

文章编号: 0253-2239(2005)10-1302-5

弱渐变抛物型光纤传导模式的截止频率与介电比

余 恬 陈 川

(山东大学信息科学与工程学院, 济南 250100)

摘要: 在弱渐变假定下,研究了抛物型渐变光纤传导模式的截止频率对折射率参量的依赖关系。采用矢量场法,得到了在弱导条件下传导模式的特征方程和截止频率的近似计算公式。引入了介电比 γ ,它是由光纤三个折射率参量所确定的常数。在弱导近似的条件下,归一化截止频率仅与 γ 这一个变量有关,任一渐变抛物型光纤的实际截止频率可通过 γ 而由归一化截止频率简单求得,从而找到了渐变光纤的实际截止频率与归一化截止频率间的联系。给出了归一化截止频率随 γ 的变化曲线,归一化截止频率随 γ 的增加而单调上升,但 HE_{1m} 模截止频率的上升规律与其他模式不同。

关键词: 导波光学; 截止频率; 矢量场法; 抛物型光纤; 介电比

中图分类号: O431 文献标识码: A

Cut-Off Frequencies and the Permittivity Ratio of Propagation Modes in Parabolic Weakly-Graded Optical Fibers

Yu Tian Chen Chuan

(School of Information Science and Engineering, Shandong University, Jinan 250100)

Abstract: Under the assumption of weakly graded, the dependences of cut-off frequency of guided modes in graded parabolic index optical fibers on refractive indexes of fiber are investigated. The eigenvalue equation and approximate formula for cut-off frequencies of guided modes are obtained by vector-field-method. A parameter γ , called "permittivity ratio", is defined, which is a constant determined by three refractive indexes of a fiber. It is shown that the normalized cut-off frequencies depend on γ merely. Actual cut-off frequencies of a parabolic index fiber can be obtained with normalized cut-off frequencies by γ simply, and consequently the definite relations between actual frequencies and normalized ones of the graded index fibers are obtained. The curves of normalized cut-off frequencies varying with γ for several modes are displayed. It is shown that the cut-off frequencies increase with γ monotonously, and the rule of increase of HE_{1m} modes is different from that of other modes.

Key words: guided-wave optics; cut-off frequency; vector-field-method; parabolic optical fibers; permittivity ratio

1 引 言

色散特性分析是光纤理论的重要内容之一,其方法和某些结论甚至也被应用到对光子晶体光纤的色散特性分析中^[1~3]。传导模式的截止频率是色散特性的一个重要参量,它依赖于光纤的折射率分布。渐变光纤是指折射率在纤芯中沿径向渐变,而在包层中则仍为常量的光纤。若折射率在芯-包界面处不连续,截止频率就依赖于多个折射率参量(例如抛物型光纤依赖于三个参量)。众所周知,对阶跃光纤,通过引入归一化频率,可使同一模式在任何一种

阶跃光纤中都有相同的色散曲线和截止频率,这对于光纤的理论分析和实际设计工作有重要的意义。但对于渐变光纤,由于其特征方程比归一化频率涉及的折射率参量更多,故至今未能象对阶跃光纤那样,得到归一化截止频率与实际截止频率间普遍适用的联系。这显然不便于渐变光纤的理论分析与设计工作。本文的目的就是针对弱渐变抛物型光纤解决上述问题。

弱导光纤是一类有重要应用的光纤,其基本特征是小的折射率差,弱渐变抛物型光纤也属于弱导

作者简介: 余恬(1950~),男,山东青岛人,山东大学信息科学与工程学院教授,主要从事光波导和光纤传输理论方面的研究。E-mail: yutian@sdu.edu.cn

收稿日期: 2004-09-21; 收到修改稿日期: 2005-03-22

光纤。弱导条件允许人们采用近似的分析手段。在不涉及模式色散的情况下可以采用标量法近似^[4]。但对于模式色散问题,则由于涉及到边界条件,必须采用矢量解法。

迄今为止,针对渐变光纤的矢量解法已有多解^[5~7],各种解法的结果都只是近似的,表达式也十分复杂,不便于分析。本文在弱渐变假定下,对矢量场方程做了简化,进而求解了有限芯径抛物型弱渐变光纤传导模式的定解问题,给出了此类光纤中各传导模式的特征方程和归一化截止频率的近似计算式。

2 弱渐变条件下纤芯内的场方程

以光纤轴线为 z 轴,建立圆柱坐标系 (r, φ, z) 。对角频率为 ω 的简谐光波,纤芯内部的(以下标 1 代表)电场强度 \mathbf{E} 和磁场强度 \mathbf{H} 分别满足以下方程:

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(r)]\mathbf{E}_1 + \nabla \left(\frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \cdot \mathbf{E}_1 \right) = 0, \quad (1)$$

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(r)]\mathbf{H}_1 + \frac{\nabla \epsilon}{\epsilon} \times (\nabla \times \mathbf{H}_1) = 0, \quad (2)$$

其中 $k = \omega/c$ 为真空的波数, c 为真空中的光速, ϵ 为介质的介电常量, $n(r)$ 为介质的折射率:

$$n^2(r) = \epsilon_0 \epsilon(r),$$

其中 ϵ_0 为真空中介电常量, $\epsilon(r)$ 为介质的介电常量,它是半径 r 的函数。

在标量解法(例如文献[8])中,人们注意到 $\epsilon(r)$ 或 $n(r)$ 随 r 的变化很弱, $\nabla \epsilon / \epsilon \ll 1$ (此即弱渐变条件),故可忽略(1)式,(2)式中的 $\nabla \epsilon / \epsilon$ 项,从而得到关于场的横向分量的近似方程。显然,这种近似对于矢量解法同样成立,故有轴向分量 E_{1z}, H_{1z} 的近似方程:

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(r)] \begin{bmatrix} E_{1z} \\ H_{1z} \end{bmatrix} = 0. \quad (3)$$

设纤芯半径为 a 。对 $\epsilon(r)$ 呈抛物型分布的纤芯

$$n(r) = n_0 \sqrt{1 - \frac{n_0^2 - n_1^2}{n_0^2} \frac{r^2}{a^2}}, \quad (0 \leq r < a) \quad (4)$$

包层的折射率记为 n_2 。 n_0, n_1 和 n_2 均为常数, $n_0 \geq n_1, n_0 > n_2$ 。 n_0, n_1 和 n_2 三者不能同时相等,见图 1。记

$$\Delta = (n_0 - n_1)/n_0, \quad (5)$$

则在 $\Delta \ll 1$ 的弱导条件(通常光纤都满足此条件)之下,(4)式可写为

$$n^2(r) \approx n_0^2 (1 - 2\Delta r^2). \quad (6)$$

对于沿 z 轴正方向传播的光波,设

$$E_{1z}(r, \varphi, z; t) = \phi_1(r) \exp[i(\beta z + l\varphi - \omega t)], \quad (l = 0, 1, 2, \dots) \quad (7)$$

$\beta = kn$, n 为等效折射率, $\phi_1(r)$ 表示纤芯中电场函数 E_z 的径向部分。将(7)式和(6)式代入(3)式,可知 $\phi_1(r)$ 满足

$$\frac{d^2 \phi_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\phi_1}{dr} + \left[k^2 n_0^2 (1 - 2\Delta r^2) - \beta^2 - \frac{l^2}{r^2} \right] \phi_1 = 0, \quad (8)$$

该方程的解为(解法参见文献[8],但在文献[8]中, $\phi_1(r)$ 对应于标量解 E_{1y})

$$\phi_1(r) = v_0^{1/4} \zeta^{l/2} \exp(-\zeta/2) F(\alpha_l; l+1; \zeta), \quad (9)$$

式中

$$\zeta = \frac{v_0}{a^2} r^2, \quad v_0 = \tilde{\omega} \sqrt{n_0^2 - n_1^2}, \quad (10)$$

$$\alpha_l = \frac{1+l}{2} - \frac{u_0^2}{4v_0}, \quad u_0 = \tilde{\omega} \sqrt{n_0^2 - n^2}, \quad (11)$$

$\tilde{\omega} = \omega a/c$ 为无量纲常数, $F(\alpha_l; l+1; \zeta)$ 为合流超几何函数:

$$F(\alpha_l; l+1; \zeta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha_l)_k \zeta^k}{k!(l+1)_k}, \quad (12)$$

$$(\alpha_l)_k = \alpha_l(\alpha_l+1)(\alpha_l+2)\dots(\alpha_l+k-1), \quad (13)$$

$\phi_1(r)$ 可以有一常数因子,但因本文不涉及场振幅,故这里取该因子为 1。

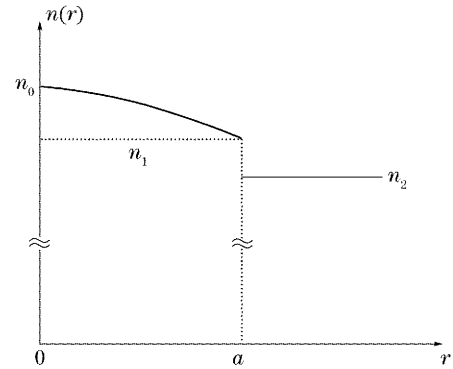


图 1 抛物型渐变光纤的 $n(r)$ 分布示意图
Fig. 1 Sketch of $n(r)$ in parabolic optical fibers

3 导模的特征方程

设包层无限厚,则在包层中(以下标 2 代表)有 $E_{2z}(r) = BK_l(\omega r/a)$, $K_l(\omega r/a)$ 为 l 阶的虚宗量贝塞尔函数, $\omega = \tilde{\omega} \sqrt{n^2 - n_2^2}$ 。 B 为待定常数。因为 E_{jz} 和 H_{jz} ($j = 1, 2$) 满足相同的微分方程,故 H_{jz} 和 E_{jz} 只相差一个常数因子。

这样,由 E_{jz} 和 H_{jz} 求得 $E_{jr}, E_{j\varphi}$ 和 $H_{jr}, H_{j\varphi}$ (矢量场法在折射率仅是 r 的函数时依然成立),再由

$r = a$ 处场的切向分量连续, 可得特征方程

$$\left(\frac{Q_1}{u^2} + \frac{Q_2}{w^2}\right)\left(\frac{Q_1}{u^2} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{Q_2}{w^2}\right) = \left(\frac{nl}{n_1}\right)^2 \left(\frac{V}{uw}\right)^4, \quad (14)$$

其中

$$\begin{cases} u^2 = \tilde{\omega}^2 (n_1^2 - n^2), \\ V^2 = \tilde{\omega}^2 (n_1^2 - n_2^2) = u^2 + w^2, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} Q_1 = l + v_0 \left(\frac{2\alpha_l}{l+1} \frac{\Phi_1}{\Phi} - 1\right), \\ Q_2 = -l - \frac{wK_{l-1}(w)}{K_l(w)}, \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \Phi = F(\alpha_l; l+1; v_0), \\ \Phi_1 = F(\alpha_l + 1; l+2; v_0), \end{cases} \quad (17)$$

对于阶跃光纤, 定义归一化频率为 $V = \tilde{\omega} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$, 这里 n_1 在整个纤芯中是常数。对于图 1 的渐变光纤, 归一化频率应定义为

$$\tilde{V} = \tilde{\omega} \sqrt{n_0^2 - n_2^2} = \sqrt{u_0^2 + w^2}, \quad (18)$$

阶跃光纤相当于抛物型光纤在 $n_1 \rightarrow n_0$ 时的极限情况。显然该定义对阶跃光纤同样适用。

4 导模的截止频率

因为传导模式仅要求 $n_2 < n < n_0$, 与 n_1 是否大于 n_2 无关, 故在 $n_1 < n_2$ 的情况下, 仍可存在传导模式。可见截止频率对应于 $n \rightarrow n_2$, 即 $w \rightarrow 0$ 。因此, 在截止频率上有

$$\begin{cases} u_{0c} = \tilde{\omega}_c \sqrt{n_0^2 - n_2^2} = \tilde{V}_c, \\ \alpha_{lc} = \frac{1+l}{2} - \frac{\tilde{V}_c^2}{4v_{0c}}, \end{cases} \quad (19)$$

其中下标 c 表示截止时, \tilde{V}_c 为归一化截止频率。

下面分 $l=0, l=1$ 和 $l \geq 2$ 三种情况讨论。

$l=0$ 时, (14) 式右边为 0, 故分解为两个方程:

$$\begin{cases} n_1^2 w^2 Q_1 + n_2^2 u^2 Q_2 = 0, \\ w^2 Q_1 + u^2 Q_2 = 0, \end{cases} \quad (20)$$

两式依次为 TE 模和 TM 模的特征方程, 其中 Q_1 ,

Q_2 取 $l=0$ 时的值。

在截止频率上, $\frac{K_1(w)}{wK_0(w)} \rightarrow \infty$ 。又因为 $n_1 \neq n_2$,

$u \neq 0$, 故两方程的解均为 $\Phi = 0$, 即

$$F(\alpha_{0c}; 1; v_{0c}) = 0, \quad (21)$$

此即 TE_{0m} 模和 TM_{0m} 模的截止频率公式 ($m=1, 2, \dots$ 为模式的序号, 下同)。

当 $l=1$ 和 $l \geq 2$ 时, (14) 式可视为关于 Q_1 的一元二次方程, 它对应于各混合模式。对于阶跃光纤中混合模式的特征方程, Gloge^[9] 曾在弱导条件下做了简化。但若注意到在弱导条件下有 $|n_1 - n_2| \ll n_1$, 在保留到 $(n_1 - n_2)/n_1$ 的一次项时, 有 $n_1^2 + n_2^2 = 2n_1 n_2$, 则可得到混合模式的更精确的 (一阶近似) 特征方程和截止频率公式^[10]。用同样的方法可写出 (14) 式的一阶近似式:

$$n_1 w^2 Q_1 + n_2 u^2 Q_2 = \pm nlV^2, \quad (22)$$

右边取“ $-$ ”和“ $+$ ”时分别对应于 HE 模和 EH 模。

现在考虑截止频率。近截止时 $n \approx n_2, w \approx 0$ 。对 $l=1$, 有 $Q_2 \approx -1 - w^2 \ln w$, 故 (22) 式成为

$$Q_1 = \frac{n_2}{n_1} u^2 \ln w + \frac{n_2}{n_1} \frac{u^2 \pm V^2}{w^2}, \quad (23)$$

$w \rightarrow 0$ 时, $\ln w \rightarrow \infty$, 而 $u \neq 0$, 故有 $Q_1 = \infty$ 。由此有

$$F(\alpha_{1c}; 2; v_{0c}) = 0, \quad (24)$$

这就是 EH_{1m} 模和 HE_{1m} 模的截止频率所满足的方程。

当 $w \rightarrow 0$ 时, 注意到 $F(\alpha; \gamma; 0) = 1$, 可知 (22) 式成为 $-n_2 = \pm n_2$ 。显然, 仅当右边取“ $-$ ”号时才有解。这表明 HE_{11} 模的截止频率为 0, 而 EH_{11} 模的截止频率不会为 0。故 EH_{1m} 模的截止频率与 $HE_{1,m+1}$ 的相同。

对 $l \geq 2$, 则有 $Q_2 \approx -l - \frac{w^2}{2(l-1)}$ (当 $w \approx 0$)。

故 (22) 式在近截止时成为

$$\frac{n_1}{n_2} Q_1 - \frac{u^2}{2(l-1)} = \begin{cases} l \left(\frac{2u^2}{w^2} + 1\right) & \text{(EH)}, \\ -l & \text{(HE)} \end{cases} \quad (l \geq 2), \quad (25)$$

因为截止时 $u^2 = V^2 \neq 0$, 故由 (25) 式可知, EH 模的截止频率满足 $Q_1 = \infty$, 即

$$\Phi_1 = F(\alpha_{lc}; l+1; v_{0c}) = 0, \quad (l \geq 2) \quad (26)$$

而 HE 模的截止频率则满足

$$\frac{2\alpha_{lc}}{l+1} \frac{\Phi_1}{\Phi} = 1 - \frac{1}{2v_{0c}} \left[4l - \frac{n_2 V_c^2}{n_1 (l-1)} \right], \quad (l \geq 2) \quad (27)$$

其中 $V_c = \tilde{\omega}_c \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ 。

作为检验,考虑以上结果在 $n_1 \rightarrow n_0$ 时的极限情况,它们应能给出阶跃光纤的相应公式。

当 $n_1 \rightarrow n_0$ 时, $v_0 \rightarrow 0, \alpha_0 \approx -u_0^2/4v_0 \rightarrow -\infty, (\alpha_0)_k \rightarrow (-u_0^2/4v_0)^k$ 。由此不难得到

$$\begin{cases} \Phi_1 \rightarrow \frac{\Gamma(l+2)}{(V/2)^{l+1}} J_{l+1}(V), \\ \Phi \rightarrow \frac{\Gamma(l+1)}{(V/2)^l} J_l(V), \end{cases} \quad (28)$$

这里 $J_l(V)$ 为 l 阶贝塞尔函数。因此,当 $\alpha_0 \rightarrow \alpha_{0c}$ 时, (21) 式成为 $J_0(u_{0c}) = 0$ 。因为对阶跃光纤,有 $u_{0c} = V_c$,故这正是熟知的阶跃光纤中 TE 和 TM 模的截止频率公式。

(27) 式则成为

$$\frac{J_{l+1}(V_c)}{J_l(V_c)} = \frac{2l}{V_c} - \frac{n_2 V_c}{2n_1(l-1)}, \quad (29)$$

利用贝塞尔函数的递推公式,可将上式化为

$$\frac{J_{l-1}(V_c)}{J_l(V_c)} = \frac{n_2 V_c}{2n_1(l-1)}, \quad (l \geq 2) \quad (30)$$

这正是阶跃光纤中 HE_{lm} 模截止频率的一阶弱导近似公式^[10]。

由(28)式又可知, EH 模的截止频率(24)式和(26)式在 $n_1 \rightarrow n_0$ 时成为 $J_l(V_c) = 0, l = 1, 2, 3, \dots$ 。这正是阶跃光纤中熟知的结果。

5 截止频率与介电比

在前面的讨论中已经看到,渐变光纤的归一化频率只涉及 n_0 和 n_2 ,但特征方程却还涉及到 n_1 ,因此由方程解得的归一化截止频率只对特定的 n_1 有效。这使渐变光纤的归一化截止频率在应用上受到了很大的限制。下面将要引入的“介电比”可以解决这个问题。

总结第 4 节的讨论,可知除 HE_{11} 模的截止频率恒为 0, HE_{lm} 模 ($l \geq 2$) 的截止频率由(27)式确定外,其余各传导模式的截止频率皆可由以下方程确定:

$$F(\alpha_{lc}; l+1; v_{0c}) = 0, \quad (l = 1, 2, 3, \dots) \quad (31)$$

令

$$\gamma = \sqrt{(n_0^2 - n_1^2)/(n_0^2 - n_2^2)}, \quad (32)$$

因为 $n_i^2 = \epsilon_n (i = 0, 1, 2)$ 为介质的相对介电常量,故不妨称 γ 为渐变光纤的“介电比”。显然, $\gamma = 0$ 对应于阶跃光纤,而 $\gamma = 1$ 则对应于芯-包界面处折射率连续 ($n_1 = n_2 < n_0$) 的渐变光纤。 $\gamma > 1$ 对应于 $n_1 < n_2$, 这是折射率在芯-包界面处有下陷的光纤。

这样,在截止频率上(对应于 $n = n_2$, 或 $w = 0$),

有

$$v_{0c} = \gamma \tilde{V}_c, \quad \alpha_{lc} = \frac{1+l}{2} - \frac{\tilde{V}_c}{4\gamma}, \quad (33)$$

这样,(31) 式成为 \tilde{V}_c 与 γ 的隐函数关系,故 $TM_{0m}, HE_{1,m+1}$ 和 EH_{lm} 各模式的 \tilde{V}_c 仅由 γ 决定。

(27) 式不仅与 γ 有关,还与 n_2/n_1 有关。但若采取 Gloge 的弱导近似方法^[9], 则可将式中方括号内的 n_2/n_1 近似取为 1(但 V_c 中仍保持 n_1 与 n_2 不同)。这样, HE_{lm} 模 ($l \geq 2$) 的 \tilde{V}_c 亦可看做仅取决于 γ 。

对一定的模式而言,一定的介电比 γ 对应于一定的归一化截止频率 \tilde{V}_c ,故可绘出各模式的 $\tilde{V}_c \sim \gamma$ 曲线。这样,对于一定的光纤,可以根据其 γ 值,由 $\tilde{V}_c \sim \gamma$ 曲线查得相应的 $\tilde{V}_c(\gamma)$,于是其实际截止频率即可由下式简单求出:

$$\omega_c(\gamma) = \frac{c}{a} \frac{\tilde{V}_c(\gamma)}{\sqrt{n_0^2 - n_2^2}}, \quad (34)$$

这就为渐变光纤的归一化截止频率与实际截止频率间建立了确定的联系。因此,介电比对归一化截止频率的实际应用有积极的意义。

图 2 是按(31)式和(27)式计算得到的几种模式的 $\tilde{V}_c \sim \gamma$ 曲线。对任意给定的 n_0, n_1 和 n_2 ,皆可根据(32)式,由图查知各模式的 \tilde{V}_c 。假定 $n_0 = 1.50, n_2 = 1.49$,则 $\gamma = 1.5$ 对应于 $n_1 = 1.48$,故图中 γ 的取值范围满足弱导近似条件 $|n_1 - n_2| \ll n_1$ 。

由图 2 可见, γ 越大(即纤芯的折射率曲线向下弯曲得越甚,或对阶跃光纤偏离得越大),各模式的截止频率 \tilde{V}_c 就越高。其中, HE 模与 EH 模和 TE 模、TM 模不同,前者的截止频率上升特别快,而且有这样的规律:若 $M_{l-2,m}$ 是在 $\gamma = 0$ 处与 HE_{lm} 有相同 \tilde{V}_c 的模式,则在 γ 较大时(当然应满足弱导条件), HE_{lm} 的 \tilde{V}_c 就趋向于与 $M_{l-2,m+1}$ 模式相同。此外,图中 $\gamma = 0$ 处的 \tilde{V}_c 值给出阶跃光纤相应模式的截止频率 V_c ,它们都与已知的结果相同。

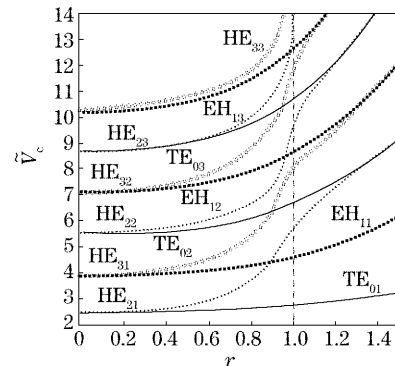


图 2 几种模式的 $\tilde{V}_c \sim \gamma$ 数值计算曲线
Fig. 2 Calculated relations of $\tilde{V}_c \sim \gamma$ for several modes

6 结 论

对抛物型光纤可定义介电比 γ , 在弱渐变条件下, 各传导模式 (HE_{11} 模除外) 的归一化截止频率 \tilde{V}_c . 对应于确定的 γ . 折射率不同的弱渐变抛物型光纤各模式的 \tilde{V}_c 值可根据其 γ 值由 $\tilde{V}_c \sim \gamma$ 曲线查得, 并可进而得到相应的实际截止频率. 因此, 介电比对于多模弱渐变光纤是一个有用的参量. $\tilde{V}_c \sim \gamma$ 曲线显示, 纤芯的折射率 $n(r)$ 曲线向下弯曲越甚, 传导模式的截止频率就越高. 这对了解非严格的抛物型光纤, 以及对光子晶体光纤的分析和设计工作, 也有一定的参考价值.

参 考 文 献

- 1 Li Shuguang, Liu Xiaodong, Hou Lantian. The study of waveguide mode and dispersion property in photonic crystal fibres [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(11): 2811~2817 (in Chinese)
李曙光, 刘晓东, 侯蓝田. 光子晶体光纤的导波模式与色散特性 [J]. *物理学报*, 2003, **52**(11): 2811~2817
- 2 Wang Zhi, Ren Guobin, Lou Shuqin *et al.*. The mode characteristics of the photonic crystal fibers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(3): 324~329 (in Chinese)
王 智, 任国斌, 娄淑琴 等. 光子晶体光纤模式特性的研究 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(3): 324~329
- 3 Li Yanfeng, Wang Qingyue, Hu Meilie *et al.*. Dispersion calculation of photonic crystal fibers by the normalization technique [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(5): 1396~1400 (in Chinese)
栗岩锋, 王清月, 胡明列 等. 光子晶体光纤色散的无量纲化计算方法 [J]. *物理学报*, 2004, **53**(5): 1396~1400
- 4 Lin Bin, Guo Fuyuan, Chen Yuqing *et al.*. Beam characteristic analysis of scalar diffraction from weakly guiding optical fiber [J]. *Chin. J. Lasers*, 2003, **30**(9): 809~813 (in Chinese)
林 斌, 郭福源, 陈钰清 等. 弱导光纤的标量衍射光束特性分析 [J]. *中国激光*, 2003, **30**(9): 809~813
- 5 Kurtz C. N., Streifer W.. Guided waves in inhomogeneous focusing media. Part I and II [J]. *IEEE Trans. Microwave Theory and Technol.*, 1969, **MTT-17**(1): 11~15, 250~253
- 6 Hashimoto M., Nemoto S., Makimoto T.. Analysis of guided waves along the cladded optical fiber: Parabolic-index core and homogeneous cladding [J]. *IEEE Trans. Microwave Theory and Technol.*, 1977, **MTT-25**(1): 11~17
- 7 Yamada R, Inabe Y. Guided waves in an optical square-law medium [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**(7): 964~968
- 8 Liao Yanbiao. *Fiber Optics* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 33~36 (in Chinese)
廖延彪. 光纤光学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000. 33~36
- 9 Gloge D. Weakly guiding fibers [J]. *Appl. Opt.*, 1971, **10**(10): 2252~2258
- 10 Yu Tian, Wang Fuxun. The first order weakly-guiding approximation for the eigenvalue equation of hybrid modes in a step-index optical fiber [J]. *J. Shandong University (Natural Science)*, 2002, **37**(5): 438~441 (in Chinese)
余 恬, 王福勋. 阶跃光纤中混合模式特征方程的一阶弱导近似 [J]. *山东大学学报(理学版)*, 2002, **37**(5): 438~441