

文章编号: 0253-2239(2004)07-983-6

与量子光场相互作用的运动原子的熵压缩*

廖湘萍^{1,2} 方卯发^{1* *}

(1 湖南师范大学物理与信息科学学院, 长沙 410081
2 株洲师范高等专科学校物理与电子工程系, 株洲 412007)

摘要: 运用量子信息熵理论,研究了与量子光场相互作用的二能级运动原子的熵压缩,讨论了原子运动和场模结构对原子熵压缩的影响,并且比较了分别从基于信息熵测不准关系和海森伯测不准关系出发得出的结果,表明原子的运动导致了原子熵压缩的周期性演化;随着场模结构参量的增大,熵压缩的演化周期缩短,压缩时间延长;选择适当的系统参量,运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应。当原子反转为零时,基于海伯堡测不准关系的方差压缩定义不再有效,而熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏度度。

关键词: 量子光学; 压缩; 运动原子的熵压缩; 方差压缩; 场模结构参量

中图分类号: O431 文献标识码: A

Entropy Squeezing for a Two-Level Atom in Motion Interacting with a Quantized Field

Liao Xiangping^{1,2} Fang Maofa¹

(1 Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha 410081
2 Department of Physics and Electronics, Zhuzhou Teachers College, Zhuzhou, 412007)

(Received 7 April 2003; revised 26 August 2003)

Abstract: The entropy squeezing of a two-level atom in motion interacting with a quantized field is investigated using quantum information entropy. The influences of the atomic motion and the field-mode structure on the atomic entropy squeezing are discussed. The numerical results obtained from the uncertainty relation of quantum information entropy are compared to those obtained from the uncertainty relation of Heisenberg. It is shown that the atomic motion leads to the periodic evolution of the entropy squeezing; an increase in field-mode structure parameter results in not only shortening of the evolution period of the entropy squeezing but also prolonging of the squeezing time; the moving atom may exhibit long time entropy squeezing effect for some choisen system parameters; the definition of variance squeezing based on the uncertainty relation of Heisenberg is trivial when atomic inversion is zero and the information entropy squeezing is a high sensitive measure for the squeezing effect of the atom.

Key words: quantum optics; squeezing; entropy squeezing of moving atom; variance squeezing; field-mode structure parameter

1 引 言

近来,原子的压缩由于在高精密光谱^[1]、高精密原子喷泉钟^[2]、高精密自旋偏振测量^[3]、压缩光的产

生^[4]等方面的广泛应用而引起了许多人的兴趣。最近,人们的注意力集中到由压缩光照明的原子系综的压缩^[5]、由压缩原子产生的压缩少光子态^[6]等在光通信、半导体微结构、生物光谱诊断等具有重要应用前景的课题上。但是大量关于原子压缩的研究^[7~12]的出发点是海森伯测不准关系,认为均方差是原子可观察量量子涨落不确定性最自然的量度。

* 国家自然科学基金(10374025)资助课题。

* * 通讯联系人。E-mail: mffang@hunnu.edu.cn

收稿日期:2003-04-07;收到修改稿日期:2003-08-26

从统计物理的角度看,均方根偏差仅仅涉及二阶统计矩,因此是不精确的。最近,本文作者之一在文献[13,14]中建立了熵压缩的概念。

另一方面,许多研究工作表明,在 Jaynes-Cummings (J-C)模型中,原子运动在原子与模场的相互作用中具有重要的作用。Schlicher 和 Joshi^[15]研究了原子运动和场模结构对原子反转的影响,结果显示,原子运动和场模结构引起原子布居的非线性瞬变效应。Bartzis 等^[16]发现原子运动并不破坏压缩但减少了压缩时间。作者之一在文献[17]中揭示了在 J-C 模型中原子运动导致原子反转和场熵的周期演化,并破坏薛定谔猫态的形成。文献[18]研究了 J-C 模型中原子质心运动和场模结构对场相位动力学的影响,结果表明,原子质心运动导致场相位动力学的周期性演化,场模结构参量决定其周期的大小。

然而,文献[13]研究的与量子光场相互作用的原子是静止的,未考虑原子的运动,与量子光场相互作用的二能级运动原子的熵压缩性质至今未见涉及。本文研究了与量子光场相互作用的运动原子的熵压缩性质。研究结果显示:熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏量度,而且,选择适当的系统参量,运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应。

2 具有原子运动的 J-C 模型

考虑一个运动的二能级原子与量子光场通过单

光子跃迁而发生相互作用。在旋波近似下,系统的哈密顿量为

$$H = \omega a^\dagger a + \omega_0 S_z + gf(z)(S_+ a + a^\dagger S_-), \quad (\hbar = 1), \quad (1)$$

式中, a^\dagger 和 a 分别是频率为 ω 的场的产生和湮没算符, S_z 和 S_\pm 分别是原子反转和跃迁算符, ω_0 为原子跃迁频率, g 为原子与场的耦合常数, $f(z)$ 是腔场模的形状函数。设原子沿 z 轴运动,因此只需考虑场模形状函数对 z 分量的依赖关系。原子的运动以通常的方法表述为

$$f(z) \rightarrow f(vt), \quad (2)$$

式中 v 表示原子运动速度。定义 TEM_{mp} 模为

$$f(z) = \sin(p\pi vt/L), \quad (3)$$

式中, p 代表长度为 L 的腔中场模半波数。为讨论方便,考虑共振情况($\omega = \omega_0$),并假定原子在 $t = 0$ 时刻进入腔时处在叠加态

$$|\psi_A\rangle = \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)|+\rangle + \exp(-i\varphi)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)|-\rangle, \quad (4)$$

在 p 个半波长之后离开腔。模场处于相干态

$$\begin{cases} |\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle, \\ C_n = \exp\left(-\frac{\bar{n}}{2}\right) \frac{\bar{n}^{n/2}}{\sqrt{n!}} \exp(in\beta), \end{cases} \quad (5)$$

式中 \bar{n} 和 β 分别为模场的初始平均光子数和相位角。利用(1)式的哈密顿量,通过求解薛定谔方程,可得原子的约化密度矩阵元:

$$\rho_{22}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 \{ \cos^2(\gamma/2) \cos^2[\sqrt{n+1}g\theta(t)] + \sin^2(\gamma/2) \sin^2[\sqrt{n}g\theta(t)] - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{n}}{n+1}} \sin(\gamma) \sin(\varphi - \beta) \sin[2\sqrt{n+1}g\theta(t)] \}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho_{21}(t) = & \frac{1}{2} \sin(\gamma) \sum_{n=0}^{\infty} \{ \exp(i\varphi) |C_n|^2 \cos[\sqrt{n+1}g\theta(t)] \cos[\sqrt{n}g\theta(t)] + \\ & \exp(-i\varphi) C_{n+1} C_{n-1}^* \sin[\sqrt{n+1}g\theta(t)] \sin[\sqrt{n}g\theta(t)] \} + \\ & i \sum_{n=0}^{\infty} \{ \cos^2(\gamma/2) C_n C_{n-1}^* \cos[\sqrt{n+1}g\theta(t)] \sin[\sqrt{n}g\theta(t)] - \\ & \sin^2(\gamma/2) C_{n+1} C_n^* \sin[\sqrt{n+1}g\theta(t)] \cos[\sqrt{n}g\theta(t)] \} = \rho_{12}^*, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\rho_{11}(t) = 1 - \rho_{22}(t),$$

$$\text{式中} \quad \theta(t) = \int_0^t f(vt') dt' = \frac{L}{p\pi v} \left[1 - \cos\left(\frac{p\pi v t}{L}\right) \right]. \quad (9)$$

不失一般性,选择原子的速度 $v = gL/\pi$, 则

$$\theta(t) = [1 - \cos(pgt)]/(pg). \quad (10)$$

下面,利用(6)式~(8)式,我们研究运动原子的熵压缩性质。

3 运动原子的熵压缩性质

为分析运动原子的熵压缩性质,我们首先回顾有关原子的熵压缩和方差压缩的知识。二能级原子电偶极分量 S_α ($\alpha \equiv x, y, z$) 的信息熵定义为

$$H(S_\alpha) = - \sum_{i=1}^2 P_i(S_\alpha) \ln P_i(S_\alpha), \quad (11)$$

式中 $P_i(S_\alpha) = \langle \psi_{\alpha i} | \rho | \psi_{\alpha i} \rangle$, $i = 1, 2$, 是变量 S_α 在用 ρ 描述的量子态中的几率分布。原子变量 S_x, S_y, S_z 的信息熵满足信息熵测不准关系^[13]

$$\delta H(S_x) \delta H(S_y) \geq \frac{4}{\delta H(S_z)}, \quad (12)$$

这里, $\delta H(S_\alpha) \equiv \exp[H(S_\alpha)]$ 。如果原子偶极矩变量 S_α ($\alpha \equiv x$ 或 y) 的信息熵满足条件

$$E(S_\alpha) = \delta H(S_\alpha) - \frac{2}{[\delta H(S_z)]^{1/2}} < 0, \quad \alpha \equiv x \text{ 或 } y, \quad (13)$$

我们就说偶极矩的 S_α 分量出现了熵压缩。利用(6) ~ (8) 式和(11) 式, 可得原子变量 S_x, S_y, S_z 的信息熵:

$$H(S_x) = - \frac{1}{2} \{1 + 2\text{Re}[\rho_{21}(t)]\} \ln \left(\frac{1}{2} \{1 + 2\text{Re}[\rho_{21}(t)]\} \right) - \frac{1}{2} \{1 - 2\text{Re}[\rho_{21}(t)]\} \ln \left(\frac{1}{2} \{1 - 2\text{Re}[\rho_{21}(t)]\} \right), \quad (14)$$

$$H(S_y) = - \frac{1}{2} \{1 - 2\text{Im}[\rho_{21}(t)]\} \ln \left(\frac{1}{2} \{1 - 2\text{Im}[\rho_{21}(t)]\} \right) - \frac{1}{2} \{1 + 2\text{Im}[\rho_{21}(t)]\} \ln \left(\frac{1}{2} \{1 + 2\text{Im}[\rho_{21}(t)]\} \right), \quad (15)$$

$$H(S_z) = - \rho_{22}(t) \ln[\rho_{22}(t)] - \rho_{11}(t) \ln[\rho_{11}(t)]. \quad (16)$$

同时, 基于海伯堡测不准关系的方差压缩定义为: 如果原子偶极矩的分量 α 满足条件

$$V(S_\alpha) = \Delta S_\alpha - \left(\frac{|\langle S_z \rangle|}{2} \right)^{1/2} < 0, \quad (17)$$

其中 $\alpha \equiv x$ 或 y 。就说 α 分量的量子涨落被压缩。式中 $\Delta S_\alpha = [\langle S_\alpha^2 \rangle - \langle S_\alpha \rangle^2]^{1/2}$ 。很明显, 当 $\langle S_z \rangle = 0$ 时, (17) 式是平庸的, 不能给出原子的压缩信息。

下面, 我们讨论原子的初态、原子的运动和场模

结构参量对熵压缩性质的影响。为讨论方便, 同时还给出原子的方差压缩和原子反转的数值结果。

在原子初始处于激发态 ($\gamma = 0$), 场初始处于具有平均光子数 $\bar{n} = 36$ 和相位角 $\beta = 0$ 的相干态, 场模结构参量 $p = 4$ 的情况下, 图 1 展示了原子压缩因子 $E(S_x)$ 和 $E(S_y)$ 、 $V(S_x)$ 和 $V(S_y)$ 的时间演化, 而图 2(a) 给出了原子反转 $\langle S_z \rangle$ 的时间演化。从图 1(a) 和图 1(c) 可见, 当原子处于激发态时, 熵压缩因子

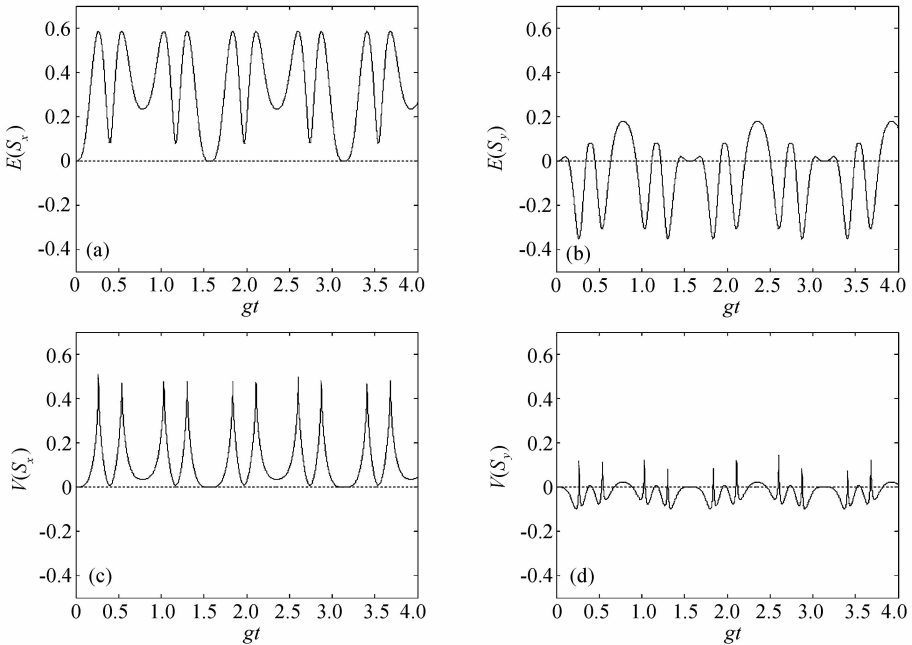


Fig. 1 The time evolution of the squeezing factors of a two-level atom in motion in the JCM. The atom is initially in the excited state and the field in the coherent state with initial average photon number $\bar{n} = 36$, phase $\beta = 0$ and field-mode structure parameter $p = 4$. (a) The entropy squeezing factor $E(S_x)$, (b) the entropy squeezing factor $E(S_y)$, (c) the variance squeezing factor $V(S_x)$, (d) the variance squeezing factor $V(S_y)$

$E(S_x)$ 和方差压缩因子 $V(S_x)$ 两者都显示变量 S_x 不存在压缩。比较图 1(b)和图 1(d),虽然 $E(S_y)$ 和 $V(S_y)$ 两者都预示了运动原子的压缩效应,但两者提供的压缩信息是不同的。特别是在标度时间 $gt=k\pi/2+0.27, k\pi/2+0.54, k\pi/2+1.03, k\pi/2+1.31(k=0,1,2,\dots)$, $E(S_y)$ 展示了较大的

熵压缩。与此相反, $V(S_y)$ 显示较大的涨落。这个结果通过考察图 2(a)所示的原子反转可得到解释。很明显,在这些时间点,原子反转为零,因此方差压缩因子 $V(S_y)$ 不能提供原子变量量子涨落相对大小的有用信息。

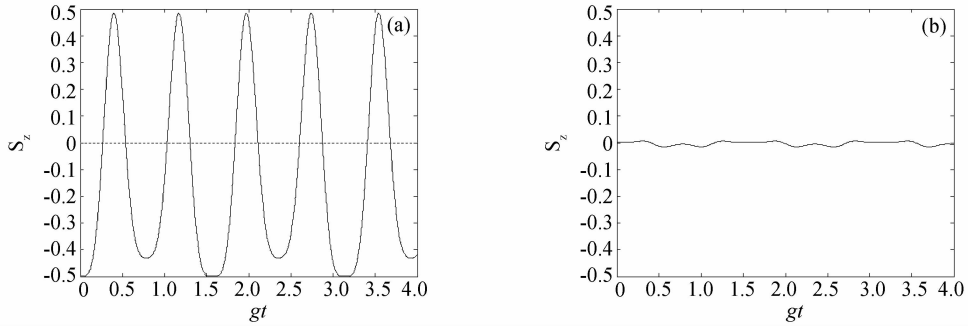


Fig. 2 The time evolution of the atomic inversion $\langle S_z \rangle$ in the JCM. (a) The atom is initially in the excited state and the field in the coherent state with initial average photon number $\bar{n} = 36$, phase $\beta=0$ and field-mode structure parameter $p=4$, (b) the atom is in a coherent superposition of excited and ground states, $\gamma=\pi/2, \varphi=\pi/3.3$ and the field in the coherent state with initial average photon number $\bar{n} = 36$, phase $p=\pi/3.3$ and field-mode structure parameter $p=4$

图 3 显示了原子初始处于 $\gamma = \pi/2, \varphi = \pi/3.3$ 的叠加态,场初始处于具有平均光子数 $\bar{n} = 36$ 和相位角 $\beta = \pi/3.3$ 的相干态,场模结构参量 $p = 4$ 的条件下运动原子的熵压缩和方差压缩的演化结果。从图 3(a)和图 3(b)看出,仅 S_y 分量发生了周期性的

熵压缩。然而从图 3(c)和图 3(d)可以看出, $V(S_x)$ 和 $V(S_y)$ 不能预言任何方差压缩发生。对此可以解释如下:由于原子相干性的影响,原子反转 $\langle S_z \rangle$ 的振幅减少到很小值,接近于 0,如图 2(b),基于海伯堡测不准关系的方差压缩定义不再有效。

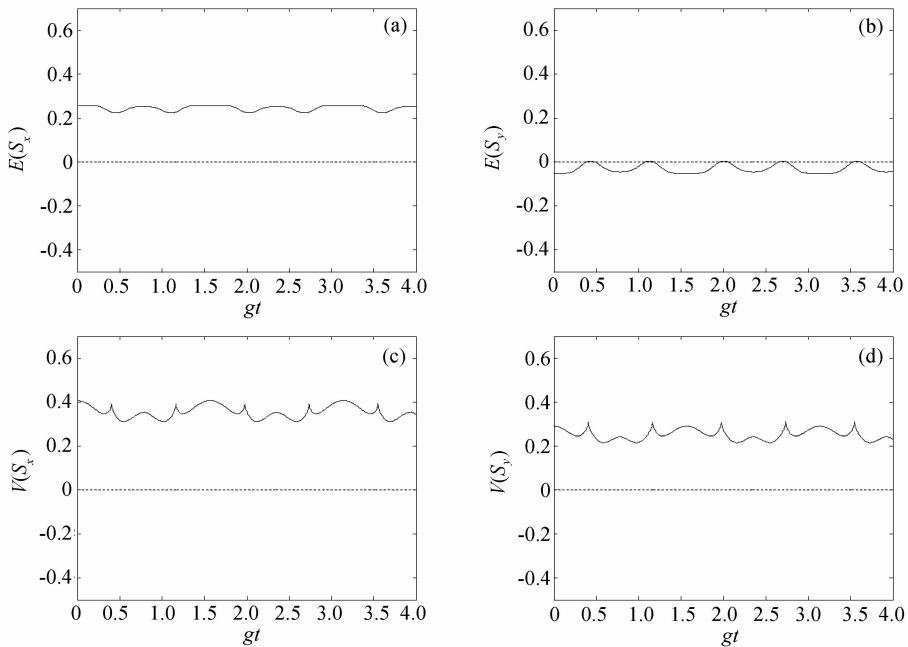


Fig. 3 The time evolution of the squeezing factors of a two-level atom in motion in the JCM. The atom is in a coherent superposition of excited and ground states, $\gamma=\pi/2, \varphi=\pi/3.3$ and the field in the coherent state with initial average photon number $\bar{n} = 36$, phase $\beta=\pi/3.3$ and field-mode structure parameter $p=4$, (a) the entropy squeezing factor $E(S_x)$, (b) the entropy squeezing factor $E(S_y)$, (c) the variance squeezing factor $V(S_x)$, (d) the variance squeezing factor $V(S_y)$

图 4 显示了初始平均光子数相同 ($\bar{n}=36$), 不同的原子运动态、不同的场模结构参量的条件下, 熵压缩因子 $E(S_y)$ 的演化规律。图 4(a) 没有考虑原子的运动, 而图 4(b)、图 4(c) 和图 4(d) 是原子以速度 $v=gL/\pi$ 运动, 场模结构参量 p 分别取 1、2 和 10 的情况。从这些图中, 我们得出如下结论: 1) 原子的运动导致了熵压缩的周期性演化。2) 随着场模结构参量 p 的增大, 熵压缩的演化周期缩短, 压缩时间延长。3) 当场模结构参量 p 增大到一定的值, 运动原子呈现长时间的持续熵压缩效应 [如图 4(d) 所示]。物理上, 所有这些性质源于原子的运动导致

的原子-场相互作用时间的改变。当忽略原子运动, 时间因子是标度时间 gt , 当考虑原子运动时, 时间因子是 $g\theta(t)$ 。考虑到 $g\theta(t)$ 和标度时间 gt 之间的关系, 就能理解熵压缩的演化行为。当不考虑原子运动时, 熵压缩的演化是非周期性的 [如图 4(a) 所示]。然而当原子在运动时, 从 (10) 式, 可得到 $g\theta(t)=1/p[1-\cos(pgt)]$ 。很明显, $g\theta(t)$ 是周期为 $2\pi/p$ 的 gt 的周期函数。 $g\theta(t)$ 的周期性导致了熵压缩演化的周期性。当 $p=1$, 熵压缩以周期 2π 演化 [如图 4(b)], 当 $p=2$, 以周期 π 演化 [如图 4(c)], 当 $p=10$ 时, 以周期 0.2π 演化 [如图 4(d)]。

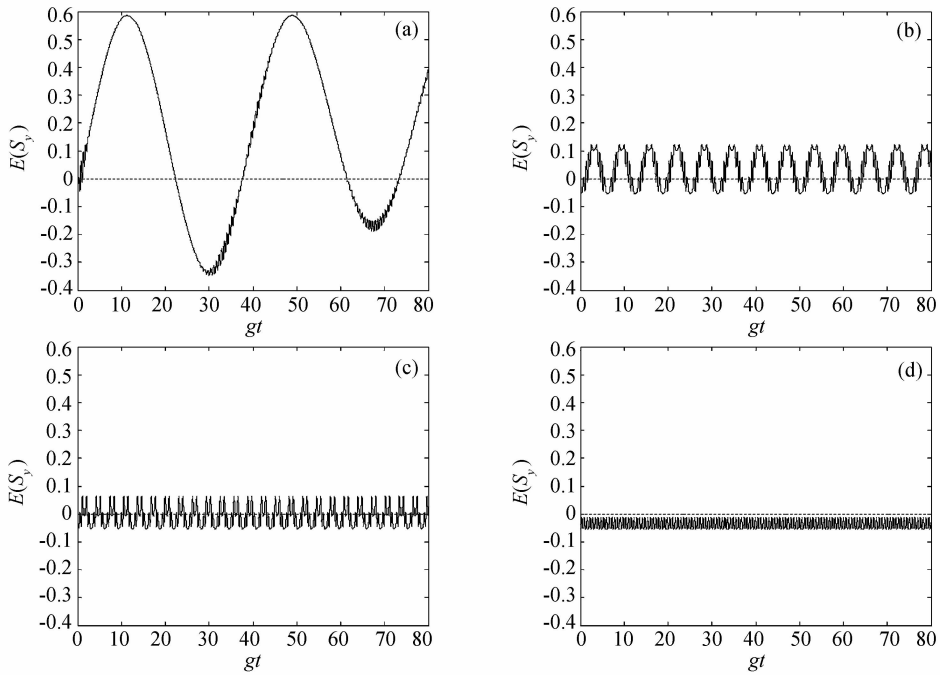


Fig. 4 Effects of the atomic motion and field-mode structure on the evolution of the entropy squeezing. The atom is initially in a coherent superposition of excited and ground states, $\gamma=\pi/2, \varphi=\pi/3$. 3 and the field in the coherent state with initial average photon number $\bar{n}=36$ and phase $\beta=\pi/3$. 3. (a) The atomic motion is neglected, (b) the atom is in motion at velocity $v=gL/\pi$ and $p=1$, (c) the atom is in motion at velocity $v=gL/\pi$ and $p=2$, (d) the atom is in motion at velocity $v=gL/\pi$ and $p=10$

结论 利用量子信息熵理论, 研究了与量子光场相互作用的二能级运动原子的熵压缩。同时考察了不同的原子运动态、不同的场模结构参量对原子熵压缩的影响。得出如下结论: 1) 原子的运动导致了原子熵压缩的周期性演化。2) 随着场模结构参量 p 的增大, 熵压缩的演化周期缩短, 压缩时间延长。3) 选择适当的系统参量, 运动原子能够呈现长时间的持续熵压缩效应。4) 当原子反转为零时, 基于海伯堡测不准关系的方差压缩定义不再有效, 而熵压缩实现了对原子压缩效应的高灵敏量度。

参 考 文 献

- 1 Kitagawa M, Ueda M. Squeezed spin states. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(6):5138~5143
- 2 Wineland D J, Bollinger J J, Itano W M. Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **50**(1):67~88
- Sørensen A, Mølmer K. Spin-spin interaction and spin squeezing in an optical lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **83**(11):2274~2277
- 3 Sørensen J L, Hald J, Polzik E S. Quantum noise of an atomic spin polarization measurement. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(16):3487~3490
- 4 Walls D F, Zoller P. Reduced quantum fluctuations in

- resonance fluorescence. *Phys. Rev. Lett.*, 1981, **47**(10): 709~711
- 5 Kuzmich A, Mølmer K, Polzik E S. Spin squeezing in an ensemble of atoms illuminated with squeezed light. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(24):4782~4785
 - 6 Saito H, Ueda M. Quantum-controlled few-photon state generated by squeezed atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **79**(20):3869~3872
Saito H, Ueda M. Squeezed few-photon states of the field generated from squeezed atoms. *Phys. Rev. (A)*, 1999, **59**(5):3959~3974
 - 7 Li X S, Lin D L, George T F. Squeezing of atomic variables in the one-photon and two-photon Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1989, **40**(5):2504~2507
 - 8 Ashraf M M, Razmi M S K. Atomic-dipole squeezing and emission spectra of the nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(11):8121~8128
 - 9 Li X S, Lin D L, George T F *et al.*. Nonresonant interaction of a three-level atom with cavity fields. IV. Atomic dipole moment and squeezing effects. *Phys. Rev. (A)*, 1989, **40**(1):228~236
 - 10 Zhou P, Peng J S. Dipole squeezing in the two-photon Jaynes-Cummings model with superposition state preparation. *Phys. Rev. (A)*, 1991, **44**(5):3331~3335
 - 11 Wodkiewicz K, Knight P L, Buckle S J *et al.*. Squeezing and superposition states. *Phys. Rev. (A)*, 1987, **35**(6): 2567~2577
 - 12 Dong Chuanhua. Dynamic Behaviors of a system of coupling three-level atoms interaction with light field. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2003, **23**(2):142~149 (in Chinese)
 - 13 Fang M F, Zhou P, Swain S. Entropy squeezing for a two-level atom. *J. Mod. Opt.*, 2000, **47**(6):1043~1053
 - 14 Fang Maofa, Chen Jumei. Entropic uncertainty relation and entropic squeezing of the field. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(1):8~12 (in Chinese)
 - 15 Schlicher R R. Jaynes-Cummings model with atomic motion. *Opt. Commun.*, 1989, **70**(2):97~102
Joshi A, Lawande S V. Effect of atomic motion on Rydberg atoms undergoing two-photon transitions. *Phys. Rev. (A)*, **42**(3):1752~1756
 - 16 Bartzis V. Generalized Jaynes-Cummings model with atomic motion. *Physica (A)*, 1992, **180**(4):428~434
 - 17 Fang M F. Effects of atomic motion and field mode structure on the field entropy and Schrodinger-cat states in the Jaynes-Cummings model. *Physica (A)*, 1998, **259**(2):193~204
 - 18 Chen Jumei, Fang Maofa. Effects of the motion of atomic mass centre and field mode structure on dynamics of field phase. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(7): 890~895 (in Chinese)