

文章编号: 0253-2239(2005)11-1457-4

# 产生拉盖尔-高斯模的全息光栅实验研究\*

蔡 田 张晓波 叶芳伟 李永平\*\*

(中国科学技术大学物理系, 合肥 230026)

**摘要:** 拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian, LG)模是光子的轨道角动量本征态,它在未来的光镊、量子信息和计算等领域有潜在的应用价值。分别用两种记录介质-全息干板和喷墨透明胶片-制作了全息光栅。通过这种全息光栅在实验上产生了拓扑数从一阶到高阶的拉盖尔-高斯模,同时观察到高阶模的空间不稳定特性。并且详细讨论了光栅制作过程中的各种控制参量如曝光时间及强度对光栅衍射效率的影响。

**关键词:** 信息光学; 拉盖尔-高斯模; 叉形全息光栅

中图分类号: O438 文献标识码: A

## Experimental Study of the Holographic Grating to Produce the Laguerre-Gaussian Modes

Cai Tian Zhang Xiaobo Ye Fangwei Li Yongping

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

**Abstract:** Laguerre-Gaussian (LG) mode is the eigen-state of the orbital angular momentum of photon. It has potential applications in the fields of optical tweezer, quantum information process and computation. Two kinds of recording mediums — holographic plate and ink-jet transparent film — are used to manufacture the holographic grating. Laguerre-Gaussian (LG) modes with topological indices from the first order to high order have been observed in the experiment. It is also noticed the high order modes are spatial unstable. Furthermore, the related controlling parameters, such as the exposure time and intensity which influence the diffraction efficiency, are discussed in detail.

**Key words:** information optics; Laguerre-Gaussian mode; forked holographic grating

### 1 引 言

对含有相位奇点(phase singularity)光束的研究是近年来比较热门的一个方向<sup>[1~9]</sup>。所谓“相位奇点”是指光场中那些相位不确定的地方,那里的光波振幅为零,强度显示出暗点<sup>[1]</sup>。围绕相位奇点,光束呈现出螺旋的波前特性<sup>[2]</sup>。这种光束在光镊<sup>[3]</sup>、原子捕获、量子信息处理<sup>[4]</sup>和光学计算上有潜在的重要应用价值。拉盖尔-高斯(Laguerre-Gaussian, LG)模就是其中很典型的一种。

实验上,为研究或利用拉盖尔-高斯光束的特殊性质,首先需要产生拉盖尔-高斯模。普通激光器输

出的一般为高斯光(LG<sub>0</sub><sup>0</sup>或HG<sub>0</sub><sup>0</sup>)。为了得到LG<sub>p</sub><sup>1</sup>模,需要模式转换,即将高斯模通过某种装置(称模式转换器)转换成我们需要的拉盖尔-高斯模。目前发展了三种这样的模式转换器,即叉形光栅<sup>[5]</sup>、螺旋相位板<sup>[6]</sup>和柱形透镜转换器<sup>[7]</sup>。

本文将就操作简便的全息叉形光栅法做详细的讨论。

### 2 实验原理

拉盖尔-高斯模是在傍轴近似的条件下,亥姆霍兹方程在柱坐标系中的解,它的复振幅表示为<sup>[8]</sup>

\* 国家自然科学基金(10274078)资助课题。

作者简介: 蔡 田(1980~),女,安徽合肥人,中国科学技术大学物理系硕士研究生,主要从事衍射光学元件和空间光孤子方面的研究。

\*\* 通信联系人。E-mail: liyp@ustc.edu.cn

收稿日期: 2004-11-18; 收到修改稿日期: 2005-04-04

$$LG_p^l(r, \theta, z) = \frac{d_{lp}}{w} \left( \frac{\sqrt{2}}{w} r \right)^{|l|} (-1)^p \exp(-i l \theta) L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w^2} \right) \exp[i(2p + |l| + 1)\phi] \exp \left[ -r^2 \left( \frac{1}{w^2} + \frac{ik}{2R} \right) \right],$$

其中  $\phi = \arctan(z/z_R)$ , 称 Guoy 相位;  $z_R = kw_0^2/2$ , 称瑞利 (Rayleigh) 长度;  $w_0$  为束腰半径;  $w = w_0/\cos \phi$ , 是  $z$  处的光束半径;  $R = z/\sin^2 \phi$ , 是  $z$  处光束的曲率半径;  $d_{lp} = \sqrt{2p!/\pi(|l|+p)!}$ , 是归一化因子;  $l, p$  是整数 ( $p \geq 0$ ), 用来表征某个特殊的拉盖尔-高斯模;  $L_p^{|l|}$  为连带拉盖尔多项式。

全息图是目的光与参考光干涉图样的记录。为了产生拉盖尔-高斯模, 考虑具有相位奇点的沿  $z$  方向传播的目的光<sup>[9]</sup>

$$E(r, \theta, z) = E_0 \exp(iq \theta) \exp(-ikz), \quad (1)$$

式中  $q$  对应拉盖尔-高斯模式中的角量子数为  $l$  的拓扑阶数。

一般参考光选择传播方向与  $z$  轴成一定角度的平面波  $u$ , 其数学表达式如下:

$$u = \exp(-ik_x x - ik_z z), \quad (2)$$

在  $z = 0$  平面我们可以得到两束光的相干图样:

$$I = 1 + E_0^2 + 2E_0 \cos(k_x x - q \theta), \quad (3)$$

由此干涉图样决定的全息光栅周期为  $\Lambda = 2\pi/k_x$ 。这时周期透过率函数  $T(x)$  可以用傅里叶级数表示:

$$T(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} A_n \exp(i2\pi n x / \Lambda), \quad (4)$$

式中  $A_n = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} T(x) \exp(-i2\pi n x / \Lambda) dx$ , 是  $n$  级衍射的振幅。

可把  $T(x)$  简化为闪耀型光栅的透过函数

$$T(x) = \exp[im \text{Mod}(x, \Lambda)], \quad (5)$$

$m$  是相位调制的振幅,

$$\text{Mod}(a, b) = a - b \text{Int}(a/b),$$

最后(4)式的强度分布简化为

$$I = \text{Mod}(q \theta - kx, 2\pi), \quad (6)$$

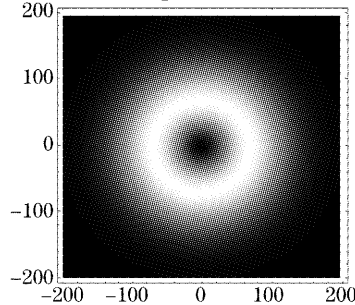


图 1  $LG_0^1$  的强度分布图

Fig. 1 Intensity distribution of  $LG_0^1$  mode

图 1 是  $LG_0^1$  的横向强度分布图。可以看到相位奇点即原点处光强为零。图 2(a) 是该模和平面波的干涉图, 可以看到在原点处多产生了一条条纹, 形成了叉形光栅。

### 3 实 验

#### 3.1 光栅的制备

用计算机针对(6)式编程, 在高分辨率模式(4096 pixel × 2732 pixel)下调节, 并且修改拓扑阶数  $q$  制作了几种不同拓扑阶数的相位型光栅模式图, 如图 2(a), 图 3(a)。这些叉形光栅模式图是灰度图, 我们把灰度图转换成 bmp 格式文件, 通过胶片记录器<sup>[10]</sup> (Agfa plus 刻录机; 4096 pixel × 2732 pixel 对应 35 mm × 23 mm 型号胶片) 直接刻录在照相用胶片 (Kodak Ektachrome Professional 100 反转片) 上, 胶片上的光栅模式图中光栅周期  $\Lambda \approx 10^2 \mu\text{m}$ 。胶片刻录完毕后, 需要影印到全息干板上制成全息光栅。用电子曝光箱 (Qihe 电子曝光箱 QH-6 型) 把全息干板 (天津号干板) 覆盖在胶片上对其进行曝光等操作, 流程如表 1 所示, 实验中为提高衍射效率最后对光栅进行了漂白。在尝试了几种漂白剂配方后, 使用了使光栅衍射效率最高的配方: 1.8 g 重铬酸钾, 1 ml 浓硫酸, 4 g 溴化钾。把它们依次溶解于温度不高于 40 °C 的蒸馏水中并加至 1 L。经过表 1 所示流程, 最后得到几乎完全透明的相位型光栅。这种光栅以折射率调制为主并带有一定的浮雕 (厚度调制), 从而调制了入射光的光程去改变其波前相位分布。

表 1 冲洗和漂白流程图

Table 1 Processing of the holographic film

Process			Time
1	Exposure		
2	Develop	(KodakD-19)	4 min
3	Rinse	Distilled water	1 min
4	Fix	(KodakF-5)	4 min
5	Rinse	Distilled water	1 min
6	Bleach	(mentioned at page 3, line 16)	5 min
7	Rinse	Distilled water	1 min
8	Rinse	10 ml acetic acid in 990 ml distilled water	10 min
9	Drying		

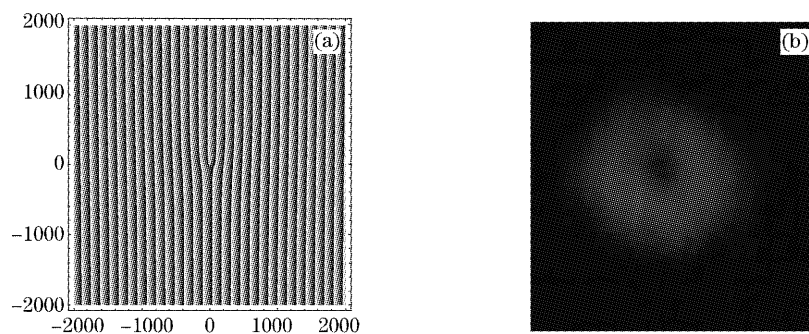


图 2 (a)  $LG_0^1$  与平面波的干涉图, (b)  $l=1$  的光栅在远场产生的+1 级衍射图样

Fig. 2 (a) Interference pattern of the plane wave and  $LG_0^1$  mode, (b) first-order diffraction pattern of grating with  $l=1$  in a far-field zone

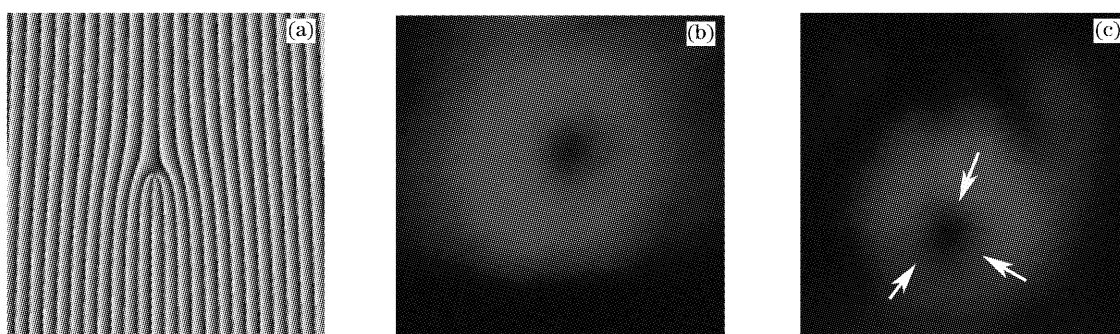


图 3  $l=3$  的光栅(a)及其在近场(b)和远场(c)产生的+1 级衍射图样

Fig. 3 Sample of  $l=3$  grating (a) and first-order diffraction pattern of grating with  $l=3$  in a near-field zone (b) and in a far-field zone (c)

### 3.2 光栅样品测试及结果

用 He-Ne 激光器产生的高斯基模光束垂直照射光栅。激光口径约 1.5 mm。注意调节光栅的位置使得光栅的奇点处于该口径内。CCD 记录了远场的衍射花样。功率仪测量不同衍射级光束的光强用来计算衍射效率。

图 2 显示的是拓扑阶数  $q=1$  光栅和其+1 级衍射图样的横截面分布图。该叉型光栅[图 2(a)]产生了含有相位奇点的强度分布,在奇点附近强度陡然降为 0。实验测得[图 2(b)]的+1 级衍射效率约 30%。

图 3(a)是拓扑阶数  $q=3$  光栅,在近场,看到在衍射级光束中心有个明显比一阶光栅对应情形大的暗斑[图 3(b)]。然而在远场,该暗斑分成了 3 个强度为 0 的暗斑[图 3(c)],在光屏上可实时看出暗斑分布,但因为摄影像素和印刷复制等原因,在文中图上看不清晰。所以暗斑处均以箭头标出),显示了高阶拉盖尔-高斯模的空间不稳定性。实验测得的三阶光栅的+1 级衍射效率约 20%。

### 3.3 分析

在相同条件下(室温,相同试剂,相同曝光强度)对曝光时间不同的光栅样品进行比较,发现曝光时

间 7 s 的样品较 5 s 的样品衍射效率明显增强,但随着时间的延长,效率并不一味增强。8 s 的样品效率反而降低。说明衍射效率对曝光时间存在一个最优效应<sup>[11]</sup>。如图 4 所示。

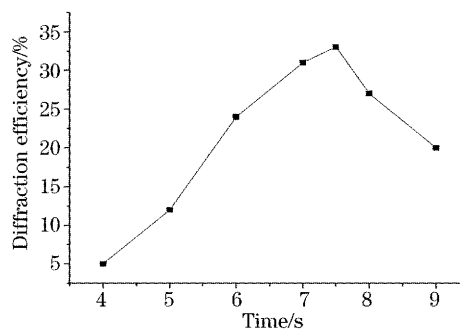


图 4 在同一曝光强度(150 V)下,衍射效率随曝光时间的变化曲线

Fig. 4 Diffraction efficiency curve with different exposure time under same exposure intensity (150 V)

若在相同曝光时间下改变曝光强度,比较获得的样品,发现在中度光强(控制电压)下获得的样品比弱光(40 V)和强光(220 V)下的样品衍射效率都略高。但没有曝光时间改变带来的效应明显。

这两个实验结论都证实了可以按明胶厚度和记录条件设置最佳曝光量,使全息图的衍射效率能控制在最佳状态<sup>[12]</sup>。如表 2 所示。

表 2 各种不同强度和曝光时间下衍射效率的比较

Table 2 Diffraction efficiency with different exposure intensity and time

Diffraction efficiency / %	Intensity / V	Time / s		
		40	150	220
5		7.8	12.3	11.2
6		18.1	24.6	22.4
7		25.3	31.5	28.7
7.5		28.2	33.4	31.3

用功率计测量功率时发现入射光通过光栅后整体光强有一定损失,损失约为 30%。这是由于实验采用的材质透过率不高,此外由于非线性效应和残留明胶的吸收和散射等一系列难以避免的误差,实验制得的光栅衍射效率在 20%~30%之间。

### 3.4 喷墨胶片制作的光栅

上述制作得到的相位型光栅是利用全息干板上明胶涂层的厚度差引起的折射系数不同而导致的相位改变来产生实验现象,鉴于此作了一个比制作全息光栅更简易的尝试:用喷墨打印机把由程序产生的光栅模式图 2(a)直接打印在喷墨透明胶片(3M 公司 3460 型喷墨式打印机胶片)上,利用不同部分喷墨的厚度差异直接产生了光栅。用此光栅实验上也成功地产生了模(图 5)。但是,由于喷墨的分辨力不高(1200 dpi×1200 dpi),它产生的光栅衍射效率约为 10%,不如全息光栅高。

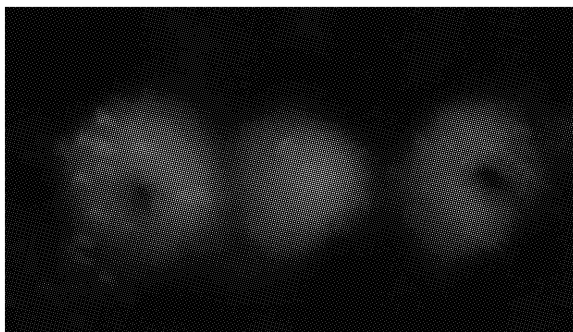


图 5 喷墨透明胶片制作的  $l=1$  光栅产生的  $LG_0^1$  模图样

Fig. 5 First-order pattern of  $l=1$  grating produced by ink-jet transparent film

## 4 结 论

用高斯光束照在不同拓扑指数的全息光栅上获得了对应的拉盖尔-高斯模。本实验也预示了随着漂白技术和潜像监测等技术的发展完善,制作效率接近 100%的从高斯模到拉盖尔-高斯模的转化光栅是可能的<sup>[11,12]</sup>。利用喷墨打印机也可以制作相位光栅,方法更加简便,且随着将来更高分辨力打印机的出现有很大应用前景。这都将大大简化获得拉盖尔-高斯模的操作。

### 参 考 文 献

- 1 I. V. Basistiy, V. Yu. Bazhenov, M. S. Soskin *et al.*. Optics of light beams with screw dislocations[J], *Opt. Commun.*, 1993, **103**: 422~428
- 2 V. Yu. Bazhenov, M. S. Soskin, M. V. Vasnetsov. Screw dislocations in light wavefronts[J]. *J. Modern Optics*, 1992, **39**(5): 985~990
- 3 K. T. Gahagan, G. A. Swartzlander, Jr. Optical vortex trapping of particles[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(11): 827~829
- 4 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(11): 8185~8189
- 5 N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith *et al.*. Laser beams with phase singularities [J]. *Opt. Quantum Electron.*, 1992, **24**: S951~S962
- 6 G. A. Turubule, D. A. Robertsov, G. M. Smith *et al.*. The generation of free-space Laguerre-Gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **127**: 183~188
- 7 J. Courtial, M. J. Padgett. Performance of a cylindrical lens mode converter for producing Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **159**: 13~18
- 8 Taro Hasegawa, Tadao Shimizu. Frequency-doubled Hermite-Gaussian beam and the mode conversion to the Laguerre-Gaussian beam[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **160**: 103~108
- 9 H. He, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop. Optical particle trapping with higher-order doughnut beams produced using high efficiency computer generated holograms [J]. *J. Modern Optics*, 1995, **42**(1): 217~223
- 10 J. Arlt. Applications of Laguerre-Gaussian beams and Bessel beams to both nonlinear optics and atom optics[D]. Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, 1999
- 11 Zhao Jinsong, Li Lifeng, Wu Zhenhua. Modeling of in-situ monitoring curves during development of holographic gratings[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 851~858 (in Chinese)  
赵劲松, 李立峰, 吴振华. 全息光栅制作中的实时潜像自监测技术[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 851~858
- 12 Jiang Genshan, Lü Yueguang, Huang Mingqiang. Experimental research on the refractive index modulation of silver-halide plate with dilution developing process [J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(2): 191~195 (in Chinese)  
姜根山, 吕跃广, 黄明强. 银盐干板稀释显影折射率调制特性实验研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(2): 191~195