

文章编号: 0253-2239(2005)11-1483-5

一种改进的光学层析图像重建方法*

孟 静¹ 王加俊¹ 黄贤武¹ 刘仁金^{1,2}

(¹ 苏州大学电子信息学院, 苏州 215021)
(² 皖西学院计算机系, 六安 237012)

摘要: Alexander D. Klose 将联合差分方法用于光学层析图像重建的梯度计算中,但给出的对光学参量的求导算法有局限,他的算法只能实现对边界点光学参量的导数计算,而无法实现对内部点光学参量导数的计算,会导致图像重建失败。在联合差分算法的基础上,研究了针对内部点光学参量的求导方法,给出了一种基于树形结构的对内部点光学参量求导的策略。具体实现时,为了降低计算复杂度,采用近似梯度计算方法。算法的仿真实验结果表明:该方法可以有效地实现对内部点光学参量的导数计算,提出的近似计算方法可降低梯度计算复杂度,提高运算速度,并可得到良好的图像重建质量。

关键词: 图像处理; 光学层析成像; 图像重建; 辐射传输方程; 联合差分方法
中图分类号: TP381.1 文献标识码: A

An Improved Reconstruction Algorithm for Optical Tomography

Meng Jing¹ Wang Jiajun¹ Huang Xianwu¹ Liu Renjin^{1,2}

(¹ School of Electronic & Information Engineering, Soochow University, Suzhou 215021)
(² Department of Computer Science & Technology, West Anhui University, Liuan 237012)

Abstract: Adjoint differentiation method is used in reconstruction algorithm for optical tomography by Alexander D. Klose, but the algorithm of getting derivatives with respect to optical parameters is mistakenly proposed by him, and it can only implement the computation of derivative with respect to optical parameters on the boundary, those derivatives with respect to the internal parameters cannot be obtained there. This will lead to the failure of the reconstruction. Based on the adjoint differentiation method, an improved algorithm with a tree structure is proposed for the computation of derivatives, and a specific method about the derivative with respect to internal optical parameters is put forward. In order to decrease the computation complexity, an approximate strategy about gradient computation is adopted in the experiment. Experimental results show that this kind of algorithm can implement the computation of derivatives with respect to internal optical parameters effectively. The approximate algorithm can make the computation less complex, improve the speed of computation and get good quality of reconstruction at the same time.

Key words: image processing; optical tomography imaging; image reconstruction; radiative transfer equation; adjoint differentiation method

1 引 言

层析成像技术是计算机技术和生物医学技术相结合的产物,在国内外都有较大的发展^[1~3],目前较成熟的成像技术(如 X 射线层析、荧光层析)对人体有一定的损伤性^[4~7];光学层析成像(optical tomography, OT)技术在小剂量下具有无损性,可用于人体组织的长期观测,近年来受到越来越多的关注。它的基本重建思想是:用近红外光照射人

体组织,光子在组织内传播,传播规律服从玻尔兹曼传输方程,可用探测器在组织表面得到一些测量量,根据这些测量量和光子传输模型实现对组织内部光学参量(如吸收参量,散射参量)的重建。目前,基于传输方程的近似形式—扩散方程的重建理论相对成熟^[8,9],但它只适用于组织内部散射远大于吸收的情况,在散射并不远大于吸收或散射和吸收都相对较小的情况下重建效果很不理想。例如:大脑周围

* 国家自然科学基金(30300088)资助课题。

作者简介: 孟 静(1977~),女,山东曲阜人,博士研究生,主要从事医学成像、图像处理方面的研究。

E-mail: qfmj@163.com

收稿日期: 2004-12-06; 收到修改稿日期: 2005-03-31

的脑脊液,关节周围的滑液等。因此,我们必须实现直接基于传输方程的光学层析成像图像重建。在这方面国内研究的很少,国外有了一定的研究,但仍处于起步阶段。Oliver Dorn^[10]给出了传输反传输的方法(transport-backtransport method); Alexander D. Klose^[11]提出了联合差分(adjoint differentiation)逆向重建方法,该算法本质上是一种基于模型的迭代图像重建方法,其关键是梯度的计算。但他给出的重建方法只能实现边界点光学参量的梯度计算,会导致图像重建失败。本文是在 Alexander 研究的基础上针对内部点光学参量的求导问题,给出改进的梯度计算方法。具体实现时,采用近似梯度计算策略。实验证明,该方法在保证图像重建质量的前提下可有效地降低计算复杂度,提高图像的重建速度。

2 前向模型

光子在散射介质中传播的与时间无关的辐射传输方程为

$$\omega \nabla \psi(r, \omega) + (\mu_a + \mu_s) \psi(r, \omega) = S(r, \omega) + \mu_s \int_0^{2\pi} p(\omega, \omega') \psi(r, \omega') d\omega', \quad (1)$$

其中 $\psi(r, \omega)$ 为在空间位置 r 处方向角为 ω 时的辐射率, μ_a 和 μ_s 分别表示生物组织体内的吸收系数和散射系数, $S(r, \omega)$ 是光源的强度, $p(\omega, \omega')$ 称为散射相函数, 一般用 Henyey-Greenstein 散射相函数, 设 ω, ω' 的角度差为 θ , 则:

$$p(\cos \theta) = \frac{1 - g^2}{2(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{1/2}},$$

g 为各向异性系数, 表征角度的散射分布。本文采用

有限差分、离散坐标法求解(1)式。下面首先引入该方法用到的数学符号和含义: 设图像为 A , 将图像所在区域离散化, 设在 X 轴的网格点数为 I , 网格点间距为 Δx , 在 Y 轴的网格点数为 J , 网格点间距为 Δy , 离散方向为 $\omega_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 共 K 个方向, 其在 X 方向和 Y 方向的分量用 ξ_k 和 η_k 表示, $\xi_k = \cos \omega_k$, $\eta_k = \sin \omega_k$, $\psi_{k,i,j}$ 表示在网格点 (i, j) 处方向为 k 时的角辐射率。当用迎风差分方法求解(1)式时, 角方向 ω_k 被分成四个部分, 分别为

$$\textcircled{1}: \xi_k > 0, \eta_k > 0; \quad \textcircled{2}: \xi_k < 0, \eta_k > 0;$$

$$\textcircled{3}: \xi_k > 0, \eta_k < 0; \quad \textcircled{4}: \xi_k < 0, \eta_k < 0;$$

为了便于问题的阐述, 下面给出当 $\xi_k > 0, \eta_k > 0$ 时的前向模型计算公式^[12]:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}}{\Delta x}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\psi_{i,j} - \psi_{i,j-1}}{\Delta y}, \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式得到

$$\xi_k \frac{\psi_{k,i,j} - \psi_{k,i-1,j}}{\Delta x} + \eta_k \frac{\psi_{k,i,j} - \psi_{k,i,j-1}}{\Delta y} + (\mu_a + \mu_s) \psi_{k,i,j} = S_{k,i,j} + \mu_s \sum_{k'=1}^K \alpha_{k'} p_{k,k'} \psi_{k',i,j}, \quad (3)$$

由于辐射传输方程(1)需要迭代求解, 因此我们将(3)式写为迭代求解的形式: 首先当(3)式对应于所有的方向 k 时, 可写为矩阵形式:

$$\mathbf{A}\psi = \mathbf{b}, \quad (4)$$

然后将矩阵 \mathbf{A} 分解为上三角矩阵 \mathbf{U} , 对角矩阵 \mathbf{D} 和下三角矩阵 \mathbf{L} 的和的形式, 则(4)式可改写为

$$(\mathbf{D} + \mathbf{L})\psi = -\mathbf{U}\psi + \mathbf{b}, \quad (5)$$

由(5)可得到前向计算的迭代求解形式:

$$(\mathbf{D} + \mathbf{L})\psi^{z+1} = -\mathbf{U}\psi^z + \mathbf{b}, \quad (6)$$

基于以上思想, 由(3)式可得到 $\xi_k > 0, \eta_k > 0$ 时的迭代求解公式:

$$\psi_{k,i,j}^z = \left[S_{k,i,j} + \mu_s \sum_{k'=1}^K \alpha_{k'} p_{k,k'} \psi_{k',i,j}^{z-1} + \left(\frac{\xi_k}{\Delta x} \right) \psi_{k,i-1,j}^z + \left(\frac{\eta_k}{\Delta y} \right) \psi_{k,i,j-1}^z \right] / \left(\frac{\xi_k}{\Delta x} + \frac{\eta_k}{\Delta y} + \mu_a + \mu_s \right). \quad (7)$$

3 逆向计算

前向模型是解决给定光学参量分布, 求解角度辐射率的问题, 而逆问题则是利用光源照射组织, 在物体表面获得测量数据, 根据测量数据重建组织内部光学参量的过程。下面首先介绍 Klose 和 Hielscher 提出的用于梯度计算的联合差分方法及梯度计算公式, 然后给出改进的梯度计算方法。

3.1 联合差分方法与梯度计算

联合差分方法是通过前向计算中得到的中间数

据利用链规则实现梯度计算的一种方法, 该方法在前向计算的过程中便可得到目标函数关于光学参量的梯度。最近 Klose 和 Hielscher 将联合差分方法用于与时间无关的辐射传输方程的图像重建, 重建目标函数为预测值和测量值之间的最小平方误差函数, 数学表达式如下:

$$\phi(\mu) = \frac{[M - P(\mu)]^2}{M^2}, \quad (8)$$

$P(\mu)$ 为给定光学参量分布 μ 后一系列预测测量数据, M 为实际测量数据。

前向计算中得到的中间结果记为： $\psi^1, \psi^2, \psi^3, \dots, \psi^z$ ，其中 ψ^z 为前向计算的最终结果，即预测值。光学参量记为 μ ，根据联合差分方法可得目标函数 ϕ 关于 μ 的梯度求解公式^[11]：

$$\nabla_{\mu} \phi = \left[\sum_z \left(\frac{\partial \phi}{\partial \psi^z} \right)^T \frac{\partial \psi^z}{\partial \mu} \right] + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mu} \right)^T, \quad (9)$$

由于 ϕ 不是 μ 的显式函数，所以最后一项为零， $(\partial \phi / \partial \psi^z)^T$ 可应用链规则求得^[11]， $(\partial \phi / \partial \psi^z)^T$ 反映的仅仅是边界点之间的关系，真正与内部光学参量发

生联系的是 $(\partial \psi^z / \partial \mu)$ 的计算，因此它是梯度计算中的最关键部分，是边界点的数值受内部光学参量影响的程度的度量，它的计算精度直接影响到图像重建的质量。同时它在梯度计算中也最复杂、最耗时。本文后面仅以 $\xi_k > 0, \eta_k > 0$ 的情形为例，对梯度的计算方法进行讨论（其他情形可以进行类似的分析），且取 μ 为 μ_s 。在文献[11]中给出的 $(\partial \psi^z / \partial \mu_s)$ 的计算公式为^[10]

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \psi^z}{\partial \mu_s} \right)_{k,i,j} &= \sum_{k'=1}^K \alpha_{k'} p_{k,k'} \psi_{k',i,j}^{z-1} / (\xi_k / \Delta x + \eta_k / \Delta y + \mu_a + \mu_s) - \\ & \left[S_{k,i,j} + \mu_s \sum_{k'=1}^K \alpha_{k'} p_{k,k'} \psi_{k',i,j}^{z-1} + (\xi_k / \Delta x) \psi_{k,i-1,j}^z + (\eta_k / \Delta y) \psi_{k,i,j-1}^z \right] / (\xi_k / \Delta x + \eta_k / \Delta y + \mu_a + \mu_s)^2, \end{aligned} \quad (10)$$

(10) 式是由 (7) 式推导得出的，若将 $(\partial \psi^z / \partial \mu_s)$ 写为 $\partial \psi_{k,i,j}^z / \partial (\mu_s)_{i',j'}$ （光学参量与方向无关）的形式，通过对 (7) 式的分析可知：只有当 $i = i', j = j'$ 时 (10) 式才能成立。而 k, i, j 的取值仅限于边界上的点（因为测量值只能在边界上才能取得），所以 (10) 式中的梯度计算公式是不完全的，它仅能实现对边界点光学参量导数的计算。无法实现对内部点光学参量的求导，因而就无法对内部点参量进行迭代更新，将会直接导致图像重建失败。

3.2 内部光学参量梯度计算方法

分析 (7) 式可以看出：它本质上是一个关于 μ_s

的多元函数， $\psi_{k,i-1,j}^z, \psi_{k,i,j-1}^z$ 也是 μ_s 的函数，仅当 μ_s 的下标 i', j' 与 ψ^z 的下标 i, j 相等时，可用 (10) 式直接计算对 μ_s 的导数，当两者的下标不相等时，可通过 $\psi_{k,i-1,j}^z, \psi_{k,i,j-1}^z$ 对 μ_s 求导，为了便于理解，将 (7) 式写成关于 μ_s 的多元函数的形式：

$$F(\mu_s) = F[f_1(\mu_s), f_2(\mu_s), \dots, f_p(\mu_s)],$$

则 F 关于 μ_s 的导数可通过 F 对 μ_s 的全求导得到

$$\frac{dF}{d\mu_s} = \frac{\partial F}{\partial f_1} \frac{df_1}{d\mu_s} + \frac{\partial F}{\partial f_2} \frac{df_2}{d\mu_s} + \dots + \frac{\partial F}{\partial f_p} \frac{df_p}{d\mu_s},$$

另外，注意到 f_1, f_2, \dots, f_p 又都是 μ_s 的多元函数。这种关系可用图 1 所示的一个树形结构来形象地描述：

$$\frac{d\psi_{k,i,j}^z}{d(\mu_s)_{i-1,j-1}} = \frac{\partial \psi_{k,i,j}^z}{\partial \psi_{k,i-1,j}^z} \frac{\partial \psi_{k,i-1,j}^z}{\partial \psi_{k,i-1,j-1}^z} \frac{d\psi_{k,i-1,j-1}^z}{d(\mu_s)_{i-1,j-1}} + \frac{\partial \psi_{k,i,j}^z}{\partial \psi_{k,i,j-1}^z} \frac{\partial \psi_{k,i,j-1}^z}{\partial \psi_{k,i-1,j-1}^z} \frac{d\psi_{k,i-1,j-1}^z}{d(\mu_s)_{i-1,j-1}}, \quad (11)$$

例如 $\psi_{k,i,j}^z$ 对 $(\mu_s)_{i-1,j-1}$ 求导，如 (11) 式所示。显然， $\psi_{k,i,j}^z$ 对 $(\mu_s)_{i-1,j-1}$ 的求导是树形结构中两个分支的并。 $\psi_{k,i,j}^z$ 对任意的 $(\mu_s)_{i',j'}$ 求导需要的分支数在结论

(i) 中给出。

结论 (i)：设 ψ^z 的下标为 (k, si, sj) ， μ_s 的下标为 (ei, ej) ，令 $m = si - ei, n = sj - ej$ ，则 $\psi_{k,si,sj}^z$ 对 $(\mu_s)_{ei,ej}$

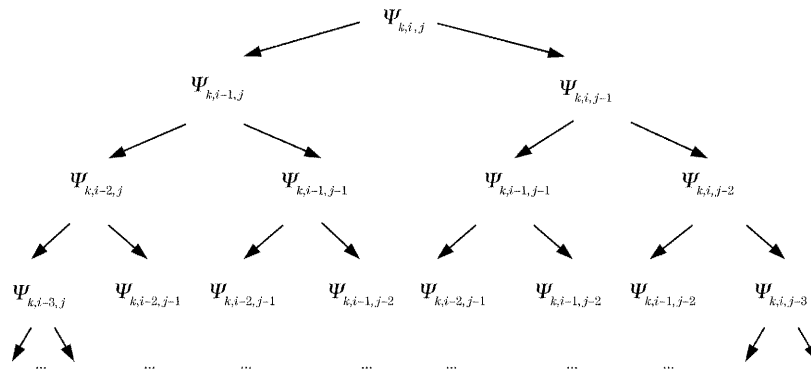


图 1 梯度求解树形结构示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the tree structure for the gradient derivation

求导的总分支个数为 C_{m+n}^m (对 $\xi_k > 0, \eta_k > 0$ 的情况, $s_i > a_i, s_j > e_j$, 其它情形可作类似的分析)。

具体实现时可选用递归程序,理论上,递归程序可以很完整地实现导数的计算,但当 m, n 比较大时,计算量巨大,几乎无法实现。为了提高计算速度,本文提出一种近似梯度计算方法。

为了减小计算量,提出在 C_{m+n}^m 个分支中取其中的一个子集计算梯度。首先,构造一个含有 $m+n$ 个位的初始二进制序列,前 m 个位为 1,后 n 个位为 0。其中,1 表示左分支,0 表示右分支。可通过对此序列的一系列换位操作,找出一个分支子集。实验中主要用到如下换位策略:

1) 对初始序列进行循环移位,直至最后一位是 1 为止,得到一个分支集合 S_1 。

2) 对于初始序列,将其第 2 位至第 m 位中的每一位分别与第 $m+1$ 位至 $m+n$ 位交换,得到第二个分支集合 S_2 。

3) 对集合 S_2 中的元素,做逆序操作,选取逆序后与逆序前不同的元素,组成第三个集合 S_3 。最终的分支子集记为 $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3$ 。

3.3 优化方法

上面已求得目标函数关于光学参量的梯度,下一步要根据梯度确定光学参量的更新方向,常用的方法有共轭梯度法(CGD)、牛顿法。本文采用共轭梯度法。设梯度为 g ,由共轭梯度法计算得到更新方向 d 。假设当前光学参量的分布取值为 μ^0 ,下面需要沿更新方向做线性优化确定参量 λ 以得到更新后的光学参量分布 μ^1 ($\mu^1 = \mu^0 + \lambda d$), λ 的取值应使目标函数值最小,但由于目标函数的非线性性质,此处对 λ 取值优化是粗优化。

4 实验模型

实验模型为两个 21×21 的正方形网格,网格间距为 0.1 cm,如图 2 所示。图 2(a)中给出比较规则的矩形区域的重建模型,左上角 3×3 黑色区域为低散射区,散射系数: 0.8 cm^{-1} ,右下角 3×3 白色区域为高散射区,散射系数: 1.2 cm^{-1} ,背景散射系数: 1.0 cm^{-1} ;图 2(b)为针对不规则区域的重建模型,左上角黑色区域为低散射区,散射系数: 8 cm^{-1} ,右下角白色区域为高散射区,散射系数: 12 cm^{-1} ,背景散射系数: 10 cm^{-1} 。本实验是针对散射系数的重建,整个模型吸收系数保持不变,均为 0.01 cm^{-1} 。

光源放在每条边的中间位置,在另外三条边(光

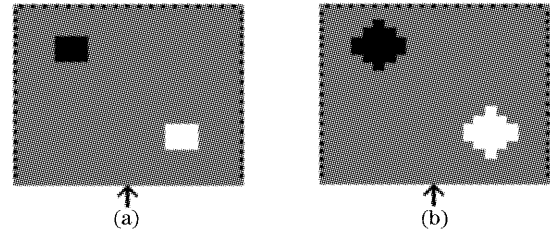


图 2 图像重建模型

Fig. 2 Model for image reconstruction

源所在边除外)的第 2 至 20 个网格点上放置探测器,探测器间的间距为 0.1 cm,这样总共构成了 $4 \times 3 \times 19$ 个探测器对。图 2 中给出的是光源在底边时的光源及探测器放置位置情况,其中箭头表示光源位置,小的黑色矩形表示探测器位置。

5 实验结果

实验程序在 P4 2.5G 的计算机上运行,迭代一次大约需要 1 h。实验过程中取的分支个数约为总个数的 80%。图 3、图 4 分别为模型图 2(a)和图 2(b)的重建结果。其中图 3(a)和图 4(a)是经过 5 次迭代的重建结果;图 3(b)和图 4(b)是经过 30 次迭代的重建结果。从实验结果可以看出,虽然采用了近似梯度计算方法,但只要经过少数的几次迭代后便可得到较好的重建图像,表明近似梯度计算有效。

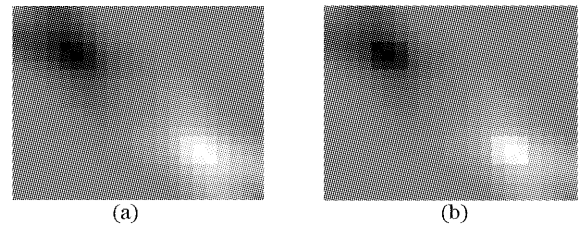


图 3 模型图 2(a)的重建图像。(a) 5 次迭代的结果, (b) 30 次迭代的结果

Fig. 3 Reconstructed results for Fig. 2(a) model. (a) After five iterations, (b) after thirty iterations

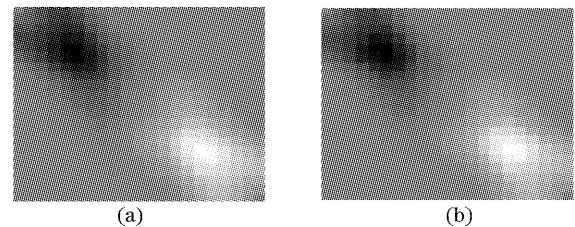


图 4 模型图 2(b)的重建图像。(a) 5 次迭代的结果, (b) 30 次迭代的结果

Fig. 4 Reconstructed results for Fig. 2(b) model. (a) After five iterations, (b) after thirty iterations

下面引入两个衡量图像重建效果的量,进一步

对实验数据进行分析。

1) 目标函数值。在基于模型的迭代图像(MOBIIR)重建中,最终目标是使目标函数值达到最小,因此迭代过程中目标函数值的变化情况能反映重建过程靠近目标的程度。

2) 归一化根平均平方误差(normalized root mean squared error, NRMS),它是直接反映图像重建质量的量,用 E_{NRMS} 表示,定义如下:

$$E_{NRMS} = \left[\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (I_{ij}^0 - \hat{I}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (I_{ij}^0 - \bar{I})^2} \right]^{1/2}, \quad (12)$$

其中 I_{ij}^0 是原始图像在 (i, j) 点的值, \hat{I}_{ij} 是每次迭代产生的重建图像值, \bar{I} 是原始图像的平均值。图 5、图 6 分别为模型图 2(a) 和图 2(b) 的目标函数和归一化根平均平方误差曲线图。

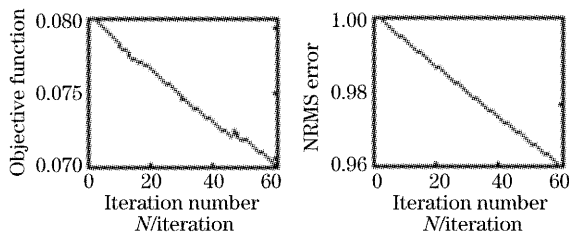


图 5 模型图 2(a) 重建过程中的目标函数和归一化根平均平方误差曲线图

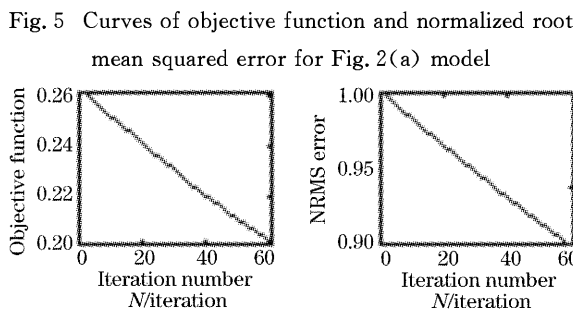


图 6 模型图 2(b) 重建过程中的目标函数和归一化根平均平方误差曲线图

Fig. 5 Curves of objective function and normalized root mean squared error for Fig. 2(a) model

可以看出,随着迭代次数的增加,目标函数值和归一化根平均平方误差的值越来越小,目标函数的下降有所起伏,而归一化根平均平方误差已基本上是线性下降趋势,证实了重建一直向着好的方向发展。

6 结 论

本文在 Alexander D. Klose 提出的联合差分光学层析成像图像重建法的基础上,给出了边界点

测量量对内部光学参量求导的具体方法,并进一步提出一种梯度近似计算的方法。实验证明,该方法可以降低梯度计算复杂度,加快图像重建过程。算法关键是分支数的选择,如果分支选择不当,会直接影响到图像重建质量。另外,光学层析成像重建问题是一个不适定的病态问题,重建出来的数据与真实的数据之间存在一定的差距。在今后的工作中将加入图像先验信息,使光学层析成像在多准则条件下重建,以提高图像的重建质量,减小重建数据与真实数据之间的差距,使得重建图像更真实地逼近原始图像。

参 考 文 献

- 1 Xie Honglan, Gao Hongyi, Chen Jianwen *et al.*. A method of eliminating scattered light in X-ray fluorescent tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(4): 385~389 (in Chinese)
谢红兰,高鸿奕,陈建文等. X射线荧光层析成像中消除散射光的方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(4): 385~389
- 2 Yao Hongbing, He Anzhi. Improvement of the reconstruction algorithm of optical computerized tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 158~161 (in Chinese)
姚红兵,贺安之. 光学层析重建算法改进的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 158~161
- 3 Yuanmei Wang, Jianping Cheng, Pheng Ann Heng. Vector entropy imaging theory with application to computerized tomography[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2002, **47**(13): 2301~2310
- 4 Gao Hongyi, Xie Honglan, Chen Jianwen *et al.*. Experimental research on hard X-ray phase-contrast imaging[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(2): 167~169 (in Chinese)
高鸿奕,谢红兰,陈建文等. 硬 X射线相位衬度成像的实验研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(2): 167~169
- 5 Zhong Jinan, Guo Yinbiao, Zhu Aijun. Theoretical investigation of free-electron driven X-ray lasers[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(1): 26~30 (in Chinese)
仲进安,郭隐彪,朱爱军. 自由电子抽运 X射线激光的理论探讨[J]. *中国激光*, 2005, **32**(1): 26~30
- 6 S. Wang, X. C. Zhang. Terahertz wave tomographic imaging with a fresnel lens[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(1): 53~55
- 7 Ming He, Jin Wang, Mingsheng Zhan. Imaging an atomic beam using fluorescence[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(9): 497~499
- 8 Jae Hoon Lee, Seunghwan Kim, Youn Tae Kim. Finite element method for diffusive light propagation in index-mismatched media[J]. *Optics Express*, 2004, **12**(8): 1727~1740
- 9 Hamid Dehghani, Ben Brooksby, Karthik Vishwanath *et al.*. The effects of internal refractive index variation in near-infrared optical tomography: a finite element modeling approach[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2003, **48**(16): 2713~2727
- 10 Oliver Dorn. A transport-backtransport method for optical tomography[J]. *Inverse Problems*, 1998, **14**(5): 1107~1130
- 11 Alexander D. Klose, Andreas H. Hielscher. Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer—Part 2: inverse model[J]. *J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2002, **72**(5): 715~732
- 12 Alexander D. Klose, Uwe Netz, Jürgen Beuthan *et al.*. Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer—Part 1: forward model[J]. *J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2002, **72**(5): 691~713