

文章编号: 0253-2239(2005)01-131-5

径向双折射滤波器的超分辨性能研究*

云茂金 刘立人 孙建锋 刘德安

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 超分辨技术因其可以超越经典的衍射极限而为人们所熟知,并且在光存储和共焦扫描成像系统中有着广泛的应用。把由两个偏振器和一个圆对称的双折射元件组成的径向双折射滤波器引入超分辨技术,借助琼斯算法推导出其光瞳函数的表达式。由分析得出通过改变径向双折射滤波器中偏振器的偏振方向和双折射元件的主轴之间的夹角,即可实现光学系统的横向超分辨或轴向超分辨。同时对评价该器件超分辨性能的参量第一零点比、斯特尔比和旁瓣强度抑制比做了详细的讨论。该滤波器用于超分辨技术的优点在于其制作不涉及相位的变化而比较简单,且费用比较低。缺点是旁瓣能量过高,但可以通过采用共焦系统来抑制。

关键词: 信息光学; 超分辨; 径向双折射滤波器; 光瞳函数

中图分类号: TB851 文献标识码: A

Research on Superresolution of Radial Birefringent Filter

Yun Maojin Liu Liren Sun Jianfeng Liu Dean

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: Superresolution technique is well known for the ability of compressing the central diffraction spot beyond the classic diffraction limit, and it has a wide application in the optical storage and the confocal imaging systems. The radial birefringent filter which consists of two parallel polarizers and a rotationally symmetric birefringent element is introduced into the superresolution technology, and with Jones calculus the pupil function of it is deduced. It is shown that with such filter transverse or axial superresolution can be realized just by changing the angle between the polarizers and the radial birefringent element. At the same time, the superresolution parameters G , Strehl ratio S and the influence of side-lobes are discussed. Advantages of such filter are that it is relatively simple to construct as it requires no phase changes with low cost. Disadvantage is its high strength of the side-lobes, but that can be suppressed by applying confocal system.

Key words: information optics; superresolution; radial birefringent filter; pupil function

1 引 言

超分辨技术在理论和实际应用中都引起人们的极大关注。从理论的观点来看超分辨技术为超越经典的衍射极限提供了一种方法;从实际应用的观点看,超分辨在天文学、图像处理、共焦扫描成像、光存储、激光打印等技术中有着广泛的应用^[1~3]。根据不同的情况,超分辨技术可以得到特定方向上的超越经典衍射极限的分辨率。比如:在光存储和激光打印中希望在焦面上得到比艾里斑小的衍射图样,而在共焦扫描成像中希望得到轴向超分辨。

Toraldo di Francia^[4]最先提出了超过阿贝衍射极限的可能性,之后超分辨技术和超分辨元件引起人们的极大关注。光瞳滤波器可以有效地提高光学系统的分辨率,为实现轴向超分辨、横向超分辨及三维超分辨分别设计了不同的光瞳滤波器^[5~7]。目前大部分光瞳滤波器为环形光瞳或漏光型环形光瞳滤波器。最近 Boyer^[8]报道了基于长球面波函数的连续型光瞳滤波器在共焦扫描成像系统中的应用。另外振幅型的环形 Toraldo^[9]滤波器可以减小旁瓣强度,并且其超分辨性能的实验结果已有报道。最近

* 国家自然科学基金(60177016)和国家科技部重大基础研究专项基金(2002CCA03500)资助课题。

作者简介: 云茂金(1974~),男,山东人,中国科学院上海光学精密机械研究所在读博士生,研究方向主要包括晶体光学和信息光学。E-mail: qfymj@sina.com

收稿日期: 2004-01-09;收到修改稿日期: 2004-05-27

Whiting 等^[10]提出了借助于偏振效应实现三维超分辨的方法。

本文把由两个偏振器和一个圆对称的径向双折射元件组成的径向双折射滤波器引入超分辨技术,通过设计该滤波器的主要参量实现了系统的横向超分辨或者是轴向超分辨,同时得出了描述超分辨性能参量第一零点比 G 和斯特尔比^[11] S 的数值。

2 系统焦点附近轴向和横向的振幅分布情况^[7,12]

根据 Born 和 McCutchen 的理论,单色光入射图 1 所示的装置时,系统焦点附近的复振幅 U 的归一化分布可以表示为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(-\frac{iu\rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (1)$$

其中 ρ 为归一化的半径, $P(\rho)$ 是系统的光瞳函数, $J_0(v\rho)$ 为零阶贝塞尔函数。经典的衍射极限是在假设 $P(\rho) = 1$ 的条件下得到的。 v 和 u 分别对应接收面上的横向坐标 r 和轴向坐标 z , 假设折射率 $n = 1$, 且有

$$v = kr \sin \alpha, \quad (2)$$

$$u = 4kz (\sin \alpha/2)^2, \quad (3)$$

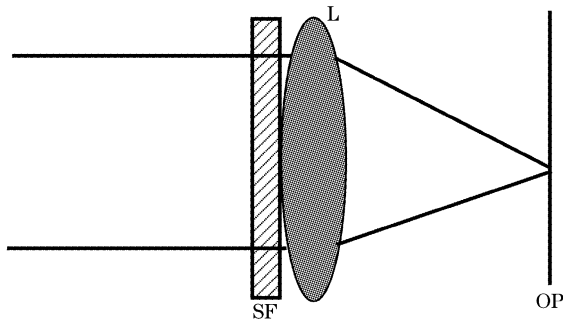


图 1 超分辨系统示意图,其中 L 为透镜,SF 为超分辨光瞳滤波器,OP 为观察平面(即透镜的焦平面)

Fig. 1 System for the superresolution where L is lens, SF is superresolved filter and OP is observation plane

其中 $k = 2\pi/\lambda$, $\sin \alpha$ 为系统的数值孔径。当 $u = 0$ 时,根据(1)式可以得到系统焦平面上的振幅分布为

$$U(v, 0) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \rho d\rho, \quad (4)$$

因此系统焦平面上的振幅分布为光瞳函数 $P(\rho)$ 的汉克尔变换。当 $v = 0$ 时,对应系统轴上的振幅分布为

$$U(0, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp\left(-\frac{iu\rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (5)$$

假设该系统的光瞳函数 $P(\rho)$ 是圆对称的,且有 $t = \rho^2$, (5) 式变为

$$U(0, u) = 2 \int_0^1 Q(t) \exp\left(-\frac{iut}{2}\right) dt, \quad (6)$$

因此系统轴向振幅分布由光瞳函数 $Q(t)$ 的傅里叶变换所决定。

3 径向双折射滤波器的光瞳函数

利用偏振特性可以改变光学成像系统的光瞳函数,文献^[13]中通过在透镜孔径的两侧加偏振膜修正了系统的光瞳函数,但其制作和精确调整都比较困难。本文把径向双折射滤波器引入超分辨技术,通过修正其光瞳函数实现了光学系统的超分辨。结构最简单的径向双折射滤波器由两个平行的偏振器及位于其间的空间双折射元件^[14]组成(如图 2)。假设图 2 中所示的空间双折射元件的曲率半径为 R , 中间厚度为 d_0 , 其主轴与 x 轴之间的夹角为 θ , 则通过该器件所产生的相位差为

$$\delta(\rho) = \frac{2\pi\Delta n}{\lambda} d(\rho), \quad (7)$$

其中 Δn 为材料的双折射率, λ 为入射波长, $d(\rho)$ 为双折射元件的厚度且有

$$d(\rho) = d_0 - R \left[1 - \left(1 - \frac{\rho^2}{R^2} \right)^{1/2} \right], \quad (8)$$

如果 $R \gg \rho$, (8) 式简化为

$$d(\rho) = d_0 + \rho^2/(2R), \quad (9)$$

因此该双折射元件的琼斯矩阵可以表示为

$$L = \begin{bmatrix} \cos[\delta(\rho)/2] + i\sin[\delta(\rho)/2]\cos(2\theta) & i\sin[\delta(\rho)/2]\sin(2\theta) \\ i\sin[\delta(\rho)/2]\sin(2\theta) & \cos[\delta(\rho)/2] - i\sin[\delta(\rho)/2]\cos(2\theta) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

假设两个偏振器的偏振方向都为 x 轴, 琼斯矩阵 $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, 并且假设入射光为 $A_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, 根据琼斯算法可以得到出射光 A_o 的琼斯矩阵为

$$A_o = PLPA_i = \left\{ \cos\left[\frac{\delta(\rho)}{2}\right] + i\sin\left[\frac{\delta(\rho)}{2}\right]\cos(2\theta) \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

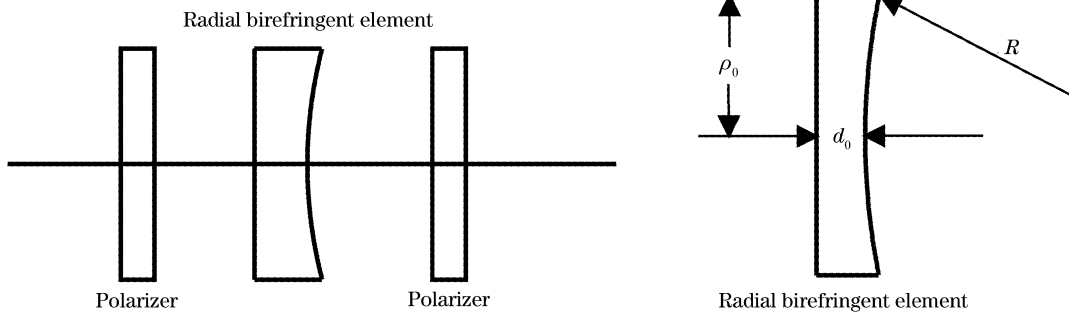


图 2 径向双折射滤波器以及径向双折射元件示意图

Fig. 2 Radial birefringent filter and radial birefringent element

由此可得径向双折射滤波器的光瞳函数为

$$P(\rho) = \cos\left[\frac{\delta(\rho)}{2}\right] + i \sin\left[\frac{\delta(\rho)}{2}\right] \cos(2\theta). \quad (12)$$

使空间双折射元件在 z 轴上相当于半波片, 在距离 z 轴为 ρ_0 的边缘处相当于全波片, 因此空间双折射元件在中心及边缘处的厚度 d_0 和 d_{ρ_0} 分别为

$$d_0 = (2m - 1) \frac{\lambda}{2\Delta n}, \quad (13)$$

$$d_{\rho_0} = d_0 + \frac{\lambda}{2\Delta n}, \quad (14)$$

根据(13)式, (14)式和径向双折射元件的几何关系可以得出径向双折射元件的曲率半径为

$$R = \Delta n \rho_0^2 / \lambda + \lambda / (4\Delta n). \quad (15)$$

取 $m = 50$, 波长 $\lambda = 10^{-3}$ mm 时对应的石英材料的双折射率 $\Delta n = 0.008725$, 假设双折射元件的径向半径为 $\rho_0 = 5$ mm, 由(13)式 ~ (15)式可以得出

$$\begin{cases} d_0 = 5.673 \text{ mm}, \\ d_{\rho_0} = 5.788 \text{ mm}, \\ R = 218.15 \text{ mm}. \end{cases} \quad (16)$$

根据(7)式, (9)式得到相位差为

$$\begin{aligned} \delta(\rho) &= \frac{2\pi\Delta n}{\lambda} \left(d_0 + \frac{\rho^2}{2R} \right) = \\ &= 17.450\pi \left(5.673 + \frac{\rho^2}{436.3} \right), \end{aligned} \quad (17)$$

从而径向双折射滤波器的光瞳函数可以表示为

$$\begin{aligned} P(\rho, \theta) &= \cos\left[8.725\pi \left(5.673 + \frac{\rho^2}{436.3} \right)\right] + \\ &+ i \sin\left[8.725\pi \left(5.673 + \frac{\rho^2}{436.3} \right)\right] \cos(2\theta). \end{aligned} \quad (18)$$

4 利用径向双折射滤波器实现光学系统的横向超分辨或轴向超分辨

根据前面给出的焦点附近的横向振幅和轴向振幅的分布及径向双折射滤波器的光瞳函数, 我们可

以得出系统的横向振幅 ($u = 0$) 和轴向振幅分布 ($v = 0$) 分别表示为

$$U(v, \theta) = 2 \int_0^{\rho_0} P(\rho, \theta) J_0(v\rho) \rho d\rho, \quad (19)$$

$$U(\theta, u) = 2 \int_0^{\rho_0} P(\rho, \theta) \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (20)$$

光瞳函数 $P(\rho, \theta)$ 由(18)式确定. 根据(19)式, (20)式系统焦点附近的横向强度和轴向强度分布分别为

$$I_t = U(v, \theta) U^*(v, \theta), \quad (21)$$

$$I_a = U(u, \theta) U^*(u, \theta), \quad (22)$$

由(18)式可以看出径向双折射滤波器的曲率半径和中心厚度在其制作过程中已被固定, 但 θ 可以根据实际情况的需要而改变. 评价超分辨性能的参量主要有两个: 斯特雷尔比和第一零占比. 斯特雷尔比为有光瞳滤波器时和艾里斑衍射方式时系统的主瓣强度之比; 第一零占比 G 为有光瞳滤波器时和艾里斑衍射方式时系统的光强第一零占比. 由(21)式得出不同 θ 对应的衍射图样的第一零点坐标值和不同 θ 所对应系统的斯特雷尔比如图 3 所示.

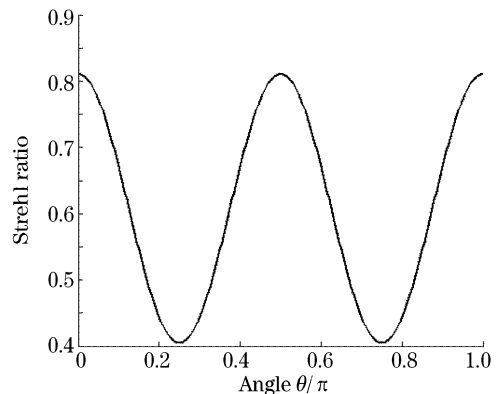


图 3 超分辨参量斯特雷尔比 S 和角度 θ 之间的关系
Fig. 3 Relation between transverse superresolution parameters Strehl ratio S and angle θ

通过分析可以发现当 $\theta=\pi/4$ 时,第一零点坐标值最小且斯特雷尔比为 0.4。把 $\theta=\pi/4$ 代入(21)式,(22)式可得出图 4 所示的横向强度和轴向强度的归一化分布,此时 $G=0.8<1$,从而实现了横向超分辨。但同时可以看出此时轴向的分辨率有所下降,也就是说该光瞳滤波器的横向超分辨的获得是以牺牲轴向分辨率为代价的。

图 5 为有光瞳滤波器时的衍射图样和艾里斑图样的对比情况,结合图 4 可以明显地看出,与艾里斑图样相比,有光瞳滤波器衍射图样的主瓣半径和能

量明显减小,旁瓣的能量有所提高并且可以得出此时旁瓣的抑制比(旁瓣能量的最大值与中心能量的最大值之比)为 0.0478,该值对于有些光学系统来说太高,因此旁瓣能量的提高限制了该滤波器的使用范围。但 Deng 等^[7]提出旁瓣能量的提高可以通过采用共焦系统加以抑制,从而扩展其应用。另外该结论的前提是在不考虑滤波器的色差的前提下得出的,随着研究的深入我们会进一步讨论色差对该系统的影响。

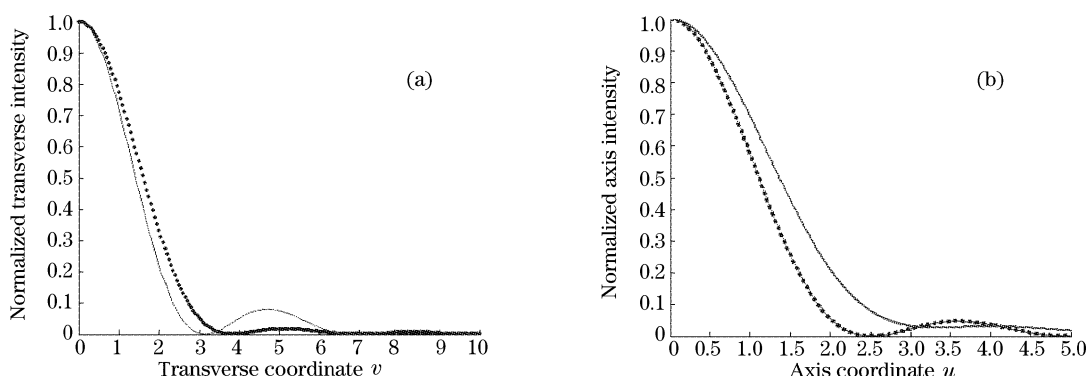


图 4 $\theta=\pi/4$ 时有光瞳滤波器(实线)和无光瞳滤波器时(虚线)系统归一化的横向强度(a)和轴向强度(b)的分布
Fig. 4 Normalized transverse (a) and axial (b) intensity for the radial birefringent filter (solid curve) with $\theta=\pi/4$ compared with clear pupil (dashed curve)

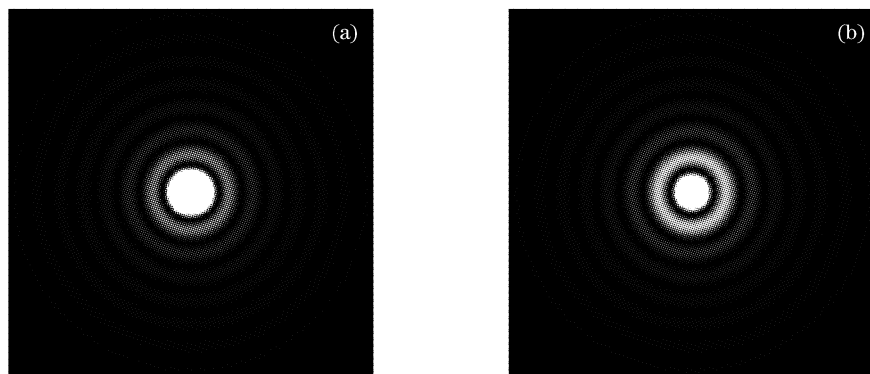


图 5 艾里斑图样(a)和有光瞳滤波器时超分辨的衍射图样(b)的对比情况
Fig. 5 Images of the Airy spot (a) and the superresolution pattern (b)

同理我们可以得出当 $\theta=\pi/2$ 时,轴向第一零点的坐标值要小于艾里斑衍射时的轴向第一零点的坐标值。把 $\theta=\pi/2$ 代入(21)式,(22)式可分别得出图 6 所示的横向强度和轴向强度的归一化分布,由图 6 可以得出有光瞳滤波器和艾里斑衍射时的轴向第一零点的坐标值之比为 $G=0.76<1$,从而实现了轴向超分辨。还可以看出此时在轴向分辨率略有提

高的情况下,其横向分辨率有所下降。另外由图 3 还可以看出此时轴向斯特雷尔之比为 0.8。由此可见径向双折射滤波器可以用于光学成像系统实现系统的超分辨,并且可以通过改变偏振器和双折射元件的主轴之间的夹角实现轴向超分辨和横向超分辨。

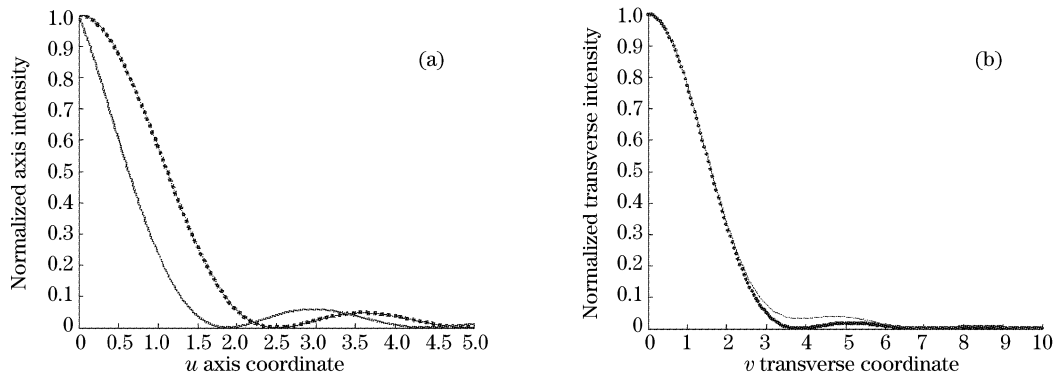


图 6 $\theta=\pi/2$ 时有光瞳滤波器(实线)和无光瞳滤波器时(虚线)系统归一化的轴向强度(a)和横向强度(b)的分布

Fig. 6 Normalized axial (a) and transverse (b) intensity for the radial birefringent filter (solid curve) with $\theta=\pi/2$ compared with clear pupil (dashed curve)

5 结 论

本文把径向双折射滤波器引入光学超分辨技术,通过设计该滤波器的三个主要参量:径向双折射元件的中间厚度、曲率半径、偏振器的偏振方向与双折射元件的主轴之间的夹角,实现了光学成像系统的横向超分辨或轴向超分辨。其优点在于通过改变偏振器和双折射元件的主轴之间的夹角既可实现轴向超分辨也可以实现横向超分辨,因此该滤波器可用于共焦扫描成像系统和光存储系统。另外因为该超分辨光瞳滤波器的制作不涉及相位的变化而比较简单,从而提高其实用性;缺点是因为两个偏振器之间存在着能量吸收导致该器件对能量要求高的光学系统没有作用。

参 考 文 献

- 1 Daniel M. de Juana, Jose E. Oti, Vidal F. Canales *et al.*. Transverse or axial superresolution in a 4Pi-confocal microscope by phase only filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2003, **20**(11): 2172~2178
- 2 T. R. M. Sales, G. M. Morris. Superresolution elements for high-density optical storage. in *Joint Internation Symposium on Optical Memory and Optical Storage* [C]. Optical Society America Technical Digest Series, 1996, **12**: 290~292
- 3 J. Jia, C. Zhou, L. Liu. Superresolution technology for small diffraction spot size in the far field[C]. *Proc. SPIE*, 2002, **4825**: 131~138
- 4 G. Toraldo di Francia. Super-gain antennas and optical resolving power[J]. *Nuovo Cimento Suppl.*, 1952, **9**(3): 426~435
- 5 Z. S. Hegedus, V. Sarafis. Superresolving filters in confocally scanned imaging systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1986, **3**(11): 1892~1896
- 6 M. Martinez-Corral, P. Andres, J. Ojeda-Castaneda *et al.*. Tunable axial superresolution by annular binary filters. Application to confocal microscopy[J]. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(5~6): 491~498
- 7 Deng Xiaoqiang, Wang Guiying, Xu Zhizhan. Pupil filters improving axial resolution[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(7): 968~972 (in Chinese)
邓小强,王桂英,徐至展. 改善轴向分辨率的光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2000, **20**(7): 968~972
- 8 G. Boyer. New class of axial apodizing filters for confocal scanning microscopy[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(3): 584~589
- 9 M. Martinez-Corral, A. Pons, M. T. Caballero. Axial apodization in 4Pi-confocal microscopy by annular binary filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(8): 1532~1536
- 10 Andrew I. Whiting, Ayman F. Abouraddy, Bahaa E. A. Saleh *et al.*. Polarization-assisted transverse and axial optical superresolution[J]. *Opt. Exp.*, 2003, **11**(15): 1714~1723
- 11 Tasso R. M. Sales, G. Michael Morris. Fundamental limits of optical superresolution[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(9): 582~584
- 12 M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics* [M]. 7th edition, Cambridge: Cambridge University Press, UK, 1999. 484~492
- 13 Kallol Bhattacharya, A. K. Chakraborty, Ajay Ghosh. Simulation of effects of phase and amplitude coatings on the lens aperture with polarization masks[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(2): 586~592
- 14 J. M. Eggleston, G. Giuliani, R. L. Byer. Radial intensity filters using radial birefringent elements[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**(10): 1264~1272