

# 调制度分析在等步长相移法相位展开中的应用

蒋震宇 缪泓 张青川 伍小平

(中国科学技术大学力学和机械工程系, 合肥 230027)

**摘要:** 推导了两种常用等步长相移算法的调制度表达式, 提出一种新的调制度分析方法。该方法用于等步长相移法中基于加权最小二乘法的相位展开, 能够充分利用调制度信息, 构造二值和小数权重, 从而增强相位展开过程对多种干扰因素的免疫力。实验结果说明了该方法的有效性和实用性。最后比较了二值权重和小数权重在加权最小二乘法的相位展开中的性能表现。

**关键词:** 相移技术; 图像处理; 相位展开; 调制度分析; 加权最小二乘法

中图分类号: O348 文献标识码: A

## Weighted Phase Unwrapping Based on Analysis of Intensity Modulation for Phase-Shifting Interferometry

Jiang Zhenyu Miao Hong Zhang Qingchuan Wu Xiaoping

(Department of Mechanics and Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027)

(Received 2 July 2003; revised 20 October 2003)

**Abstract:** A new method of analysis of intensity modulation is proposed for phase unwrapping of equal-step phase-shifting interferometry. By analyzing the intensity modulation of interference speckle patterns, a variety of noise, inconsistency and invalid data area can be identified. A binary and decimal weight can be constructed by this method for weighted phase unwrapping that utilizes least-squares approach and enhances the immunity of phase unwrapping from kinds of disturbing factor. The application of this method to Carré algorithm and Stoilov algorithm is discussed. The experimental result shows the validity and practicality of this method. A comparison of the performance of binary and decimal weight in weighted least-squares phase unwrapping is provided.

**Key words:** phase shifting; image processing; phase unwrapping; intensity modulation analysis; weighted least-squares approach

## 1 引 言

相移技术是光学干涉计量中一种常用的相位测量方法, 与传统的条纹中心法相比, 这种方法真正实现了全场测量, 能够达到相当高的精度和灵敏度, 具有处理过程简单、便于自动分析等优点。根据对相移步长的要求, 可以分为定步长相移法和等步长相移法, 后者只要求每次的相移步长相等, 不需控制其为一确定值, 对于多数相移器而言实现更为方便。

目前等步长相移法中影响较大的是 Carré 算法<sup>[1]</sup>、Schwiders 算法<sup>[2]</sup>和 Stoilov 算法<sup>[3]</sup>, 其中 Carré 算法历史最长, 应用最为广泛, 而误差分析表明, Stoilov 算法在对相移量误差和随机光强误差方面明显优于前两种算法<sup>[4,5]</sup>。因此, 本文的讨论主要集中于这两种算法。

由于在上述相移技术中, 计算得到的相位均被反三角函数包络, 因此相位展开便成为得到实际相位信息的必经过程。针对各种干扰因素(如随机噪声, 相位图的非一致性, 大面积无效数据区等)的相位展开方法研究一直非常活跃<sup>[6,7]</sup>, 在基于加权最

E-mail: zhyjiang@mail.ustc.edu.cn

收稿日期: 2003-07-02; 收到修改稿日期: 2003-10-20

小二乘法的相位展开术<sup>[8]</sup>提出之后,这种全局相位展开方法受到了众多研究者的认同<sup>[9,10]</sup>,成为目前相位展开方法的主流之一。加权最小二乘法进行相位展开的过程中,权重对于削弱干扰因素的影响和提高迭代的收敛速度起着举足轻重的影响。合理地选取和设置权重,是加权最小二乘法的关键之一。

在相位测量方法中,调制度是表征干涉条纹图和散斑场质量的一个重要参量。对于条纹或散斑场质量好的区域,计算得到的相位值可靠性亦较高。因此,这一参量很自然地引起了相位测量术和相位展开方法研究者的注意。简单的条纹调制度分析算法首先被苏显渝应用于相移光栅轮廓术(Phase-stepping grating profilometry)的相位展开中<sup>[11]</sup>,其原理是确定一个调制度阈值作为条纹质量的一个判据,调制度高于阈值的部分,认为条纹质量好,信噪比高,可以正确进行相位展开;调制度低于阈值的部分,认为条纹质量差,相位展开经过这些地方容易出错,用模板覆盖它,展开时绕过。待全图的相位展开完成后,再通过插值方法补足这些区域的相位值。其后,殷功杰<sup>[12]</sup>和苏显渝<sup>[13]</sup>等分别针对基于傅里叶变换轮廓术的调制度分析方法进行了相似的改进。二者均认为调制度过高区域对应于条纹过密部分,这些地方数据的置信度亦较低,据此选定合适的相位展开路径时,优先考虑调制度适中的点。调制度分析在加权最小二乘法中的应用由钱克矛<sup>[14]</sup>、黄文字<sup>[15]</sup>等进行了初步的探讨。本文推导了等步长相移法中 Carré 算法和 Stoilov 算法的调制度表达式,提出了一种新的调制度分析方法。该方法能够合理利用调制度信息,构造二值权重和小数权重,代入加权最小二乘法进行相位展开。实验表明该方法不依赖于条纹的分析,能够识别各类噪声、相位非一致性和无效数据,使相位展开得到较为理想的结果。本文最后比较了二值权重和小数权重在基于加权最小二乘法的相位展开中的性能表现。

## 2 相位展开的最小二乘法和加权最小二乘法原理

### 2.1 相位展开的最小二乘法

假设实际相位为  $\varphi(i, j)$ , 计算出的被包络相位为  $\psi(i, j)$ , 二者之间的关系如下:

$$\psi(i, j) = \varphi(i, j) + 2\pi k, \quad k \text{ 为整数}, \quad (1)$$

其中  $-\pi < \psi(i, j) \leq \pi, i = 0, 1, \dots, M-1; j = 0, 1, \dots, N-1$ 。相位展开的目的就是从被包络相位  $\psi(i, j)$  求出实际相位  $\varphi(i, j)$ , 为方便使用快速算法, 我们仅考虑相位图大小为  $N \times N$  ( $N$  为 2 的幂) 的情况。

在此先定义一个包络函数  $f_{\text{wrap}}$ , 其作用是通过加上或者减去  $2\pi$  的整数倍对相位值进行包络, 使之位于  $(-\pi, \pi]$  区间。因此(1)式可用下式表示:

$$f_{\text{wrap}}\{\varphi(i, j)\} = \psi(i, j), \quad (2)$$

计算两组被包络相位分别在  $x$  方向和  $y$  方向的差分, 并对其进行包络运算。即

$$\begin{cases} \Delta^x(i, j) = f_{\text{wrap}}\{\psi(i+1, j) - \psi(i, j)\}, \\ i = 0, 1, \dots, M-2; j = 0, 1, \dots, N-1, \\ \Delta^x(i, j) = 0, \quad \text{在其他情况下}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \Delta^y(i, j) = f_{\text{wrap}}\{\psi(i, j+1) - \psi(i, j)\}, \\ i = 0, 1, \dots, M-1; j = 0, 1, \dots, N-2, \\ \Delta^y(i, j) = 0, \quad \text{在其他情况下}, \end{cases} \quad (4)$$

如果实际相位  $\varphi(i, j)$  是连续变化的, 可直接得到以下  $2N(N-1)$  个方程:

$$\begin{cases} \varphi(i+1, j) - \varphi(i, j) = \Delta^x(i, j), \\ i = 0, 1, \dots, N-2; j = 0, 1, \dots, N-1, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \varphi(i, j+1) - \varphi(i, j) = \Delta^y(i, j), \\ i = 0, 1, \dots, N-1; j = 0, 1, \dots, N-2, \end{cases} \quad (6)$$

上两式可用矩阵形式简写为

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{b}, \quad (7)$$

其中  $\mathbf{A}$  为  $2N(N-1) \times N^2$  的系数矩阵; 将  $\varphi(i, j)$  排列成  $N^2 \times 1$  的列向量即为  $\boldsymbol{\phi}$ , 是待求的未知数向量;  $\mathbf{b}$  为  $2N(N-1) \times 1$  的常数向量, 由诸  $\Delta^x(i, j)$  和  $\Delta^y(i, j)$  组成。矩阵  $\mathbf{A}$  以及向量  $\boldsymbol{\phi}$  和  $\mathbf{b}$  的形式可从方程(5)和(6)得到。

下式代表的法方程组的解是方程组(7)式的最小二乘解:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}, \quad (8)$$

也可以写成

$$\mathbf{P}\boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\rho}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{P} = \mathbf{A}^T \mathbf{A}, \boldsymbol{\rho} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$ , 上标 T 表示矩阵转置。

### 2.2 相位展开的加权最小二乘法

对于实验中获得包络相位图中存在各种噪声、非一致性、无效数据区域等情况, 仍采用上面的最小二乘法进行相位展开则效果较差, 这些点上的错误数值将影响其周围区域的相位展开, 对此可采用加权的加权最小二乘法解决。这时, 方程组(7)相应

成为

$$\mathbf{WA}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{Wb}, \quad (10)$$

其中  $\mathbf{W}$  为权重矩阵。上式的法方程组是:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{A}^T \mathbf{W}^T \mathbf{W} \mathbf{b}, \quad (11)$$

方程组(11)的求解方法中常用的两种是 Picard 迭代法和预优共轭梯度(PCG)法。

### 3 调制度分析原理

#### 3.1 Carré 算法和 Stoilov 算法的相位和调制度表达式推导

由 Carré 算法得到的相移干涉条纹图光强分布通常可以表示成

$$\begin{cases} I_1(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) + 3\alpha]\}, \\ I_2(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \alpha]\}, \\ I_3(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) - \alpha]\}, \\ I_4(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) - 3\alpha]\}, \end{cases} \quad (12)$$

其中  $I(x, y)$  为背景光强;  $m(x, y)$  为条纹对比度, 亦称为调制度;  $\varphi(x, y)$  为待求相位。  $(x, y)$  表示位置坐标, 在不引起误解的情况下我们将省略下标  $(x, y)$ 。相移步长为  $2\alpha$ 。

由方程组(12)可推出 Carré 算法的相位和调制度的表达式:

$$\varphi = \arctan \left\{ \frac{\sqrt{[(I_2 - I_3) + (I_1 - I_4)] \times [3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)]}}{|(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)|} \right\}, \quad (13)$$

$$\begin{cases} m(x, y) = \frac{1}{\frac{I_2 + I_3}{I_2 - I_3} - \frac{(I_2 + I_3) - (I_1 + I_4)}{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}} \times \frac{2}{\sqrt{\left| \frac{3(I_2 - I_3) - (I_1 - I_4)}{I_2 - I_3} \right|}} \times \\ \left| \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}{\tan \varphi} \right|, \tan \varphi \neq 0 \\ m(x, y) = \frac{-4 \sin^2 \alpha - [(4 \cos^2 \alpha - 3) - I_1/I_2] \times \cos \varphi}{[(4 \cos^2 \alpha - 3) - I_1/I_2] \times \cos \alpha}, \tan \varphi = 0 \end{cases} \quad (14)$$

由 Stoilov 算法得到的相移干涉条纹图光强分布可以表示成

$$\begin{cases} I_1(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) - 2\beta]\}, \\ I_2(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) - \beta]\}, \\ I_3(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y)]\}, \\ I_4(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) + \beta]\}, \\ I_5(x, y) = I(x, y) \times \{1 + m(x, y) \cos[\varphi(x, y) + 2\beta]\}, \end{cases} \quad (15)$$

在此相移步长为  $\beta$ 。

由方程组(15)可推出 Stoilov 算法的相位和调制度的表达式:

$$\varphi = \arctan \left| \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_1 - I_5} \sqrt{1 - \left| \frac{I_1 - I_5}{2(I_2 - I_4)} \right|^2} \right|, \quad (16)$$

$$\begin{cases} m = 1 / \left[ \left( \frac{I_2 + I_4}{I_1 - I_5} \right) \sin \varphi \sin 2\beta - \cos \varphi \cos \beta \right] = \\ 1 / \left[ \cos \varphi \cos \beta \left[ \left( \frac{I_2 + I_4}{I_1 - I_5} \right) \tan \varphi \sin \beta - 1 \right] \right], \cos \varphi \neq 0 \\ m = \begin{cases} \frac{I_4/I_3 - 1}{\sin \beta}, & \cos \varphi = 0, \sin \varphi = -1 \\ \frac{I_2/I_3 - 1}{\sin \beta}. & \cos \varphi = 0, \sin \varphi = 1 \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

由于三角函数的等价性, 上述表达式并非唯一解, 利用三角公式试凑, 可以得到其它等价的表达式。过去的研究表明, 相移步长在  $[\pi/3, 2\pi/3]$  范围

内时, Carré 算法和 Stoilov 算法对于相移量和光强随机误差的敏感性较低<sup>[5,16]</sup>, 在本文中, 为了方便讨论, 将相移量  $2\alpha$  和  $\beta$  控制在  $[\pi/3, \pi/2]$  范围内。

### 3.2 利用调制度确定权重

根据上述推导的调制度确定权重时,我们对于调制度过低点赋予较低置信度,即较低权重值。同时假定原干涉条纹图中有效数据点占绝大多数,因为如果无效数据点区远多于有效数据点时,相位展开也将失去意义。因此,置信度高的点必须满足两个条件:

- (i) 调制度大于某个阈值;
- (ii) 在此调制度值上的点的数目足够多。

这两个参量都可以通过分析调制度的统计分布确定。基于上述前提,我们考虑设计合适的带通滤波器,主要排除调制度过低和此调制度值上数目较少的点。对于调制度适中且数目占多数的点,赋予较高的权重值。具体实现时,采用两种窗函数:

#### 1) 矩形窗

$$W(x) = \begin{cases} 1, & x_1 \leq x \leq x_h \\ 0, & \text{其他区域} \end{cases} \quad (18)$$

其中  $x_1$  和  $x_h$  分别是根据调制度统计直方图确定的调制度上下阈值,对调制度落在矩形窗内的点权重值设为 1,其它点的权重值则设为 0。

#### 2) 不规则窗

$$W(x) = \begin{cases} \frac{S(x) - S(x_1)}{S(x_p) - S(x_1)}, & x_1 \leq x \leq x_p \\ \frac{S(x) - S(x_h)}{S(x_p) - S(x_h)}, & x_p \leq x \leq x_h \\ 0, & \text{其他区域} \end{cases} \quad (19)$$

其中  $x_1$  和  $x_h$  分别是根据调制度统计直方图确定的调制度上下阈值,  $x_p$  对应调制度直方图峰值处的调制度值,  $S(x)$  为调制度的统计分布函数,表示调制度为  $x$  的点的个数。不规则窗函数依据调制度统计直方图的趋势,对上下阈值之间的峰值上的点赋予权重值 1,而两侧的权重值依该调制度的点数目比例递减至 0,对于上下阈值之外的部分,权重值设为 0。用这种窗函数可以精确的设定小数权重。

确定上述窗函数后,即可对调制度空间分布进行带通滤波,构造相应的权重矩阵,代入加权最小二乘法,即方程组(10)、(11),用迭代法求解,完成相位展开。

## 4 实验结果和讨论

实验应用迈克耳孙干涉系统 (Michelson interferometry) 结合 Carré 算法和 Stoilov 算法测量了一个试件相对参考平面的离面变形。实验光路如图 1 所示。图中的压电陶瓷以等步长的驱动方式推

动参考漫射面,使 CCD 接收到的参考漫射面和物面散斑场干涉生成的散斑场发生等量的相移。

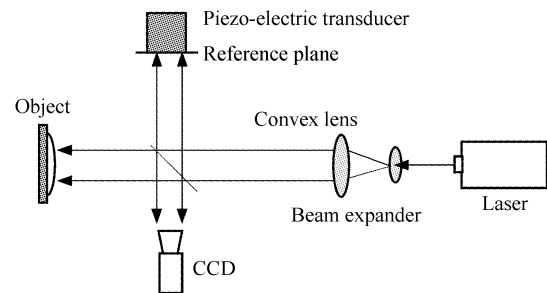


Fig. 1 Experimental setup

图 2 是获得的变形前的参考干涉散斑场和变形后的 5 幅相移干涉散斑场中的一幅,图中的圆形黑斑是人工加入的噪声数据,用以模拟无效数据孔洞。图 3 是消去高频分量的引入相移的变形前后干涉散斑场相关条纹图之一,图中的相关条纹表示物体表面相对于参考平面发生离面变形的等位移线。由相移相关条纹图,根据 Carré 算法和 Stoilov 算法的相位和调制度表达式,可计算出被包裹的相位图(图 4)和调制度的空间分布(图 5)。从图中可见,人工加入的圆形黑斑噪声的影响仍清晰可见。

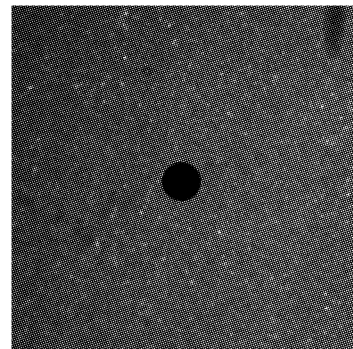


Fig. 2 Interference speckle pattern

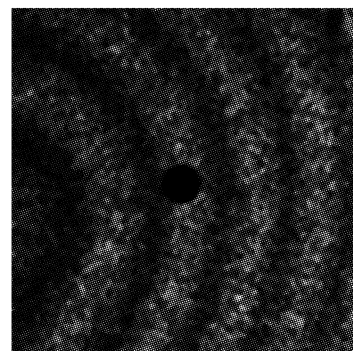


Fig. 3 Correlation fringe pattern

由调制度统计直方图可见由于原干涉散斑图质量不是很好,使得调制度值普遍较低。根据这个分布可以确定矩形窗和不规则窗的参量,使得调制度

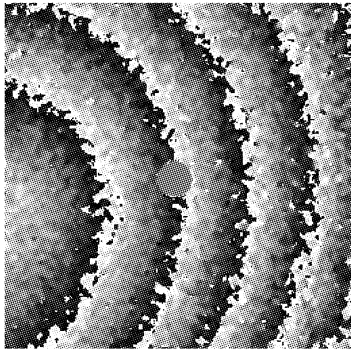


Fig. 4 Wrapped phase map

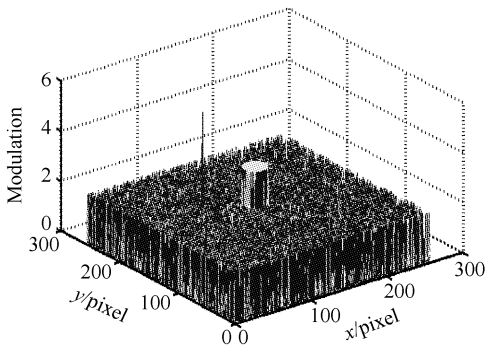


Fig. 5 Spatial distribution of modulation

适中且像素数较多的部分落在滤波窗内,分别如图 6 和图 7 所示。

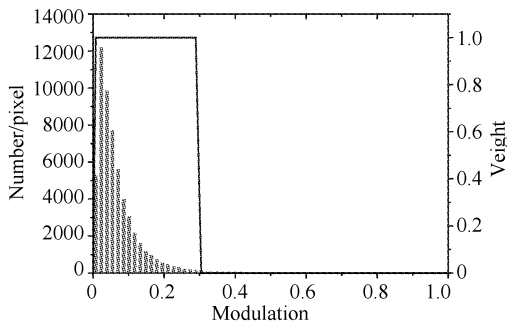


Fig. 6 Analysis of modulation (rectangle window)

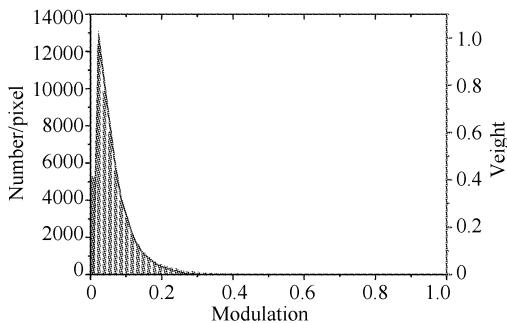


Fig. 7 Analysis of modulation (irregular window)

确定矩形窗和不规则窗函数后,对调制度空间分布进行带通滤波,构造二值权重和小数权重。为

了便于显示和比较,在此将权重值从[0,1]区间扩展到 256 个灰度级上,其中灰度值 255 对应权重值 1,而灰度值 0 对应权重值 0,如图 8 和图 9 所示。由图中可以发现,原相移干涉条纹图上相位间断区域附近的非一致性点和人工加入的无效数据空洞被清楚的识别,并赋予较低的权重值。

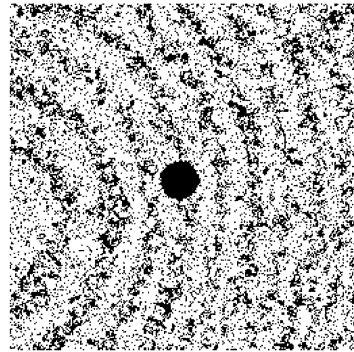


Fig. 8 Binary weight constructed by rectangle window

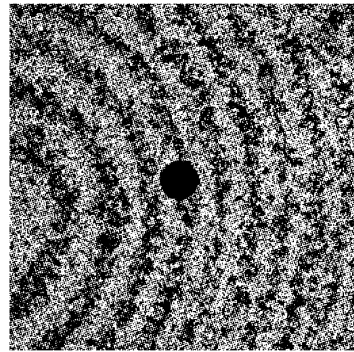


Fig. 9 Decimal weight constructed by irregular window

将以上权重代入加权最小二乘法进行相位展开,结果如图 10 至图 13 所示,对于矩形窗构造的二值权重,迭代次数达到 50 次后结果趋于稳定,而对于不规则窗构造的小数权重,迭代次数达到 200 次后结果趋于稳定。图 14 和图 15 是用无权重最小二乘法进行了相位展开的结果。为了方便比较结果的质量,我们用(2)式定义的包络函数  $f_{wrap}$  重新对展开的相位进行

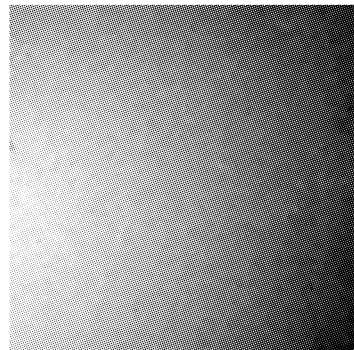


Fig. 10 Unwrapped phase map obtained with binary weight

了包络,将其与原被包络的相位图 4 对比。

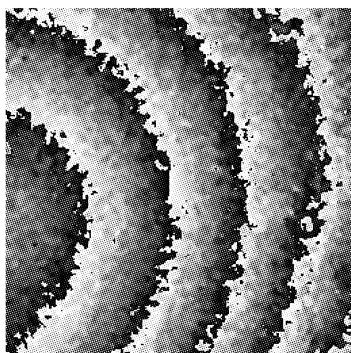


Fig. 11 Rewrapped phase map unwrapped with binary weight

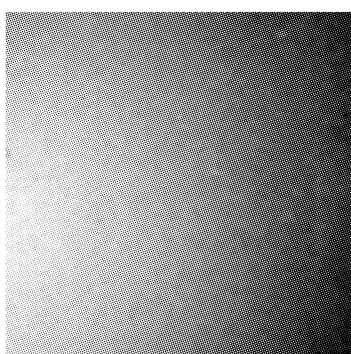


Fig. 12 Unwrapped phase map obtained with decimal weight

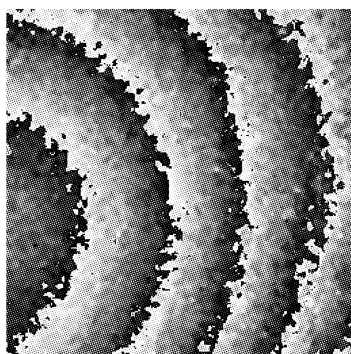


Fig. 13 Rewrapped phase map unwrapped with decimal weight

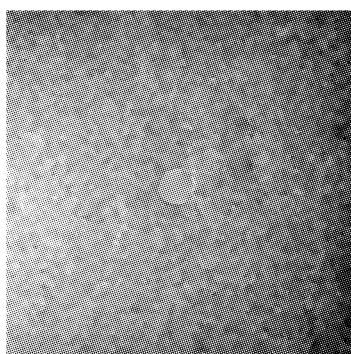


Fig. 14 Unwrapped phase map obtained by unweighted least-squares approach

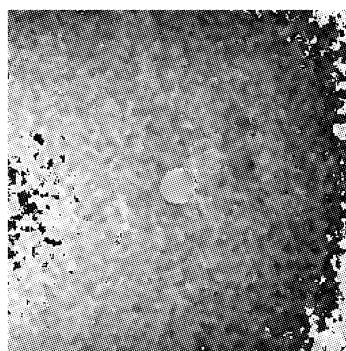


Fig. 15 Rewrapped phase map unwrapped by unweighted least-squares approach

通过对上述实验数据进行调制度分析、相位展开和重新包络的结果可以发现,几种相位展开方法均受到了随机噪声、非一致性区域和无效数据空洞不同程度的影响,后者更引起了较大的相位畸变。用无权重最小二乘法进行相位展开甚至得不到正确的结果。由于通过调制度分析能够识别出上述干扰因素,因而在此基础上的加权最小二乘法进行相位展开过程可以有效的免疫各种噪声和非一致性区域的影响,并能兼顾全图的趋势,自动在屏蔽的区域填充合适的相位值。

对于小数权重和二值权重,直观上说,小数权重似乎更好,因为调制度值在 $[0,1]$ 间变化,而其又表征了数据的置信度,因此依据调制度确定小数权重似乎更合理。但是实验数据的处理过程表明采用小数权重后,迭代的收敛速度大为降低,但是其结果质量并未显著提高。

**结论** 实验证明,本文所提出的调制度分析方法应用于等步长相移法中的 Carré 算法和 Stoilov 算法,能够行之有效的识别随机噪声、非一致性区域和无效数据空洞等干扰因素,提高了基于加权最小二乘法的相位展开术对各类噪声的免疫力。该方法不依赖条纹的分析,因此亦适用于处理干涉散斑图。

比较了二值权重和小数权重在基于加权最小二乘法的相位展开过程中的性能表现,结果表明二者在质量上非常接近,但计算效率上差距相当大,因此在对相位展开结果的质量并没有非常高要求的情况下,采用基于调制度分析的二值权重进行加权最小二乘法相位展开即可。

#### 参 考 文 献

- 1 Carré P. Installation et utilisation du comparateur photoelectrique et interferentiel du bureau international des

- poids et mesures. *Metrologia*, 1966, **2**(1): 13~23
- 2 Schwider J, Burow R R, Elsmann K E *et al.*, Digital wave-front measuring interferometry: some systematic error sources. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(21): 3421~3432
- 3 Stoilov G, Dragostinov T. Phase-stepping interferometry: five-frame algorithm with an arbitrary step. *Opt. & Lasers in Engng.*, 1997, **28**(1): 61~69
- 4 Hou Lizhou, Qiang Xifu, Sun Xiaoming. Analysis and comparison of errors in several phase-stepping algorithm with an arbitrary step. *Optical Technique* (光学技术), 1999, **25**(5): 7~10 (in Chinese)
- 5 Qian Kemao, Wu Xiaoping. Theoretical analysis of stoilov algorithm in phase shifting interferometry. *Optical Technique* (光学技术), 2001, **27**(1): 13~16 (in Chinese)
- 6 Kang Xin, He Xiaoyuan, Quan C. 3-D sensing using sinusoidal fringe projection and phase unwrapping. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(12): 1444~1447 (in Chinese)
- 7 Wang Ming, Ma Li, Li Dacheng *et al.*. Ordered phase unwrapping method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(11): 1524~1527 (in Chinese)
- 8 Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(1): 107~117
- 9 Kerr D, Kaufmann H, Galizzi G E. Unwrapping of interferometric phase-fringe maps by the discrete cosine transform. *Appl. Opt.*, 1996, **35**: 810~816
- 10 Guo Hongwei, Chen Mingyi, Wei Chunlong. A new algorithm by iterative least-squares fitting based on the first order Taylor series expansion in phase shifting interferometry. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(1): 72~74 (in Chinese)
- 11 Su X Y, von Bally G, Vukicevic D. Phase-stepping grating profilometry: utilization of intensity modulation analysis in complex objects evaluation. *Opt. Commun.*, 1993, **98**(1~3): 141~150
- 12 Yin Gongjie, Zhu Chuangui, Liu Bo *et al.*. Phase unwrapping utilizing an adaptive intensity modulation threshold analysis. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 1998, **25**(1): 81~85 (in Chinese)
- 13 Su Xianyu, Tan Songxin, Xiang Liqun *et al.*. Complex object shape measurement using FTP method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(9): 1228~1233 (in Chinese)
- 14 Qian Kemao, Wu Xiaoping. Modulation analysis based weighted least-squares approach for phase unwrapping. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 2001, **30**(5): 585~588 (in Chinese)
- 15 Huang Wenyu, Gong Jianwei, Lu Jilian. Weighted least square phase unwrapping utilizing intensity modulation analysis. *J. Beijing Institute of Technology* (北京理工大学学报), 2001, **21**(2): 247~251 (in Chinese)
- 16 Qian Kemao, Xu Baoqin, Wu Xiaoping. A discussion on the phase step in Carré algorithm of phase shifting interferometry. *J. Experimental Mechanics* (实验力学), 2000, **15**(2): 188~191 (in Chinese)