效应则正好相反,随着 k 值的增大其对应的压缩参量 η 的取值区间缩小,对同一 η 值,二阶关联函数随着 k 值增大而增大。产生这些异同的原因是,首先,玻色产生算符的逆算符 a^{+-k} 与玻色湮没算符 a^k 作用于压缩真空态上都是湮没光子的操作,它们作用到同一量子态上必然会产生类似的非经典效应;其次,从玻色产生算符的逆算符与玻色湮没算符的定义来看,它们的系数不同,由此导致它们所呈现出的非经典效应存在量的差别。

参 考 文 献

- 1 H. J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel. Photon antibunching in resonance fluorescence[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1977, **39**(11): 691~695
- 2 F. Diedrich, H. Walther. Nonclassical radiation of a single stored ion[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(3): 203~206
- 3 B. Lounis, W. E. Moerner. Single photons on demand from a single molecule at room temperature[J]. *Nature*, 2000, **407**(6803): 491~493
- 4 C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda *et al.*. Stable solid-state source of single photons[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(2): 290~293
- 5 C. Santori, M. Pelton, G. Solomon *et al.*. Triggered single photons from a quantum dot[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86**(8): 1502~1505
- 6 A. Imamoglu, Y. Yamamoto. Turnstile device for heralded single photons: Coulomb blockade of electron and hole tunneling in quantum confined p-i-n heterojunctions[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **72**(2): 210~213
- 7 Guo Guangcai. *Quantum Optics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1990. 522~529 (in Chinese)
郭光灿. 量子光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1990. 522~529
- 8 Wang Zhonghe, Zhang Guangyin. *Physical Fundamentals of Photonics* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1998. 411~414 (in Chinese)
王忠和,张光寅. 光子学物理基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998. 411~414
- 9 C. H. Bennett. Quantum cryptography using any two non-orthogonal state[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(21): 3121~3124
- 10 A. K. Ekert. Quantum cryptography on Bell's theorem[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, **67**(6): 661~663
- 11 C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau *et al.*. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**(13): 1895~1899
- 12 L. F. Wei, S. J. Wang, D. P. Xi. Inverse q -boson operators and their relation to photon-added and photon-depleted states[J]. *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, 1999, **1**(6): 619~623
- 13 Song Tongqiang, Zhu Yuejin. Nonclassical effects of the nonlinear pair coherent states[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(8): 906~910 (In Chinese)
宋同强,诸跃进. 非线性孪相干态的光子统计性质[J]. 光学学报, 2003, **23**(8): 906~910
- 14 Yang Qingyi, Wei Lianfu, Ding Liang'en. Boson inverse operators and associated even and odd coherent states[J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(6): 1390~1395 (in Chinese)
杨庆怡,韦联福,丁良恩. 玻色算符的逆算符及其相关的奇偶相干态[J]. 物理学报, 2003, **52**(6): 1390~1395
- 15 Zhu Congxu. Even coherent states of a finite-dimensional Hilbert space q -deformation harmonic oscillator and their squeezing and antibunching properties[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(4): 441~444 (in Chinese)
朱从旭. 有限维希尔伯特空间 q -畸变谐振子偶相干态及其压缩和反聚束特性[J]. 光学学报, 1999, **19**(4): 441~444
- 16 C. L. Metha, A. K. Roy, G. M. Saxena. Eigenstates of two-photon annihilation operators [J]. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **46**(3): 1565~1572