

文章编号: 0253-2239(2004)08-1141-5

# 法布里-珀罗板正弦相位调制型高精度 角位移测量\*

张彩妮 王向朝

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 800216)

**摘要:** 提出了一种基于法布里-珀罗板和正弦相位调制干涉术的角位移测量新方法。采用 CCD 探测法布里-珀罗板两透射光束光斑的中心距,通过运算得到了入射光的初始角,解决了采用法布里-珀罗板干涉法测量角位移需确定入射光初始角的问题。采用正弦相位调制干涉术通过测干涉信号的相位来测量物体的角位移,增强了对杂散光的抗干扰能力,减少测量误差,提高了测量精度。理论模拟和实验结果表明本方法可以实现精度为  $10^{-8}$  rad 数量级的高精度角位移测量。

**关键词:** 物理光学; 角位移测量; 法布里-珀罗板; 正弦相位调制干涉术

中图分类号: TN247 文献标识码: A

## High-Accuracy Angular Displacement Measurement Using Sinusoidal Phase-Modulating Fabry-Perot Interferometer

Zhang Caini Wang Xiangzhao

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 3 June 2003; revised 29 September 2003)

**Abstract:** A sinusoidal phase-modulating Fabry-Perot interferometer is proposed. A CCD image sensor is used for measuring the distance between the transmitted beams from the two faces of the Fabry-Perot plate. From the distance, the initial angle of incidence is calculated. The sinusoidal phase-modulating interferometry is used for improving the measurement accuracy. It is insensitive to the external disturbance. Numerical calculation and experimental results make it clear that the interferometer allows high-accuracy measurements of angular displacements. The sensitivity is of the order of  $10^{-8}$  rad.

**Key words:** physical optics; angular displacement measurement; Fabry-Perot plate; sinusoidal phase-modulating interferometry

### 1 引 言

角位移的光学测量方法有自准直法<sup>[1,2]</sup>,全内反射差动探测法<sup>[3,4]</sup>,迈克耳孙干涉测量法<sup>[5]</sup>等。其中自准直法测量分辨率低。全内反射差动探测法是利用两介质的界面上,光线反射率随入射角变化的原理,通过探测反射光强而测知物体角位移的方法。由于直接利用探测到的光强进行测量,全内反射差

动探测法需要在暗室中测量,同时要求光源有很高的稳定性。迈克耳孙干涉法通过测量物光和参考光之间的光程差来得到被测物体的角位移。不需要在暗室中测量,对光源稳定性的要求也低于全内反射差动探测法。由于物光和参考光所走的路径完全分开,迈克耳孙干涉法易受外界干扰。

法布里-珀罗板构造简单,透射光束之间的光程差与光束到法布里-珀罗板的入射角有明确的函数关系,且透射光束所走路径基本相同,因而法布里-珀罗板干涉法抗干扰能力较强。但利用法布里-珀罗板干涉来实现高精度角位移测量存在困难。这种

\* 国家 863 计划 MEMS 专项(2002AA404050)资助课题。

E-mail: zhangcn@siom.ac.cn

收稿日期:2003-06-03;收到修改稿日期:2003-09-29

方法需要精确确定入射光的初始角,需要高精度测量干涉光的相位差变化。本文提出的基于法布里-珀罗板正弦相位调制的角位移测量法解决了这些问题。我们使用 CCD 探测法布里-珀罗板两透射光束光斑的中心距来求取光线入射到法布里-珀罗板的初始入射角,利用正弦相位调制(SPM)干涉术求取干涉信号的相位变化。正弦相位调制干涉术是一种精度很高的测量技术<sup>[6~8]</sup>,所以本文提出的基于法布里-珀罗板正弦相位调制的测量方法能实现高精度的角位移测量。

与麦克耳孙干涉法相比较,本方法有较强的抗干扰能力。与全内反射差动探测法比较,本方法通过测干涉信号的相位来获得被测物体的角位移,对光源稳定性要求相对较低,不需要在暗室中测量。

## 2 原 理

图 1 为基于法布里-珀罗板正弦相位调制的角位移测量装置图。采用半导体激光器作光源,激光二极管由直流和正弦电流通过调制器驱动。激光二极管发出的光经过准直后,被反射到被测物体上,被测物体再将光束反射到法布里-珀罗板上。光束透过法布里-珀罗板分成两束光产生干涉,干涉光由分束器分成两部分。其中透射光由光电二极管 PD 检测,经模数转换器送入计算机,用于计算干涉信号的相位变化。反射光由 CCD 检测,通过模数转换器送入计算机,用于计算从法布里-珀罗板透射出的两束光的中心距。

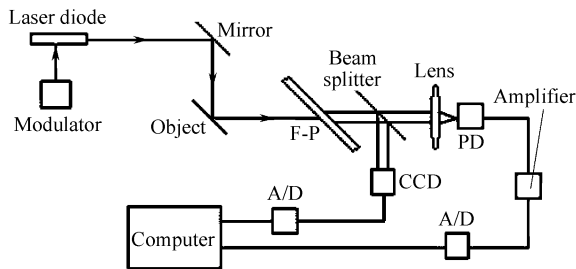


Fig. 1 SPM F-P interferometer for angular displacement measurement

如图 2 所示,一光束由被测物体反射到法布里-珀罗板上,入射角为  $i$ ,透过法布里-珀罗板分成光束 1 和 2,产生干涉,光程差  $L_1$  可以表示为

$$L_1 = 2nh \cos i_1. \quad (1)$$

其中  $h$  为法布里-珀罗板的厚度, $i_1$  为相应于光线到法布里-珀罗板的初始入射角  $i$  的折射角, $n$  为法布里-珀罗板的折射率。被测物体转动  $\delta$  角后,光束到

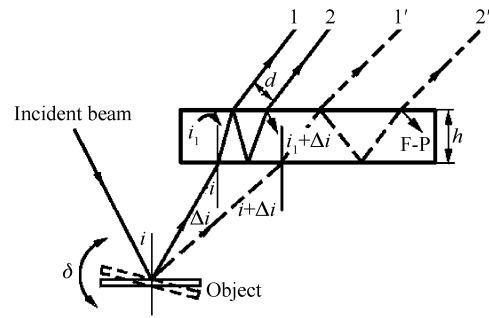


Fig. 2 The F-P interferometer for angular displacement measurement

法布里-珀罗板的入射角变为  $i + \Delta i$ ,透过法布里-珀罗板被分成光束 1' 和 2',它们产生干涉,光程差可写为

$$L_2 = 2nh \cos(i_1 + \Delta i'). \quad (2)$$

其中  $i_1 + \Delta i'$  为相应于入射角  $i + \Delta i$  的折射角。当被测物体产生微角位移  $\delta$ ,从(1)式和(2)式得到干涉光的相位差改变量为

$$\alpha = \frac{4\pi nh}{\lambda} [\cos i_1 - \cos(i_1 + \Delta i')]. \quad (3)$$

其中  $\lambda$  为激光光源的中心波长。在  $\Delta i'$  小于  $5^\circ$  时候,根据三角函数近似  $\sin \Delta i' = \Delta i'$ ,  $\cos \Delta i' = 1$ <sup>[9]</sup>,由(3)式可以得到

$$\Delta i' = \frac{\alpha}{(4\pi nh/\lambda) \sin i_1}. \quad (4)$$

由折射定律  $\sin i = n \sin i_1$ ,  $\sin(i + \Delta i) = n \sin(i_1 + \Delta i')$ ,在  $\Delta i$  和  $\Delta i'$  小于  $5^\circ$  的时候,根据三角函数近似,我们可以得到

$$\Delta i' = \Delta i \frac{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 i_1}}{n \sqrt{1 - \sin^2 i_1}}, \quad (5)$$

从图 2 可以得出  $\delta = \Delta i/2$ ,和(5)式一起代入(4)式得到被测物体的角位移  $\delta$  为

$$\delta = \frac{\alpha}{(8\pi h/\lambda) \sin i_1} \frac{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 i_1}}. \quad (6)$$

其中  $h$ 、 $n$  和  $\lambda$  为常量。只要确定  $\sin i_1$  和  $\alpha$  就可以从(6)式中得到被测物体的角位移。

从图 2 可以得到折射角  $i_1$  与法布里-珀罗板的两透射光束的间距  $d$  有如下关系:

$$\sin i_1 = \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right) + \sqrt{\left( 1 + \frac{d^2}{4h^2} \right)^2 - n^2 \frac{d^2}{h^2}} \right] / (2n^2) \right\}^{1/2}. \quad (7)$$

这样由  $d$  就可以得到  $\sin i_1$ 。

$\alpha$  通过正弦相位调制干涉术来得到。半导体激光器波长的调制可通过对注入电流的调制来实现。

图 1 中半导体激光器的注入电流包括直流部分和正弦调制信号  $b\cos(\omega t + \theta)$ , 激光器的输出波长为

$$\lambda(t) = \lambda + \beta b \cos(\omega t). \quad (8)$$

$b$  为注入电流调制幅度,  $\omega$  为激光器注入电流调制频率,  $\beta$  是注入电流和波长的比例常量。被调制的激光束透过法布里-珀罗板, 分成两束产生干涉, 干涉信号可写为

$$s(t) = \cos[z\cos(\omega t + \theta) + \alpha], \quad (9)$$

其中  $z = 2\pi\beta bL_1/\lambda^2$ ,  $\alpha = 2\pi(L_1 + \Delta L_1)/\lambda$ , 对于干涉信号(9)式进行频谱分析可得到干涉信号的相位变化  $\alpha^{[10,11]}$ 。

### 3 误差分析

下面就法布里-珀罗板两透射光束的间距  $d$  和干涉信号相位变化量  $\alpha$  的测量误差对转动角位移的测量精度的影响进行分析。根据上述讨论, 由(6)式、(7)式可知

$$\delta = f(d, \alpha). \quad (10)$$

即  $\delta$  为  $d$  和  $\alpha$  的函数。对  $\delta$  进行微分可以得到

$$d\delta = d\delta_d + d\delta_\alpha = \frac{\partial f(d, \alpha)}{\partial d} \partial d + \frac{\partial f(d, \alpha)}{\partial \alpha} \partial \alpha. \quad (11)$$

$\delta$  的测量误差分成  $d\delta_d$  和  $d\delta_\alpha$  两部分, 分别对应于  $d$  和  $\alpha$  的测量误差。假定所用的半导体激光器的波长为 661 nm, 选取法布里-珀罗板的厚度为 12 mm, 折射率为 1.5163, 透过法布里-珀罗板两光束的中心距  $d$  为 0.64635 cm。可以得到干涉信号相位变化量的测量误差  $\partial\alpha$  与角位移的测量误差  $d\delta_\alpha$  存在如下的线性关系:

$$d\delta_\alpha = 7.474 \times 10^{-6} \partial\alpha. \quad (12)$$

其中  $\partial\alpha$  和  $d\delta_\alpha$  的单位均为弧度。图 3 为对应不同  $d$  值, 干涉信号相位变化量的测量误差  $\partial\alpha$  与角位移的测量误差  $d\delta_\alpha$  的关系。曲线(a)对应于  $d = 0.64635$  cm, 曲线(b)对应于  $d = 0.7$  cm, 曲线(c)对应于  $d = 0.82$  cm。可以看出图中直线的斜率随  $d$  值的增加而减少。即当  $\alpha$  的测量精度不变, 增大  $d$  可以减少  $\delta$  的测量误差。

采用上述参量, 在  $\alpha$  为  $\pi$  的时候可以得到法布里-珀罗板两透射光束间距的测量误差  $\partial d$  与角位移的测量误差  $d\delta_d$  存在如下的线性关系:

$$d\delta_d = -3.594 \times 10^{-9} \partial d. \quad (13)$$

其中  $d\delta_d$  的单位为弧度,  $\partial d$  的单位为微米。图 4 为对应不同  $\alpha$  值, 法布里-珀罗板两透射光束间距的测量误差  $\partial d$  与角位移的测量误差  $d\delta_d$  的关系, 曲线(a)

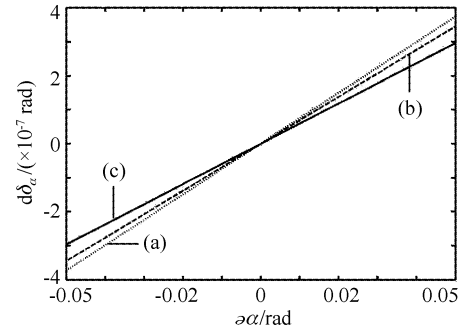


Fig. 3  $d\delta_\alpha$  varies with  $\partial\alpha$  for different  $d$

对应于  $\alpha = \pi$  rad, 曲线(b)对应于  $\alpha = \pi/2$  rad, 曲线(c)对应于  $\alpha = \pi/4$  rad。可以看出图中直线的斜率随  $\alpha$  值的减少而减少。即对应于相同的  $d$  值测量误差,  $\alpha$  值越小,  $\delta$  的测量误差越小。

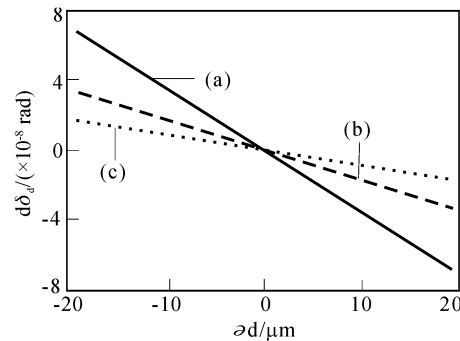


Fig. 4  $d\delta_d$  varies with  $\partial d$  for different  $\alpha$

在  $d$  为 0.64635 cm,  $\alpha$  为  $\pi$  的时候, 可得角位移测量误差  $d\delta$  的最大值为

$$|7.474 \times 10^{-6} \partial\alpha| + |3.594 \times 10^{-9} \partial d| \quad (14)$$

最小值为

$$|7.474 \times 10^{-6} \partial\alpha| - |3.594 \times 10^{-9} \partial d| \quad (15)$$

基于法布里-珀罗板和正弦相位调制干涉术的角位移测量是对干涉信号进行傅里叶变换后, 先求出  $z$  值, 然后利用反正切函数求出其相位  $\alpha$  得到角位移值的<sup>[12]</sup>。由于  $\alpha$  的值域为  $[-\pi, \pi]$ 。根据上面的参量及(6)式得出本方法可实现范围为  $[-26, 26] \mu\text{rad}$  的角位移测量。

### 4 模拟计算

假定所用的半导体激光器的波长为 661 nm, 其注入电流调制频率为 1000 Hz。选择  $\delta$  为一个频率 225 Hz, 振幅  $10^{-5}$  rad 的正弦函数。选取法布里-珀罗板的厚度为 12 mm, 折射率为 1.5163,  $\sin i_1 = 0.5711$ 。设  $z = 2.33$  rad,  $\theta = 0$ , 由(9)式得到干涉信号, 在此干涉信号上叠加其均方根值 5% 的高斯分布的随机噪声, 得到图 5(a) 所示的带噪声的干涉信

号。图 5(b) 为对图 5(a) 中的干涉信号进行傅里叶变换得到的强度分布,图 5(c) 为对图 5(b) 中的强度分布进行反傅里叶变换获得的带噪声干涉信号的相位差随时间变化值,即  $\alpha$ 。将  $\alpha$  代入(6) 式得到被测物

体的角位移  $\delta$  随时间的变化,如图 5(d) 所示。图 5(d) 中角位移的均方根误差为  $4.33 \times 10^{-8}$  rad。即  $d\delta_a$  为  $4.33 \times 10^{-8}$  rad。

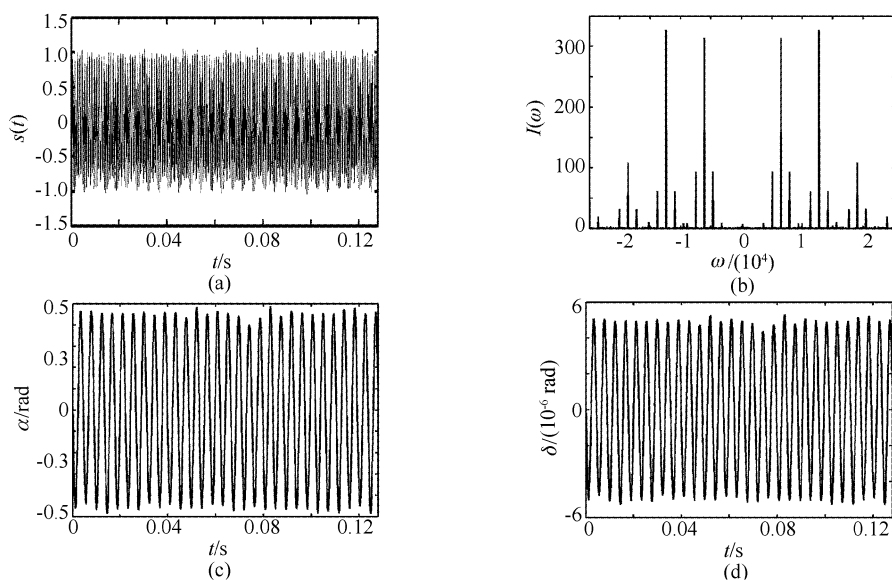


Fig. 5 (a) Computer-simulated noisy interference signal, (b) Amplitude distribution of a discrete Fourier transform of the interference signal, (c) Phase variation obtained from the interference signal, (d) Angular displacement obtained from the interference signal

#### 4 实验与结果

实验装置如图 1 所示。光源的波长为 661 nm。其中被测物体如图 6 所示,杠杆的 A 端固定在支架上,B 端的压电换能器(PZT)驱动反射镜,使之产生微小角位移。

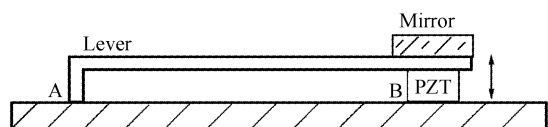


Fig. 6 Mirror used as the object

在被测物体静止时,由 CCD 探测得到透过法布里-珀罗板的两光束的中心距  $d$ 。采用对角长 8.5 mm

(1/3 英寸),像素数为  $752 \times 582$  的 CCD。像素间距决定了 CCD 的横向最小分辨率。将两透射光束成像于 CCD 上,由于存在缩放,在数据处理中,像素间距被扩大为  $9.4 \mu\text{m}$ ,在此条件下得到  $d$  值为 0.64635 cm。法布里-珀罗板的厚度为 12 mm,折射率为 1.5163,根据(7)式得到初始角  $\sin i_1 = 0.62$ 。

加一个振幅为 8.5 V 频率为 225 Hz 的正弦电压信号给图 6 中的压电陶瓷,使反射镜产生微小角位移。在反射镜运动时,调节激光二极管的正弦驱动电流,使正弦相位调制深度  $z = 2.33$  rad,调节电路使  $\theta = 0$ 。激光二极管的正弦电流频率,也即正弦相位调制频率为 1 kHz 时,光二极管测得的干涉信号如图 7(a) 所示。对图 7(a) 中的干涉信号进行频谱分析得到干涉信号的相位变化  $\alpha$ ,与  $\sin i_1$  一起代入

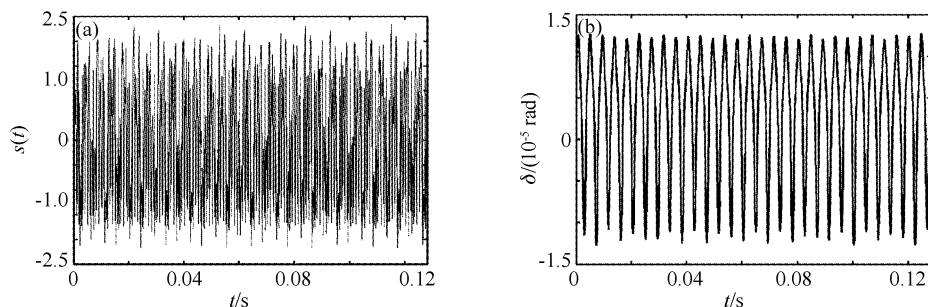


Fig. 7 (a) Interference signal detected by the photodiode, (b) Measured result of object's angular displacements

(6)式得到镜面角位移随时间变化曲线,如图 7(b)所示。这是一个平均振幅为  $12.34 \mu\text{rad}$ ,频率为  $225 \text{ Hz}$  的正弦振动曲线。

将实验中各参量和  $\alpha$  的最大值  $1.599 \text{ rad}$ ,及  $d$  的测量误差  $9.4 \mu\text{m}$  代入(11)式,得到误差  $d\delta_a$  为  $1.71 \times 10^{-8} \text{ rad}$ 。由模拟计算结果  $d\delta_a = 4.33 \times 10^{-8} \text{ rad}$ ,根据(14)式和(15)式,得本测量角位移精度最高可达到  $2.62 \times 10^{-8} \text{ rad}$ ,最低在  $6.04 \times 10^{-8} \text{ rad}$ 。

采用麦克耳孙干涉仪对压电换能器进行标定,标定光源 He-Ne 激光器的波长为  $632.8 \text{ nm}$ 。压电陶瓷端面反射光与参考光干涉,给压电陶瓷加电压使压电换能器运动,由 CCD 同步采集干涉信号的变化。驱动压电陶瓷的板卡与 CCD 的数据采集卡的同步精度由计算机控制在  $50 \text{ ms}$  内。在干涉信号变化一个周期内采集了 230 次,压电陶瓷的标定精度可达到  $\lambda/460 = 632.8/460 = 1.38 \text{ nm}$ 。得到压电陶瓷上所加电压  $x$  与压电陶瓷伸长值  $y$  之间存在如下线性关系  $y = 0.05937x$ 。其中  $y$  的单位为微米, $x$  的单位为伏特。对应于  $8.5 \text{ V}$ 、 $225 \text{ Hz}$  的正弦电压信号,压电陶瓷将产生一个振幅为  $0.504645 \mu\text{m}$  频率为  $225 \text{ Hz}$  的正弦振动。图 6 中杠杆 A、B 点间距为  $4 \text{ cm}$ 。这样镜面产生的角位移振幅为  $12.62 \mu\text{rad}$ ,频率为  $225 \text{ Hz}$ 。

由标定我们给出了压电陶瓷加电压后,镜面转动的理想状态。考虑实验中用于驱动压电陶瓷的函数发生器,其输出电压短时间存在漂移,以及测量环境等因素的影响,认为实验结果给出了转动镜面的实际角位移。

**结论** 本文提出了基于法布里-珀罗板正弦相位调制的角位移测量新方法。进行了误差分析,由理论模拟和实验得出本方法的角位移测量精度在  $10^{-8} \text{ rad}$ 数量级。把实验结果与标定的理论计算结

果进行比较,得出本方法可以实现角位移的高精度测量。

### 参 考 文 献

- 1 Yoder P R, Schlesinger J E, Chickvary J L. Active annular-beam laser autocollimator system. *Appl. Opt.*, 1975, **14**(8): 1890~1895
- 2 Ilev I K. Fiber-optic autocollimation refractometer. *Opt. Commun.*, 1995, **119**(9): 513~516
- 3 Huang P S, Kiyono S, Kamada O. Angle measurement based on the internal-reflection effect: a new method. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(28): 6047~6055
- 4 Zhou Weidong, Cai Lilong. An angular displacement interferometer based on total internal reflection. *Meas. Sci. Technol.*, 1998, **9**(7): 1647~1652
- 5 Zhang Jihua, Menq Chia-Hsiang. A linear/angular interferometer capable of measuring large angular motion. *Meas. Sci. Technol.*, 1999, **10**(8): 1247~1253
- 6 Sasaki O, Okazaki H. Analysis of measurement accuracy in sinusoidal phase modulating interferometry. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(18): 3152~3158
- 7 Song Song, Wang Xiangzhao, Wang Xuefeng *et al.*. Real-time micro-vibration measurement with a laser diode interferometer. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(5): 578~580 (in Chinese)
- 8 Wang Xuefeng, Wang Xiangzhao, Yu Danyang *et al.*. Photothermal-modulation laser diode interferometer insensitive to external disturbances. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(11): 1368~1371 (in Chinese)
- 9 Dai X, Sasaki O, Greivenkamp J E *et al.*. Measurement of small rotation angles by using a parallel interference pattern. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(28): 6380~6388
- 10 Sasaki O, Takahashi K. Sinusoidal phase modulating interferometer using optical fibers for displacement measurement. *Appl. Opt.*, 1988, **27**(19): 4139~4142
- 11 Sasaki O, Okamura T, Suzuki T. Sinusoidal phase modulating Fizeau interferometer. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(4): 512~515
- 12 Wang Xuefeng, Wang Xiangzhao, Qian Feng *et al.*. Laser diode interferometer used to measure displacements in large range with a nanometer accuracy. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2001, **A28**(5): 455~458 (in Chinese)