

文章编号: 0253-2239(2004)09-1177-4

# 三区振幅型超分辨光瞳滤波器的设计\*

丁洪萍 李庆辉 邹文艺

(西安电子科技大学技术物理学院, 西安 710071)

**摘要:** 提出运用非线性规划及目标规划法,在给定斯特雷耳比  $S$ (超分辨模型和艾里模型主瓣最大亮度比)的条件下,设计出使成像系统的横向、轴向及三维分辨率分别达到最大值的环形振幅型超分辨光瞳滤波器。给出超分辨优化设计模型和实例,并作图验证其结果。对超分辨率伴随的旁瓣效应,把滤波器应用于共焦扫描系统,可有效地抑制旁瓣,提高成像信噪比和对比度。此方案用于三区以上振幅型超分辨滤波器及环形纯相位超分辨光瞳滤波器的设计,为超分辨滤波器的设计提供了参考。

**关键词:** 几何光学; 超分辨率; 光瞳滤波器; 非线性规划; 共焦扫描系统

中图分类号: O439 文献标识码: A

## Design of 3-Zone Amplitude-Type Superresolution Pupil Filters

Ding Hongping Li Qinghui Zou Wenyi

(Department of Technical Physics, Xidian University, Xi'an 710071)

(Received 26 May 2003; revised 12 December 2003)

**Abstract:** At the special Strehl ratio (the ratio of the maximum intensity of the central core of the superresolving pattern to the Airy pattern) 3-zone amplitude-type pupil filters are designed by nonlinear programming and goal programming, which can let the imaging system resolutions of transverse, axial and 3-D reach the maximum. Some superresolution optimization design models and examples are presented with figures testification. To suppress the sidelobe intensity which is concomitant with the increase of the resolutions, these filters are used in confocal scanning microscopic system, as a result, higher signal-to-noise and good image contrasts are achieved. The strategie can also be applied to designing phase-only or more than 3-zone amplitude-type superresolution filters, which gives some references for the design of superresolution filters.

**Key words:** geometrical optics; superresolution; pupil filters; nonlinear programming; confocal scanning microscopy

## 1 引 言

随着科学技术的发展,越来越需要提高光学系统的分辨率,即实现高于瑞利衍射极限的超分辨率,因此出现了如光瞳滤波等提高光学系统分辨率的方法<sup>[1]</sup>。光瞳滤波器有振幅型<sup>[2,3]</sup>、相位型<sup>[4]</sup>和振幅相位结合的混合型<sup>[5,6]</sup>。光学超分辨率研究有横向、轴向及三维成像之分,如 Sheppard<sup>[2]</sup>和 Sieracki等<sup>[7]</sup>把三区环形滤波器应用于共焦系统实现轴向、横向超分辨率;邓小强等<sup>[8]</sup>把三区环形滤波器应用

于共焦系统实现三维成像超分辨率。但是他们设计三区滤波器时给一些参量加以约定,这样设计的滤波器就有失任意性。我们对此加以改进,设计具有任意性的三区振幅型滤波器,并分别考虑横向、轴向及三维超分辨率,所以更具全面性。

本文主要应用优化算法,在给定斯特雷耳比  $S$  的条件下,设计出使横向、轴向及三维成像分别实现最大超分辨率的任意三区振幅型光瞳滤波器。

## 2 理论分析

讨论一般的光学系统,这里设光瞳函数为  $p(\rho)$ ,  $\rho$  为归一化半径。根据珀恩(Born)理论,在单色照明条件下,光学系统焦点附近的振幅分布为

\* 国家自然科学基金委员会与中国节能投资公司联合研究资金(60107003)、陕西省自然科学基金项目资助课题。

E-mail: yuanding5768@sina.com

收稿日期:2003-05-26;收到修改稿日期:2003-12-12

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 p(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(\frac{j u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (1)$$

其中  $J_0(v\rho)$  为零阶贝塞尔函数,  $v$  对应于接收面上的径向坐标  $r$ ,  $u$  对应于以焦点为原点的轴上坐标  $z$ , 其中  $u = 4kz \sin^2(\alpha/2)$ ,  $v = kr \sin \alpha$ ,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\sin \alpha$  代表光瞳的数值孔径,  $\lambda$  代表光源的波长。

令  $t = \rho^2$ ,  $q(t) = p(\rho)$ , 则(1)式变换为

$$U(v, u) = \int_0^1 q(t) J_0(v\sqrt{t}) \exp\left(\frac{j ut}{2}\right) dt, \quad (2)$$

令光瞳函数的  $n$  阶矩为<sup>[8,9]</sup>

$$I_n = \int_0^1 q(t) t^n dt, \quad (3)$$

再令  $\bar{t}_1 = I_1/I_0$ ,  $\bar{t}_2 = I_2/I_0$ , 将零阶贝塞尔函数和指数因子按下式展开:

$$J_0(a) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!k!} \left(\frac{a}{2}\right)^{2k}, \quad e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}, \quad (4)$$

可得到横向和轴向归一化光强分布:

$$\begin{cases} I(v, 0) = 1 - v^2 \bar{t}_1/2 + \dots, \\ I(0, u) = 1 - u^2 (\bar{t}_2 - \bar{t}_1^2)/4 + \dots, \end{cases} \quad (5)$$

定义光瞳滤波器横向分辨率  $G(T)$ 、轴向分辨率  $G(A)$ <sup>[2]</sup> 及斯特列耳比  $S$  分别为

$$\begin{cases} G(T) = 2 \bar{t}_1, \\ G(A) = 12(\bar{t}_2 - \bar{t}_1^2), \\ S = I_0^2, \end{cases} \quad (6)$$

由于该理论中的光瞳函数可为任意形式, 所以该理论具有普遍的适用性。当该滤波器为艾里模型(清晰光瞳)时,  $G(A) = 1$ ,  $G(T) = 1$ ,  $S = 1$ , 这是熟知的结果。

设计任意三区振幅型滤波器, 其结构如图 1, 光瞳函数如(7)式:

$$q(t) = \begin{cases} k_1, & t \in [0, r_1^2] \\ k_2, & t \in (r_1^2, r_2^2] \\ k_3, & t \in (r_2^2, 1] \end{cases} \quad (7)$$

$(r_1 \leq r_2) \in [0, 1],$

其中  $k, k_2, k_3 \in [0, 1]$  分别为环形滤波器三个分区的透过率;  $r_1$  和  $r_2$  分别对应滤波器内部两圆的半径。应用以上理论可分别算出该滤波器的横向分辨率、轴向分辨率以及斯特雷耳比  $S$ :

$$\begin{cases} G(T) = \frac{k_1 r_1^4 + k_2 (r_2^4 - r_1^4) + k_3 (1 - r_2^4)}{k_1 r_1^2 + k_2 (r_2^2 - r_1^2) + k_3 (1 - r_2^2)}, \\ G(A) = 4 \left[ \frac{k_1 r_1^6 + k_2 (r_2^6 - r_1^6) + k_3 (1 - r_2^6)}{k_1 r_1^2 + k_2 (r_2^2 - r_1^2) + k_3 (1 - r_2^2)} \right] - 3 \left[ \frac{k_1 r_1^4 + k_2 (r_2^4 - r_1^4) + k_3 (1 - r_2^4)}{k_1 r_1^2 + k_2 (r_2^2 - r_1^2) + k_3 (1 - r_2^2)} \right]^2, \\ S = [k_1 r_1^2 + k_2 (r_2^2 - r_1^2) + k_3 (1 - r_2^2)]^2. \end{cases} \quad (8)$$

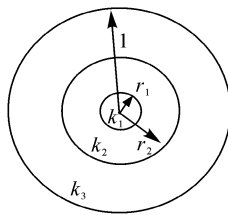


Fig. 1 Pupil filter

由以上分析可知, 要取得好的超分辨效果, 斯

特列雷比应越大越好,  $G(T)$ 、 $G(A)$  应大于 1, 而且应尽可能地大。

### 3 三区振幅型光瞳滤波器的设计

设计轴向超分辨率的光瞳滤波器: 在设定斯特列耳比  $S$  条件下, 取有实际意义的参量,  $k_1, k_2, k_3, r_1, r_2$ , 从而尽可能地提高  $G(A)$ , 所以约束条件如下:

$$f(k_i, r_j) = s. t. \begin{cases} S = [k_1 r_1^2 + k_2 (r_2^2 - r_1^2) + k_3 (1 - r_2^2)]^2 = c [c \text{ 为常量}], \\ k_1, k_2, k_3 \in [0, 1], \\ r_1 \leq r_2 \in [0, 1], \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, 2) \quad (9)$$

其中  $s. t$  表示约束于限定条件,  $G(A)$  是  $k_1, k_2, k_3, r_1, r_2$  比较复杂的非线性函数, 采用优化算法中的非线性规划, 据题意建立如下模型:

$$\begin{cases} \max G(A) \\ f(k_i, r_j) \end{cases} \quad (10)$$

经过计算机多次迭代可得优化数据, 改变  $S$  值, 得到表 1 所示数据, 轴向归一化光强分布图如图 2。

Table 1 Calculated data

S	G(A)	k <sub>1</sub>	k <sub>2</sub>	k <sub>3</sub>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>
0.1	2.1513	1.000	0.000	1.000	0.3976	0.9175
0.2	1.8584	1.000	0.000	1.000	0.4729	0.8811
0.4	1.5026	1.000	0.000	1.000	0.5623	0.8269
0.6	1.2762	1.000	0.000	1.000	0.6223	0.7827
0.8	1.1167	1.000	0.000	1.000	0.6688	0.7435

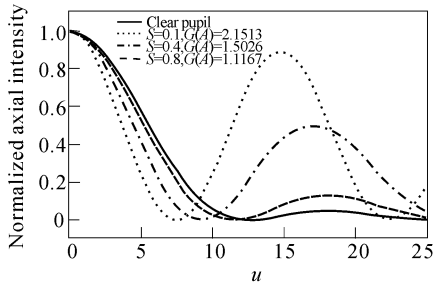


Fig. 2 Normalized axial intensity

同理,对于横向超分辨率滤波器的设计,在设定斯特雷耳比 S 条件下,取参量 k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>, k<sub>3</sub>, r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub> 从而使横向分辨率 G(T) 达到最大值,可建立非线性规划模型:

$$\begin{cases} \max G(T) \\ f(k_i, r_j) \end{cases} \quad (11)$$

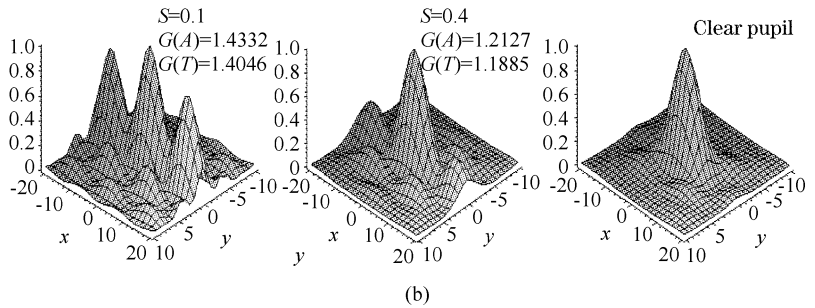
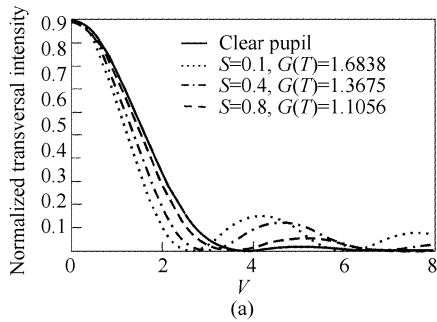


Fig. 3 Transverse (a) and three-dimensional normalized intensity distribution (b)

可见轴向及三维超分辨在于突出滤波器中心和边缘的透过率,横向超分辨率滤波器的边缘透过率较大。相同的 S 值,三维超分辨率滤波器对应的横向、轴向分辨率都小于单独考虑时的值,如 S = 0.4, G(A) = 1.2127, G(T) = 1.1885, 而单独考虑时轴向分辨率 G(A) = 1.5026, 横向分辨率 G(T) = 1.3675。同样,随着 S 的减小,分辨率逐渐增大(主瓣变得越来越窄,越来越尖锐);随分辨率的提高,旁瓣的能量增大,如当 S = 0.1 时,旁瓣的能量非常大(如图 2、图 3),信噪比较低,强烈地影响了成像的对比度。

利用非线性规划和目标规划法在设定 S 的条件下可设计出实现横向、轴向及三维超分辨率的滤波

对于三维超分辨率,须同时考虑提高横向、轴向分辨率,即如何取参量 k<sub>1</sub>, k<sub>2</sub>, k<sub>3</sub>, r<sub>1</sub>, r<sub>2</sub> 从而使 G(T)、G(A) 同时达到最大值,此时有两个目标函数要取最大值,所以用目标规划法,建立模型:

$$\begin{cases} \max G(T) \\ \max G(A) \\ f(k_i, r_j) \end{cases} \quad (11)$$

经过优化计算可分别得到横向和三维超分辨率滤波器。如横向超分辨率滤波器:

$$\begin{aligned} S = 0.1, G(T) &= 1.6838, \\ [k_1, k_2, k_3, r_1, r_2] &= [0, 0, 1, 0, 0.0127, 0, 0.8269]; \\ S = 0.4, G(T) &= 1.3675, \\ [k_1, k_2, k_3, r_1, r_2] &= [0.0795, 0, 1, 0, 0, 0.6063]; \\ S = 0.8, G(T) &= 1.1056, \\ [k_1, k_2, k_3, r_1, r_2] &= [0.7972, 0, 1, 0, 0, 0.3249]. \end{aligned}$$

对于三维超分辨率滤波器:

$$\begin{aligned} S = 0.1, G(T) &= 1.4046, G(A) = 1.4332, \\ [k_1, k_2, k_3, r_1, r_2] &= [1, 0, 1, 0, 0.2541, 0, 0.8651]; \\ S = 0.4, G(T) &= 1.1885, G(A) = 1.2127, \\ [k_1, k_2, k_3, r_1, r_2] &= [1, 0, 1, 0, 0.3925, 0, 0.7222]; \\ S = 0.8, G(T) &= 1.0413, G(A) = 1.0626, \\ [k_1, k_2, k_3, r_1, r_2] &= [1, 0, 0.5625, 1, 0, 0.4519, 0, 0.6675]. \end{aligned}$$

可分别画出它们的归一化光强分布图(图 3)。

器。如把滤波器应用于共焦系统,不但可以提高分辨率,而且可以有效地抑制旁瓣,提高成像的对比度。

### 4 旁瓣的抑制

共焦扫描显微术是 20 世纪 80 年代迅速发展起来的新型成像技术<sup>[10]</sup>,点光源发出的光由物镜部分聚焦到物体上,透过物体的光由集光透镜部分成像,在像面中心探测器前放置一针孔让光透过,即使用点探测。设 p<sub>1</sub>、p<sub>2</sub> 分别为物镜系统和集光系统的滤波器,且其振幅点扩展函数分别为 h<sub>1</sub>(v, u)、h<sub>2</sub>(v, u),则据共焦扫描系统的性质<sup>[11]</sup>,系统光强分布函数为

$$I(v, u) = |h(v, u)|^2 = |h_1(v, u) \times h_2(v, u)|^2, \quad (13)$$

其中

$$h_{1,2}(v, u) = 2 \int_0^1 p_{1,2}(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(\frac{j4\rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (14)$$

由于乘积的影响,往往既可减小主瓣的宽度,又可抑制旁瓣,从而实现系统超分辨率。这里设  $p_1$  为上述三区光瞳滤波器,  $p_2$  为空白光瞳,经计算可作出共焦扫描系统归一化光强分布(图 4)。

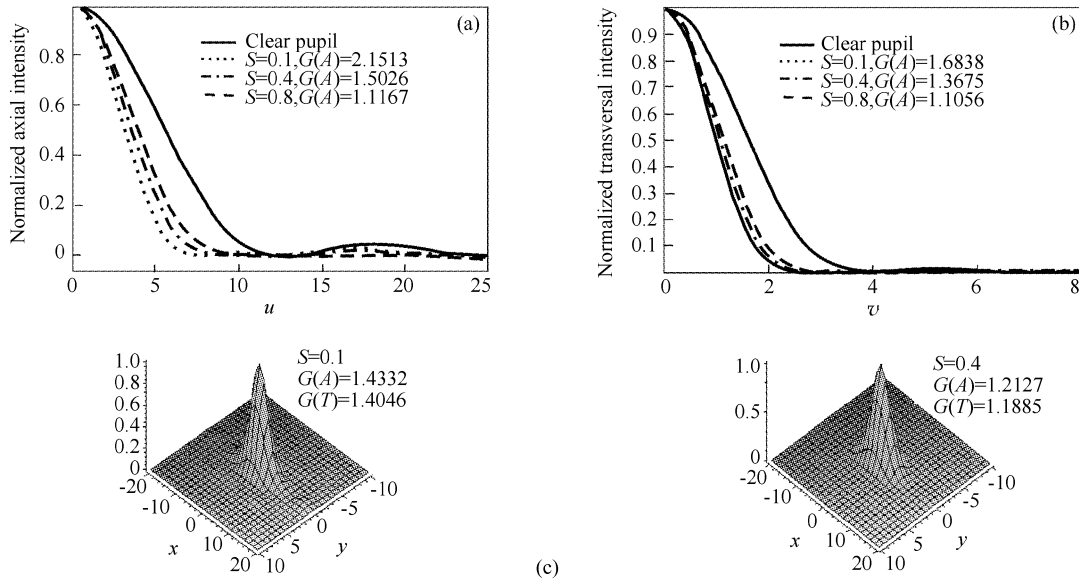


Fig. 4 Normalized intensity of axial (a), transverse (b) and three-dimensional (c) in confocal microscopy system

比较图 2、图 3、图 4 可见,经共焦系统后,光强分布函数的主瓣宽度进一步减小,旁瓣得到了强烈地抑制。其中三维图看得最明显,主瓣变得更窄,更尖锐,旁瓣几乎为零。分别实现了横向、轴向及三维超分辨率,并且提高了成像的对比度。

**结论** 利用非线性规划和目标规划的方法,在设定斯特雷耳比的条件下,设计出实现横向、轴向及三维超分辨率的三区振幅型滤波器,并把它们应用于共焦扫描系统,有效地抑制了旁瓣,提高了成像对比度,取得了非常好的超分辨率效果。此外这种方法还可用于三区以上滤波器的设计,比文献更具任意性和全面性,并为超分辨率光瞳滤波器的设计提供了理论性的参考。

#### 参 考 文 献

- 1 Wang Haifeng, Gan Fuxi, Chen Zhongyu. A new superresolution element. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(5): 593~596 (in Chinese)
- 2 Sheppard C J R, Hegedus Z S. Axial behavior of pupil-plane filters. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**(5): 643~647
- 3 Wang Xianghui, Lin Lie, Zheng Tie *et al.*. Tunable pupil filters applied to high numerical aperture objectives. *Acta*

*Optica Sinica* (光学学报), 2003, **23**(8): 1021~1024 (in Chinese)

- 4 Ando H. Phase-shifting apodizer of three or more portion. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1992, **31**(2B): 557~567
- 5 Hegedus Z S, Sarafis V. Superresolving filters in confocally scanned imaging systems. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1986, **3**(11): 1892~1896
- 6 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying *et al.*. Three-zone complex pupil filter. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2004, **24**(1): 1~4 (in Chinese)
- 7 Sieracki C K, Huang E W. A leaky annular pupil for improved lateral resolution in confocal fluorescence microscopy. *Proc. SPIE*, 1994, **2184**: 120~126
- 8 Deng Xiaoqiang, Wang Guiying, Xu Zhizhan. 3-D superresolution pupil filter. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2001, **A28**(5): 459~462 (in Chinese)
- 9 Deng Xiaoqiang, Wang Gui Ying, Xu Zhizhan. Pupil filters improving axial resolution. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(7): 968~972 (in Chinese)
- 10 Martinez-Corral M, Andres P, Zapata-Rodriguez C. Improvement of three-dimensional resolution in cofocal scanning microscopy by combination of two pupil filters. *Optik*, 1998, **107**(4): 145~148
- 11 Yang Lisong, Wang Guiying, Wang Jianggang *et al.*. Research On confocal scanning imaging. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 1999, **A26**(10): 931~934 (in Chinese)