

文章编号: 0253-2239(2005)01-51-4

# 一种适用于任意折射率分布的等效折射率方法

时尧成 戴道锌 何赛灵

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室光及电磁波研究中心, 杭州 310027)

**摘要:** 提出了一种新的等效折射率方法, 可以将光波导的两维折射率分布精确等效成一维折射率分布。从波动方程出发, 通过严格的数学推导, 得到了一维等效折射率分布的表达式。该等效折射率分布由二维光波导的模场分布和折射率分布决定。在此等效过程中, 几乎无任何近似, 因此具有比传统等效折射率方法(EIM)更高的精度, 而且不受波导截止条件的限制, 并适用于任意的折射率分布结构。以 SOI(silicon-on-insulator)脊型光波导为例, 给出新方法的一个具体等效实施过程, 比较了新方法与传统等效折射率方法计算得到的等效模场分布及等效折射率, 结果显示本文方法的有更高的计算精度。最后, 文中给出了一个利用这种等效方法计算弯曲波导损耗的例子。新方法可以使对三维结构(截面为任意折射率分布)的模拟简化成二维模拟。

**关键词:** 集成光学; 等效折射率; 光波导; 有限差分; 弯曲损耗; 绝缘体硅材料

中图分类号: TN252 文献标识码: A

## An Effective Index Method for an Optical Waveguide with an Arbitrary Refractive Index Distribution

Shi Yaocheng Dai Daoxin He Sailing

(Center for Optical and Electromagnetic Research, State Key Laboratory for Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract:** A new effective index method (EIM) is introduced to reduce a two-dimensional refractive index structure to a one-dimensional one accurately. The present EIM can be implemented for arbitrarily shaped waveguides. An explicit formula is obtained for the effective refractive index profile determined by the model filed and the cross-sectional refractive index of the original structure. In order to show how the present method is carried out, a silicon-on-insulator (SOI) rib waveguide is used in a numerical example. The effective model field distribution and the effective index profile are calculated with the present EIM. The bending loss of a SOI bent waveguide is also calculated with the present and conventional EIMs respectively. The numerical results show that the present method is much more accurate than the conventional EIM.

**Key words:** integrated optics; effective index method; waveguide; finite difference method; bending loss; silicon-on-insulator

### 1 引 言

随着光波导技术的发展, 光波导集成器件结构日益复杂, 快速、精确的数值模拟技术对光波导的设计越来越重要, 尤其是结构复杂、尺寸庞大的器件, 三维模拟计算量巨大, 不利于实现优化设计。为了将三维问题简化为二维问题, 从而减小计算量和提高计算效率, 目前普遍采用的是一种基于分离变量

假设的可以将二维折射率分布简化为一维分布的等效折射率方法(effective index method, EIM)<sup>[1~3]</sup>。但这种等效折射率方法是一种近似的等效方法, 在某些情况例如 SOI 脊形波导结构时并不适用, 存在较大的误差。有一些文献<sup>[4,5]</sup>提出了相应的修正方法, 但仍未从根本上解决问题。Munowitz<sup>[6]</sup>提出了一种通过对实际场分布和等效场分布进行拟合来确

作者简介: 时尧成(1981~), 男, 江苏南通人, 在读光学工程专业博士, 主要从事基于脊形波导结构的集成光学器件的设计和模拟。E-mail: yeshi@coer.zju.edu.cn。

收稿日期: 2003-12-30; 收到修改稿日期: 2004-04-01

定等效平板波导的参量的方法,这种算法的精度有所提高,也解决了传统等效折射率方法在波导截止时不适用的问题,但是这是一种纯粹的数值方法,在具体实施中比较繁琐,效率较低。此外,传统的等效折射率方法只能用来等效折射率阶变的波导结构,而不适用于任意折射率分布的结构。Velde<sup>[7]</sup>提出了一种适用于任意折射率分布的方法,但这种方法在实际应用中比较繁琐,而且仍然存在由于分离变量假设引入的误差。

本文提出了一种新的等效方法。从波动方程出发推导出一个由二维光波导的模场分布和折射率分布决定的一维等效折射率分布的数学表达式。根据获得的等效折射率分布,就可以方便实现光波导器件的二维模拟,如二维光束传播法 (beam propagation method, BPM)<sup>[8]</sup>,大大减小了计算量。整个等效过程原理清晰,计算简单,几乎没有进行任何近似,与传统等效折射率方法相比,有更高的计算精度,且适用于任意折射率分布的结构。

## 2 基本原理

标量波动方程具有以下形式:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Phi + n^2 k_0^2 \Phi = 0, \quad (1)$$

其中  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为波长,  $n$  为折射率。设  $\Phi = E(x, y)\exp(j\beta z)$ , 其中  $\beta$  为传播常量,得

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + [k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2]E = 0, \quad (2)$$

将上式两边在  $y$  方向区间  $[-Y/2, Y/2]$  上进行积分,得

$$\int_{-Y/2}^{Y/2} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} dy + \int_{-Y/2}^{Y/2} \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} dy + \int_{-Y/2}^{Y/2} [k_0^2 n^2(x, y) - \beta^2]E dy = 0, \quad (3)$$

其中

$$\int_{-Y/2}^{Y/2} \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} dy = \frac{\partial E}{\partial y} \Big|_{-Y/2}^{Y/2},$$

当  $Y$  足够大时此项接近于 0 (因为考虑的是约束波导),可以忽略。这是本方法中唯一的一个近似,但应该注意到这个近似引入的误差可以任意小 (只要  $Y$  足够大),因此可以认为几乎没有近似。令

$$u(x) = \int_{-Y/2}^{Y/2} E(x, y) dy, \quad (4)$$

以及

$$N(x) = \sqrt{\frac{\int_{-Y/2}^{Y/2} n^2(x, y) E(x, y) dy}{\int_{-Y/2}^{Y/2} E(x, y) dy}}, \quad (5)$$

则可以得到

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + [k_0^2 N^2(x) - \beta^2]u = 0, \quad (6)$$

(6) 式即为等效后的波动方程,  $N(x)$  为等效的一维折射率分布,  $u(x)$  为该方程的解。传播常量  $\beta$  在整个等效过程中保持不变,即等效以后的一维结构与原二维结构具有相同的传播常量。从(5)式可以看出,等效折射率分布  $N(x)$  由二维场分布  $E(x, y)$  和折射率分布  $n(x, y)$  决定。 $N(x)$  相当于  $n(x, y)$  以  $E(x, y)$  为权重的平均值。

由以上推导可见,该等效过程对折射率分布  $n(x, y)$  没有任何的附加要求,也就是说对于任意折射率分布,根据(5)式都能得到相应的等效分布  $N(x)$ ,然后即可用二维数值方法(如二维光束传播法)方便实现三维光波导器件的计算模拟,这使得计算大大简化,效率大大提高。整个等效原理清晰,过程简单,几乎没有近似,计算精度可以得到保证。

对于二维折射率分布截面,亥姆霍兹波动方程得不到解析的模式解。本文采用有限差分方法<sup>[9,10]</sup>从而获得二维场分布  $E(x, y)$  的数值解。

## 3 数值计算结果与讨论

以 SOI (silicon-on-insulator) 脊型光波导<sup>[11]</sup>为例,给出本文方法的一个具体等效实施过程。图 1 所示为 SOI 脊形波导的截面示意图。脊宽  $w = 4 \mu\text{m}$ , 芯层折射率  $n_r = 3.455$ , 绝缘层折射率  $n_s = 1.46$ , 外包层 (空气) 折射率  $n_c = 1.0$ , 硅层总高度  $h = 5.0 \mu\text{m}$ ,  $h_r$  为外脊高度,计算波长  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ 。

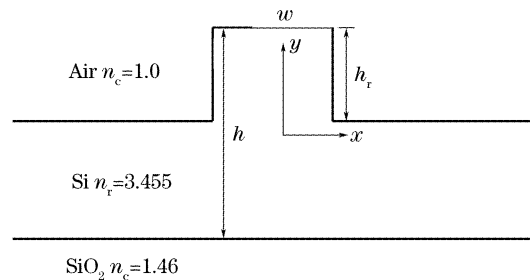


图 1 SOI 脊形波导截面示意图  
Fig. 1 The cross section of a SOI rib waveguide

### 3.1 等效折射率分布

根据(5)式,要得到等效折射率分布  $N(x)$ ,首先要得到二维模场分布  $E(x, y)$ 。在此,利用二维有限差分法(2D FDM)来计算图 1 所示 SOI 结构的二维模场分布  $E(x, y)$ ,其中  $Y=30 \mu\text{m}$ 。图 2 给出了本文方法和传统等效折射率方法各自得到的一维等效折射率分布,其中外脊高  $h_r=2.0 \mu\text{m}$ 。由图 2 可见,两者存在明显的差异。用传统等效折射率方法得到的是一个阶变折射率分布,如图 2 中虚线所示。而本文方法在等效时考虑了模场的影响,与传统等效折射率方法的等效结果相比,最大的差异存在于折射率阶变的分界处(如图 2 所示),这主要是因为本文方法考虑了模场  $E(x, y)$  的加权。

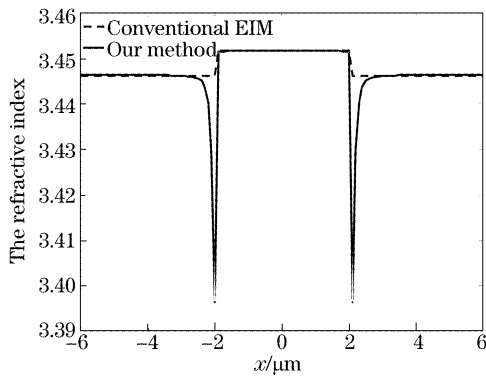


图 2 传统等效折射率方法与本文方法得到的一维等效折射率分布

Fig. 2 The effective refractive index profiles obtained by the conventional EIM and the present method, respectively

### 3.2 有效折射率及模场分布

分别用传统等效折射率方法和本文等效方法将二维结构等效成一维结构,然后用一维有限差分法计算得到基模的模场和有效折射率( $\beta/k_0$ )。所得有效折射率随  $h_r/h$  的变化曲线如图 3 所示,其中  $\nabla$  为

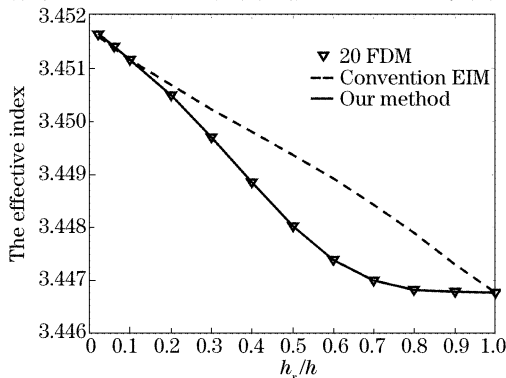


图 3 有效折射率结果比较

Fig. 3 The effective indices obtained by 2D FDM, the conventional EIM and the present method, respectively

用二维有限差分法计算得到的精确的有效折射率(在此作为比较的基准)。可以看到,本文的等效方法得到的有效折射率(图中实线)与二维有限差分法的结果重合得很好,有效折射率的误差非常小,约为  $10^{-7}$ ,结果明显优于传统等效折射率方法的计算结果(图中虚线),这与文中第二部分的理论分析得出的结论(传播常量  $\beta$  在等效中保持不变)是一致的。在  $h_r$  较大的时候也就是外脊中模式接近或已经截止的时候,传统等效折射率方法误差比较大,已经不再适用。本文提出的方法没有用到平板波导的等效,外脊的模式是否截止对计算结果并没有影响,始终是有效的。

本文的等效方法考虑了模场分布在折射率等效中的权重,使等效更为精确。图 4 比较了图 1 所示二维结构( $h_r=2.0 \mu\text{m}$ )的模场  $E(x, y)$  在  $y$  方向上的积分  $\int_{-Y/2}^{Y/2} E(x, y) dy$  场(图中  $\nabla$  所示)和利用本文方法等效以后得到的一维等效结构的模场  $u(x)$ (图中实线所示)。从图中可以看到两者完全重合,这是因为在整个等效过程的数学推导中,几乎没有用到任何的近似(在计算过程中将计算窗口取得足够大)。而传统等效折射率方法得到的模场(图中虚线所示)与并不是完全重合的(如图 4 所示),这主要是由于在传统等效折射率方法的等效过程中进行了分离变量,引入了一定误差。

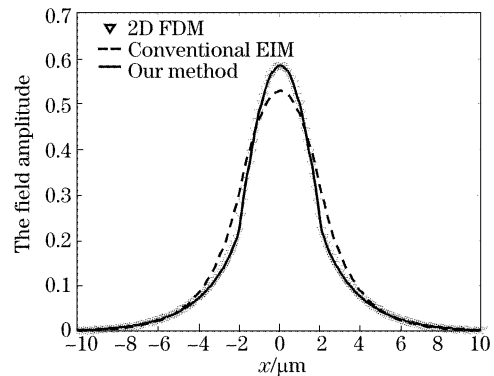


图 4 模场分布的比较

Fig. 4 Comparison of the field distributions obtained with different methods

### 3.3 弯曲损耗计算的比较

在此,以弯曲波导损耗<sup>[12]</sup>作为本文方法的一个应用例子。弯曲波导的截面如图 1 所示( $h_r=2.0 \mu\text{m}$ )。由 3.1 得到一维等效折射率分布(图 2)并结合保角变换<sup>[13]</sup>,利用有限差分法即可得到弯曲损耗,并仍然以二维有限差分法的计算结果作为比较

基准。

图 5 给出了纯弯曲损耗随着弯曲半径  $R$  变化的曲线图(对数坐标)。实线为二维有限差分法的计算结果,虚线和点划线分别为本文方法、传统等效折射率方法的计算结果。从图中可以看到,由本文方法计算得到的损耗和二维有限差分法所得结果更为接近,偏差比较小,明显优于传统等效折射率方法的结果。在通常情况下,完全可以用于弯曲波导损耗的估算。

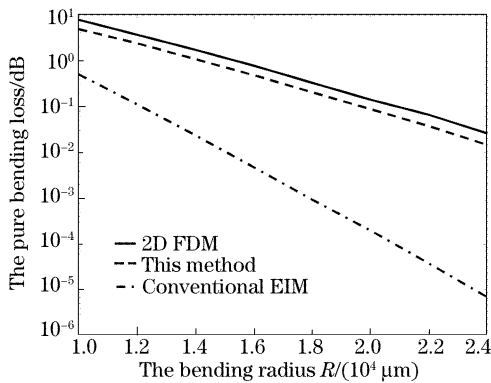


图 5 纯弯曲损耗随弯曲半径的变化

Fig. 5 The pure bending loss as the bending radius varies

图 6 比较了过渡损耗(即直波导与弯曲波导连接处波导模场失配引起的损耗)的情况,传统等效折射率方法偏差比较大,而本文的等效方法得到的结果的偏差始终保持在很小的值,比传统等效折射率方法的结果有较大的改善。

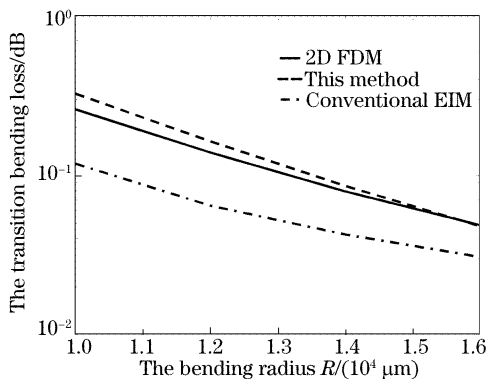


图 6 过渡损耗随弯曲半径的变化

Fig. 6 The transition bending loss as the bending radius varies

## 4 结 论

本文给出了一种新的等效折射率方法,通过严格的数学推导,得到了一维等效折射率分布的表达式。

根据获得的等效折射率分布,就可以方便实现三维光波导器件的二维模拟,大大减小了计算量,提高了计算效率。以 SOI 结构为例对这种方法的等效过程和得到的结果进行了分析,同时还计算了弯曲波导的弯曲损耗,与传统等效折射率方法的计算结果的对比发现,本文方法的精度比传统等效折射率方法有明显的提高。

## 参 考 文 献

- 1 K. Okamoto. *Fundamentals of Optical Waveguides* [M]. New York: Academic Press, 30~38
- 2 Kin Seng Chiang. Analysis of the effective-index method for the vector modes of rectangular-core dielectric waveguides[J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1996, **44**(5): 692~700
- 3 A. M. Zaghloul, A. A. Abou El-Fadl. A simple analytical approach to optical rib waveguides [C]. *16th National Radio Science Conference*, NRSC'99, 1999, B9,1~8
- 4 K. S. Chiang. Analysis of rectangular dielectric waveguides: effective-index method with built-in perturbation correction [J]. *Electron. Lett.*, 1992, **28**(4): 388~390
- 5 J. G. M. Vander Tol, N. H. G. Bakken. Correction to effective index method for rectangular dielectric waveguides [J]. *Electron. Lett.*, 1988, **24**(4): 207~208
- 6 Michael Munowitz, David J. Vezzetti. Numerical procedures for constructing equivalent slab waveguides. An alternative approach to effective-index theory [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1991, **9**(9): 1068~1073
- 7 Karl Van De Velde, Hugo Thienpont, Roger Van Geen. Extending the effective index method for arbitrarily shaped inhomogeneous optical waveguides [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1988, **6**(6): 1153~1159
- 8 R. Scarmozzino, A. Gopinath, R. Pregla *et al.*. Numerical techniques for modeling guided-wave photonic devices [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2000, **6**(1): 150~162
- 9 M. S. Stern. Semivectorial polarised finite difference method for optical waveguides with arbitrary index profiles [J]. *IEE Proceedings*, 1988, **135**(2): 56~63
- 10 She Shouxian. Analysis of graded-index profile planar optical waveguides and circular optical fibers by a finite difference method [J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**(9): 1266~1270 (in Chinese)  
余守宪. 任意折射率分布平板波导与圆光纤的差分法分析 [J]. *光学学报*, 1995, **15**(9): 1266~1270
- 11 Wei Hongzhen, Yu Jinzhong, Zhang Xiaofeng *et al.*. Geometric structures and mode of SOI and GeSi/Si rib optical waveguides [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(5): 556~558 (in Chinese)  
魏红振, 余金中, 张小峰等. SOI 及 GeSi/Si 脊形光波导的模式与波导几何结构 [J]. *光学学报*, 2001, **21**(5): 556~558
- 12 Dai Daoxin, He Sailing. Analysis of bent waveguides by a wide-angle BPM [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(6): 675~678 (in Chinese)  
戴道铎, 何赛灵. 用极坐标下的广角 BPM 计算分析弯曲波导 [J]. *光子学报*, 2002, **31**(6): 675~678
- 13 Mordehai Heiblum. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1975, **11**(2): 75~83