

文章编号: 0253-2239(2004)09-1203-6

局域体全息光栅的衍射特性*

闫爱民 刘立人 刘德安 栾 竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800)

摘要: 基于三维耦合波理论, 研究了两束有限宽度的任意偏振平面波干涉产生的局域体全息光栅的衍射问题。以单位均匀振幅的任意偏振平面波为例, 给出了透射波和衍射波振幅的主分量和交叉分量的解析表达式, 讨论了记录过程和再现过程中入射的参考光波的偏振角对透射波和衍射波振幅的影响。计算结果表明, 记录过程中的偏振角越小, 形成的光栅内的耦合越强, 衍射效率越高, 但光束质量越差; 再现过程中不同的偏振角, 由于入射波和衍射波的电矢量的不同方向的耦合强弱不同, 透射波和衍射波振幅的主分量和交叉分量的振幅变化行为不同。

关键词: 信息光学; 衍射光学; 体全息光栅; 耦合波理论

中图分类号: O438 文献标识码: A

Diffraction Characteristics of Local Volume Holographic Gratings

Yan Aimin Liu Liren Liu Dean Luan Zhu

(*Information laboratory of Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800*)

(Received 16 October 2003)

Abstract: Based on the three-dimensional coupled wave theory, the theory of diffraction of local volume holographic gratings recorded with arbitrary polarization plane waves is studied. Simple analytical expression for the amplitude profiles of the main component and cross component of transmitted and diffracted waves are obtained. The influence of the polarized azimuths of the incident wave during recording and reconstruction on the amplitude of the transmitted and diffracted waves is discussed. It is demonstrated that the conversion is seen to proceed more quickly for reducing the polarized azimuth at recording, but the output beam deviates more and more from the uniform amplitude distribution. It is also shown that owing to the different coupling values of between the diffracted and incident beams inside the grating from different directions of the electric vector, the amplitude profiles of the main component and cross component of the output beam are different from each other when the polarized azimuth at reconstruction is different.

Key words: information optics; diffraction optics; volume holographic grating; coupled-wave theory

1 引 言

体全息光栅在信息光学中有许多应用^[1,2], 可用作光束偏转器、模式转换器、波分复用器、耦合器、

滤波器等器件。由于体全息光栅的角度和波长选择性好、衍射效率高以及对机械震动、温度变化不敏感等优点, 因而在光波导、光信息处理、光计算和光互联等方面得到了广泛的应用。然而, 随着光通信和全光网络的迅速发展, 电子器件逐步被光学器件替代, 器件的微型化和集成化已经成为发展趋势, 局域体全息光栅在三维微结构光学集成系统中将有广泛的应用前景。刘波等^[3]利用 CO₂ 激光热固定的方

* 国家自然科学基金(60177106)、国家科学技术部(2002CCA03500)资助课题。

E-mail: yanaimin@mail.siom.ac.cn

收稿日期: 2003-10-16

法在光折变晶体内形成了局域体全息光栅,也可以用有限宽度的光束在体全息材料上干涉形成局域体全息光栅。

对于无限边界体全息光栅的衍射问题,常用两光束的耦合波理论^[4]和严格耦合波理论^[5,6]来分析。用严格耦合波理论来计算光栅的衍射振幅及效率,计算结果相对准确,精度高,但给出的是数值解。Kogelnik^[4]首先将两光束的耦合波理论用于分析体光栅的衍射问题,其主要思想是从麦克斯韦方程出发,根据记录介质的电学和光学常数,直接求解描述参考光波和衍射光波耦合的微分方程组,得到透射波和衍射波的振幅表达式及其衍射效率。他的这一理论,不仅能给出定量的解析结果,而且与用严格耦合波理论相比,计算速度快,并且可以广泛用于各种体全息光栅衍射问题的分析^[7~9]。随后, Solyman等在 Kogelnik 耦合波理论的基础上,发展了两维^[10]、三维耦合波理论^[11],拓宽了耦合波理论在处理体全息光栅衍射问题的应用范围。

对于局域体全息光栅的衍射问题,用严格耦合波理论有效地解决是可能的,但给出的是数值解,用计算机编程求解时,计算过程冗长费时。Russell, Solyman^[12]和 Kenan^[13]等基于二维耦合波理论给出了局域体全息光栅的透射振幅和衍射振幅以及衍射效率的解析表达式,同时考虑到了介质的平均损耗、

平均介电常量的变化、偏离布拉格条件入射等参量对衍射性质的影响,但他们只是讨论了入射波的电矢量垂直入射面偏振的情况。本文基于三维耦合波理论,研究了两束有限宽度的任意偏振平面波干涉产生的局域体全息光栅的衍射问题,给出了透射波和衍射波振幅的解析表达式。讨论了记录过程和再现过程中入射的参考光的偏振角对局域体全息光栅透射波和衍射波振幅以及衍射效率的影响。

2 理论模型

2.1 光栅的结构和参量

两束有限宽度任意偏振平面波以入射角 θ 对称入射到全息材料上干涉形成的局域体全息光栅,其典型结构如图 1 所示。设两束记录光波的电场强度为

$$\mathbf{E}_{10} = A_{10} a_{10} \mathbf{e}_{10} \exp(-j\beta p_1), \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_{20} = A_{20} a_{20} \mathbf{e}_{20} \exp(-j\beta p_2), \quad (2)$$

其中 A_{10} 、 A_{20} 为电场的相对强度, a_{10} 、 a_{20} 为电场的振幅函数, \mathbf{e}_{10} 、 \mathbf{e}_{20} 为归一化的偏振矢量, $\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon_0 \epsilon_r}$ 为传播常量, $p_m = x \cos \theta - (-1)^m y \sin \theta$ ($m = 1, 2$) 为相位函数。设介电常量调制正比于光栅内部电场强度的平方,取为

$$\Delta \epsilon = \epsilon_{r1} a_{10} a_{20} (\mathbf{e}_{10} \cdot \mathbf{e}_{20}) \cos[\beta(p_1 - p_2)]. \quad (3)$$

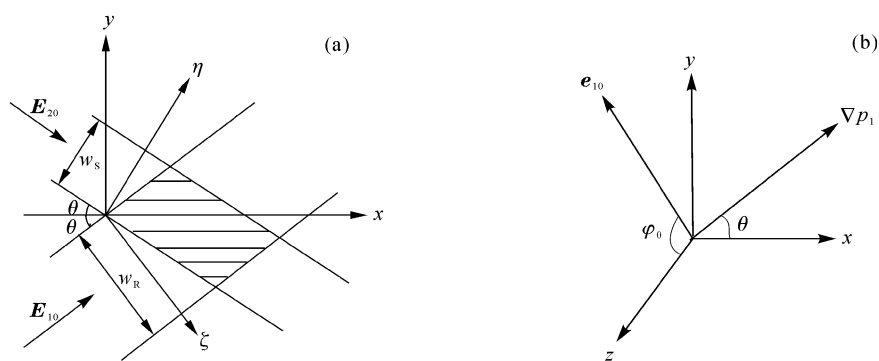


Fig. 1 Configuration and coordinate system of a finite bounded volume grating (w_R , w_S denotes beam width)

2.2 耦合波方程

在用耦合波理论分析之前先作如下假设: 1) 介质是各向同性的,光栅矢量平行于 y 轴; 2) 折射率的空间调制是按正弦规律变化的,忽略非周期项的变化; 3) 参考光波以布拉格角入射,因此介质内仅出现参考光波和衍射光波,而忽略其它所有的衍射

级次; 4) 光波复振幅的变化与其波长相比是很小的,因此光波振幅的二阶微分也可以忽略。

当一束任意偏振的平面波沿布拉格方向入射局域体全息光栅时,根据全息学原理,光栅内的总电场满足麦克斯韦方程

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \{ \epsilon_{r0} + \epsilon_{r1} a_{10} a_{20} (\mathbf{e}_{10} \cdot \mathbf{e}_{20}) \cos[\beta(p_1 - p_2)] \} \mathbf{E} = 0. \quad (4)$$

由于任意偏振平面波在体全息光栅内的耦合过程中电场矢量的分布会发生变化,不能将(4)式的试探

解设为 $E_i = A_i a_i \mathbf{e}_i \exp(-j\beta p_i)$ ($i = 1, 2$) 的形式。因此假设在传播矢量 ∇p_m 方向和 $\mathbf{e}_m \times \nabla p_m$ 方向上也有电场分量, 试探解为

$$\mathbf{E} = \sum_{m=1}^2 a_m [A_{m1} \mathbf{e}_m + A_{m2} \nabla p_m + A_{m3} (\mathbf{e}_m \times \nabla p_m)] \exp(-j\beta p_m), \quad (5)$$

其中 A_{mm} 为电场的相对强度。需要说明的是, 本文中称 A_{m1} 为电场强度的主分量, A_{m3} 为电场强度的交叉分量, 取记录光和再现光的电矢量的偏振方向为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_{10} = \mathbf{i}_z \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0 (\mathbf{i}_x \sin \theta - \mathbf{i}_y \cos \theta), & \mathbf{e}_{20} = \mathbf{i}_z, \\ \mathbf{e}_1 = \mathbf{i}_z \cos \varphi + \sin \varphi (\mathbf{i}_x \sin \theta - \mathbf{i}_y \cos \theta), & \mathbf{e}_2 = \mathbf{i}_z. \end{cases} \quad (6)$$

$$\quad (7)$$

φ_0 为记录时参考光电矢量的偏振方向与 z 轴的夹角, φ 为再现时入射光电矢量的偏振方向与 z 轴的夹角, 简称偏振角。

在前面简化假设和给定记录光和再现光的偏振方向的前提下, 利用短波长近似的条件, 忽略光波传播矢量方向上的振幅 A_{12} 和 A_{22} 后^[14], 经过适当的计算可以得到下面的耦合波方程:

$$\begin{cases} \cos \theta \frac{\partial R}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial R}{\partial y} = -j\kappa \cos \varphi_0 \frac{a_{10} a_{20} a_2}{a_1} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \cos 2\theta \\ \sin \varphi & \cos \varphi \cos 2\theta \end{bmatrix} \mathbf{S}, \\ \cos \theta \frac{\partial S}{\partial x} - \sin \theta \frac{\partial S}{\partial y} = -j\kappa \cos \varphi_0 \frac{a_{10} a_{20} a_1}{a_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi \cos 2\theta & \cos \varphi \cos 2\theta \end{bmatrix} \mathbf{R}, \end{cases} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{13} \end{bmatrix}$, $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{23} \end{bmatrix}$ 。为了求解上式的耦合波方程, 结合光栅的边界条件, 引入新的坐标系:

$$\zeta = x \sin \theta - y \cos \theta, \quad \eta = x \sin \theta + y \cos \theta, \quad (9)$$

满足条件 $\nabla p_1 \cdot \nabla \zeta = 0$, $\nabla p_2 \cdot \nabla \eta = 0$ 。并且为了计算简便, 对矩阵 \mathbf{R} 进行变换, 令

$$\begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{13} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \tan \varphi \\ 1 & -\cot \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} \\ A_{13} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

则(8)式的耦合波方程变为

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \zeta} \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{23} \end{bmatrix} = -j \frac{\kappa}{\sin 2\theta} \cos \varphi_0 \frac{a_{10} a_{20} a_1}{a_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 \\ 0 & -\sin \varphi \cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{13} \end{bmatrix}, \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{13} \end{bmatrix} = -j \frac{\kappa}{\sin 2\theta} \cos \varphi_0 \frac{a_{10} a_{20} a_2}{a_1} \begin{bmatrix} \sec \varphi & 0 \\ 0 & -\csc \varphi \cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{21} \\ A_{23} \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (11)$$

边界条件为

$$\begin{cases} M_{11} = 1, M_{13} = 1, (\eta = 0) \\ A_{21} = 0, A_{23} = 0. (\zeta = 0) \end{cases} \quad (12)$$

3 计算结果与讨论

3.1 耦合波方程的解

耦合波方程(11)和边界条件(12)构成典型的双曲型偏微分方程第二边值问题, 可以用双曲型方程的黎曼方法直接给出耦合波方程的解。由于出射光波的振幅 $E_{nm} = A_{nm} a_n$ ($n = 1, 2; m = 1, 3$), 所以衍射波振幅的主分量和交叉分量为

$$\begin{cases} E_{21} = -j \frac{\kappa}{\sin 2\theta} \cos \varphi_0 \cos \varphi a_{20}(\eta) \int_0^\zeta a_{10}(q) a_1(q) J_0(c_1) dq, \\ E_{23} = j \frac{\kappa}{\sin 2\theta} \cos \varphi_0 \cos 2\theta \sin \varphi a_{20}(\eta) \int_0^\zeta a_{10}(q) a_1(q) J_0(c_2) dq. \end{cases} \quad (13)$$

$$\quad (14)$$

透射波振幅的主分量和交叉分量为

$$\begin{cases} E_{11} = \cos^2 \varphi E'_{11} + \sin^2 \varphi E'_{13}, \\ E_{13} = \cos \varphi \sin \varphi (E'_{11} - E'_{13}), \end{cases} \quad (15)$$

$$\quad (16)$$

其中

$$E'_{11} = a_1(\zeta) - \left(\frac{\kappa \cos \varphi_0}{\sin 2\theta} \right) a_{10}(\zeta) \int_0^{\zeta} a_{10}(q) a_1(q) \sqrt{\frac{u}{v}} J_1(c_1) dq,$$

$$E'_{13} = a_1(\zeta) - (\kappa \cos \varphi_0 \cot 2\theta) a_{10}(\zeta) \int_0^{\zeta} a_{10}(q) a_1(q) \sqrt{\frac{u}{v}} J_1(c_2) dq,$$

$$c_1 = \frac{2\kappa \cos \varphi_0 \sqrt{uv}}{\sin 2\theta}, \quad c_2 = 2\kappa \cos \varphi_0 \cot 2\theta \sqrt{uv}, \quad u = \int_q^{\zeta} a_1^2(\mu) d\mu, \quad v = \int_0^{\eta} a_2^2(\mu) d\mu,$$

J_0 、 J_1 分别为零阶、一阶贝塞尔函数。

当记录光的振幅函数和再现光的振幅函数相等, 即 $a_1 = a_{10}$, $a_2 = a_{20}$ 时, 上述耦合波方程的解简化为

$$\begin{cases} E_{21} = -ja_2 \cos \varphi \sqrt{u/v} J_1(c_1), & (17) \\ E_{23} = -ja_2 \sin \varphi \sqrt{u/v} J_1(c_2), & (18) \\ E_{11} = a_1 [\cos^2 \varphi J_0(c_1) + \sin^2 \varphi J_0(c_2)], & (19) \\ E_{13} = a_1 \cos \varphi \sin \varphi [J_0(c_1) - J_0(c_2)], & (20) \end{cases}$$

需要强调的是, 如果将任意偏振的入射光分解为垂直入射面偏振和平行入射面偏振用二维耦合波理论来求解, 可以得到与(17)~(20)式相同的计算结果。局域体全息光栅的衍射效率定义为

$$\eta_{DE} = \frac{\int_0^{w_S} |E_2|^2 d\eta}{\left(\int_0^{w_R} |E_1|^2 d\eta + \int_0^{w_S} |E_2|^2 d\eta \right)}, \quad (21)$$

其中

$$E_1 = \sqrt{|E_{11}|^2 + |E_{13}|^2},$$

$$E_2 = \sqrt{|E_{21}|^2 + |E_{23}|^2}.$$

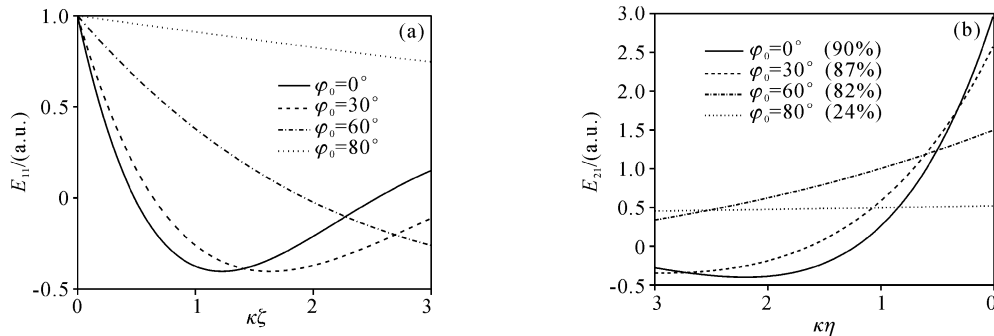


Fig. 2 Amplitudes of the transmitted (a) and diffracted (b) beam as a function of normalized output boundary for several values of φ_0 . The corresponding diffraction efficiency is indicated in parentheses

我们注意到再现时入射波的偏振角 $\varphi = 0$ 时, 透射波和衍射波都没有交叉分量 E_{13} 和 E_{23} 产生。因为, 此时入射波和衍射波的电矢量的偏振方向都垂直于入射面, $e_1 = i_x$, $e_2 = i_z$, 耦合波方程可以用 Solymar 等发展的二维标量耦合波理论求解。如果令(17)式~(20)式中的, 可以得到与文献[13]中相

3.2 结果分析和讨论

在以下的讨论中入射角 $\theta = 30^\circ$, $\kappa w_R = \kappa w_S = 3$, $a_1 = a_{10} = a_2 = a_{20} = 1$ 。

图 2(a)和图 2(b)分别为记录时参考光的偏振角 φ_0 取不同值时, 透射波和衍射波的振幅分布以及相应的衍射效率值, 其中 $\varphi = 0, \varphi_0 = 0, 30^\circ, 60^\circ, 80^\circ$ 。从图 2 中可知, 在 $\varphi = 80^\circ$ 时, 透射波和衍射波的振幅变化幅度不大, 和记录时单位振幅的均匀平面波变化行为很相似, 因此这两束出射光的光束质量好, 但是衍射效率很低, 只有 24%。随着 φ_0 的减小, 衍射效率越来越大, 在 $\varphi_0 = 0$ 时达到 90%。但是两束出射光振幅变化幅度越大, 光束质量越差。这是因为, 从(3)式可以看出光栅的介电常量调制正比于 $e_{10} \cdot e_{20}$, 在本例中 $e_{10} \cdot e_{20} = \cos \varphi_0$ 。因此, 随着偏振角 φ_0 的减小, 体全息光栅的介电常量调制变大, 入射波和衍射波的耦合强度增大, 衍射效率也变大。因此在实际应用中, 可以根据实际需要选择记录时偏振角 φ_0 的大小来调整局域体全息光栅内耦合的强弱, 从而达到协调衍射效率和光束质量的目的。

同的计算结果。在 $\varphi = 90^\circ$ 时, $e_1 = i_x \sin \theta - i_y \cos \theta$, $e_2 = i_z$, 这时入射波和衍射波的电矢量的偏振方向相互垂直。可以实现平行于入射面偏振的平面波输入, 而垂直于入射面偏振的衍射光输出。在 $0 < \varphi < \pi/2$ 时, 透射波和衍射波振幅都有主分量和交叉分量产生。

图 3(a)、图 3(b)给出了 φ 取不同值时,透射波的主分量 E_{11} 和交叉分量 E_{13} 的振幅分布, $\varphi_0 = 0, \varphi = 0, 30^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 。从图 3(a)中可以看出随着偏振角 φ 的增加透射波主分量的振幅变化幅度减小。而图 3(b)中交叉分量振幅 E_{13} 的变化行为却不同,在 $\varphi = 45^\circ$ 时, E_{13} 的变化幅度最大。因为,交叉分量的振幅正比于 $\sin 2\varphi$,当 $\varphi = 45^\circ$ 时 $\sin 2\varphi$ 的值最

大。图 4(a)、图 4(b)给出了 φ 取不同值时,衍射波的主分量 E_{21} 和交叉分量 E_{23} 的振幅分布, $\varphi_0 = 0, \varphi = 0, 30^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 。从图 4 中可以看出 E_{21} 随着偏振角 φ 的增加振幅变化幅度减小,而 E_{23} 的振幅变化行为却相反。这是因为从(17)式、(18)式可知 E_{21} 和 E_{23} 的振幅分别依赖于 $\cos \varphi$ 和 $-\sin \varphi$ 在 $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$ 区间内的变化。

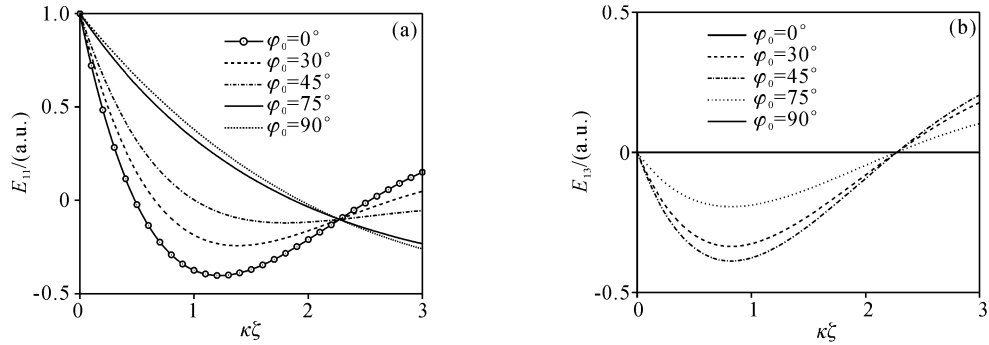


Fig. 3 The main components (a) and cross components (b) of the transmitted beam as a function of normalized distance $\kappa\zeta$ for several values of φ

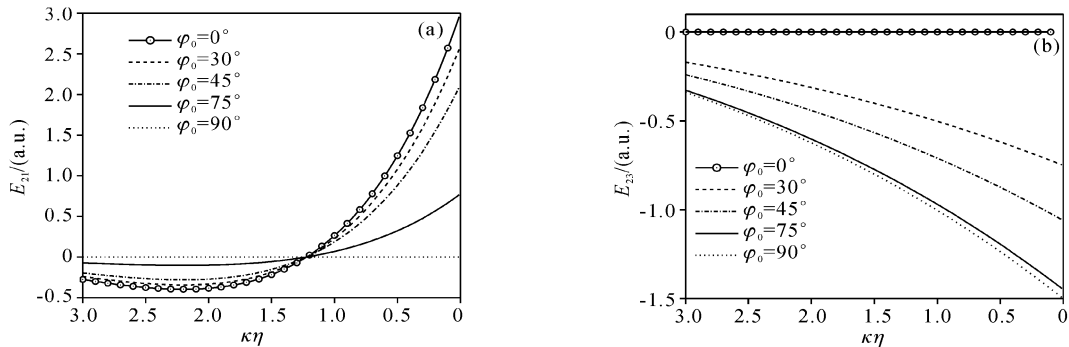


Fig. 4 The main components (a) and cross components (b) of the diffracted beam as a function of normalized distance $\kappa\eta$ for several values of φ

对于任意偏振平面波的情况,在光栅的两个出射边界上,透射波和衍射波的总振幅为

$$E_1 = \sqrt{|E_{11}|^2 + |E_{13}|^2},$$

$$E_2 = \sqrt{|E_{21}|^2 + |E_{23}|^2},$$

图 5(a)和图 5(b)分别给出了不同的偏振角 φ 值情况下, E_1 和 E_2 在各自出射边界上的振幅分布以及

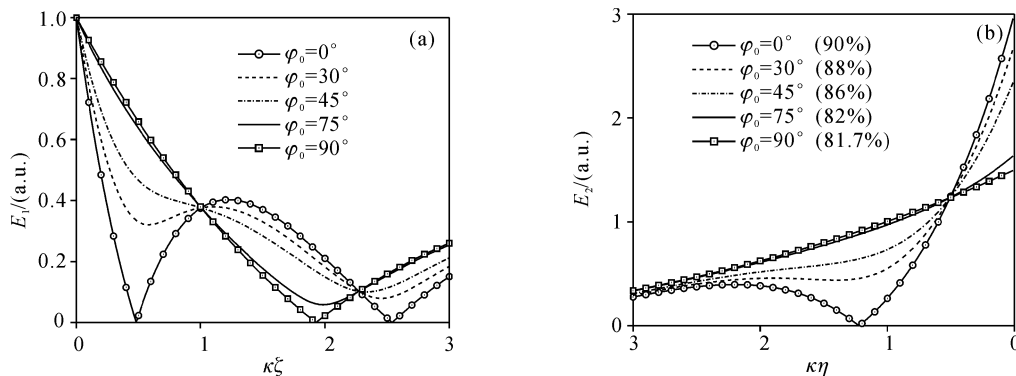


Fig. 5 Total amplitudes distribution of the transmitted (a) and diffracted (b) beam as a function of normalized output boundary for several values of φ . The corresponding diffraction efficiency is indicated in parentheses

相应的衍射效率,其中 $\varphi_0 = 0, \varphi = 0, 30^\circ, 45^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 。从图 5 中可知,以 $\varphi = 0$ 和 $\varphi = 90^\circ$ 时 E_1 和 E_2 的曲线为边界, $0 < \varphi < 90^\circ$ 时 E_1 和 E_2 的曲线在这个边界曲线范围内变化。并且随着偏振角 φ 的减小, E_2 的变化幅度越大,衍射效率越高。

结论 对于局域体全息光栅对任意偏振光的衍射问题,基于三维耦合波理论,得到了透射波和衍射波振幅的主分量和交叉分量的解析表达式。以单位均匀振幅的任意偏振的平面波为例,对记录和再现阶段的偏振角对透射波和衍射波振幅的影响进行了讨论。进而发现:记录过程的偏振角 φ_0 越小,形成的光栅内的耦合越强,衍射效率越高,但光束质量越差;再现过程中由于入射波和衍射波的电矢量的不同方向的耦合强弱不同,不同的偏振角 φ ,透射波和衍射波振幅的主分量和交叉分量的振幅变化行为不同。了解局域体全息光栅对任意偏振光的衍射性质,对基于局域体光栅衍射的许多全息光栅器件,如光分束器、耦合器、偏振器、模式转换器等器件的设计和应用有重要意义。

参 考 文 献

- 1 Gaylord T K, Moharam M G. Analysis and applications of optical diffraction by gratings. *Proc. IEEE*, 1985, **73**(5): 894~937
- 2 You Shanhong, Li Xinwan Li *et al.*. Tunability of nonuniform reflection holographic filter. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(2): 71~73
- 3 Liu Bo, Liu Liren, Xu Liangying *et al.*. Local thermal fixing of a photorefractive LiNbO₃ hologram by use of a CO₂ laser. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(8): 1342~1349
- 4 Kogelnik H. Coupled wave theory for thick hologram gratings. *Bell Syst. Tech. J.*, 1969, **48**(9): 2909~2947
- 5 Li Lifeng. Bremmer series, R-matrix propagation algorithm, and numerical modeling of diffraction gratings. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(8): 2829~2835
- 6 Gaylord T K, Moharam M G. Rigorous coupled-wave analysis of planar-grating diffraction. *J. Opt. Soc. Am.*, 1981, **71**(6): 811~818
- 7 Yan Xiaona, Liu Liuren. Polarization-controlled photorefractive switch. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(7): 1003~1005 (in Chinese)
- 8 Zheng Jihong, Chen Gang, Gu Lingjuan *et al.*. Analysis of the Major factors affecting the efficiency of H-PPLC volume grating. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2003, **30**(6): 524~528 (in Chinese)
- 9 Guo Yingchun, Liu Liren, Li Jianlang *et al.*. Analytic steady-state solutions to dynamic grating envelope. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(1): 40~43 (in Chinese)
- 10 Solymar L. A general two-dimensional theory for volume holograms. *Appl. Phys. Lett.*, 1977, **31**(12): 820~822
- 11 Cooke D J, Solymar L, Sheppard C J R. A three-dimensional vectorial theory for volume holograms. *Int. J. Electron.*, 1979, **46**(4): 337~356
- 12 Russell P ST J, Solymar L. The properties of holographic overlap gratings. *Opt. Acta*, 1979, **26**(3): 329~347
- 13 Kenan R P. Theory of crossed beam diffraction gratings. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1978, **QE-14**(12): 924~930
- 14 Cooke D J, Solymar L, Sheppard C J R. A three-dimensional vectorial theory for volume holograms. *Int. J. Electron.*, 1979, **46**(4): 337~356