

文章编号: 0253-2239(2004)07-953-4

混沌光学系统辨识的支持向量机方法*

叶美盈¹ 汪晓东²

(¹ 浙江师范大学数理学院, 金华 321004
² 浙江师范大学信息科学与工程学院, 金华 321004)

摘要: 将支持向量机用于混沌光学系统的辨识,以布拉格声光双稳混沌系统为例,通过计算机仿真实验,尝试了用最小二乘支持向量机进行混沌光学系统辨识的可行性,并将其与采用反向传播算法的前向神经网络辨识方法进行了比较。采用最小二乘支持向量机辨识的优点是其训练过程遵循结构风险最小化原则,不易发生过拟合现象;它通过解一组线性方程组可得到全局唯一的最优解;最小二乘支持向量机的拓扑结构在训练结束时自动获得而不需要预先确定。结果表明,本方法的辨识精度和速度均优于基于反向传播算法的前向神经网络,且对含噪混沌光学系统的辨识也同样适用,它可作为混沌光学系统辨识的有力工具。

关键词: 非线性光学;混沌;辨识;支持向量机;光学双稳性

中图分类号: O437; O415.5 文献标识码: A

Identification of Chaotic Optical System Based on Support Vector Machine

Ye Meiyong¹ Wang Xiaodong²

(¹ College of Mathematics and Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004
² College of Information Science and Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004)

(Received August 2003; revised 10 December 2003)

Abstract: A support vector machine-based approach is presented for the identification of chaotic optical systems. The feasibility of this approach was demonstrated with the computer simulation through identifying a Bragg acoustooptic bistable chaotic system using a least squares support vector machine (LS-SVM). The proposed identification method was compared with the feed-forward neural network trained using back-propagation algorithm for the system identification. The LS-SVM possesses prominent advantages: over fitting is unlikely to occur by employing structural risk minimization criterion, the global optimal solution can be uniquely obtained owing to that its training is performed through the solution of a set of linear equations. Also, the LS-SVM needs not determine its topology in advance, which can be automatically obtained when training process ends. Thus its identifying accuracy and speed were found to be better than that of a conventional feed-forward neural network trained using back-propagation algorithm. This method is robust with respect to noise, and it constitutes another powerful tool for the identification of chaotic optical systems.

Key words: nonlinear optics; chaos; identification; support vector machines; optical bistability

1 引言

神经网络因其有较强的非线性映射能力,在光学系统中得到了较多的应用^[1~5],文献[6]采用反向

传播算法的前向神经网络对混沌光学系统进行辨识,得到了混沌光学系统动力学模型的较为准确的表述。但因神经网络训练过程遵循经验风险最小化准则,存在过拟合现象,训练过程受局部极小点的困扰,网络结构的选择过分依赖于经验等固有的缺陷,直接影响了辨识的精度及可靠性,如何克服这些缺陷一直是神经网络应用中的难题。因此,有必要寻

* 浙江省自然科学基金(602145)资助课题。

E-mail: ymy@mail.zjnu.net.cn

收稿日期:2003-08-21;收到修改稿日期:2003-12-10

求新的更为有效的混沌光学系统辨识方法。

Vapnik 等^[7]提出的标准支持向量机 (Support vector machine, SVM) 是近年来机器学习领域最有影响的成果之一, 其训练过程遵循结构风险最小化原则, 结构参量在训练过程中根据样本数据自动确定, 无过拟合现象, 它通过解一个线性约束的二次规划问题得到全局最优解, 不存在局部极小值问题, 因此, 支持向量机可成功克服神经网络的上述缺陷^[8]。本文以布拉格声光混沌系统为例, 采用支持向量机的最小二乘形式 (Least squares support vector machine, LS-SVM)^[8] 实现混沌光学系统的辨识。

2 布拉格声光双稳系统的动力学特性

布拉格声光双稳混沌系统运行的微分-差分方程为

$$\tau \frac{dx(t)}{dt} = -x(t) + \pi \{ A - \mu \sin^2 [x(t - \tau_d) - x_b] \}, \quad (1)$$

式中 τ_d 为双稳系统的本征响应时间, μ 为与抽运光强有关的光强度因子, A 和 x_b 分别是放大器和驱动源的偏置, τ 是外加的反馈延迟。引入加在放大器偏置上的外界作用因子 $\cos(Qx)$, 则当系统稳定后 (1) 式变为

$$x(t) = \pi \{ A \cos [Qx(t - \tau_d)] - \mu \sin^2 [x(t - \tau_d) - x_b] \}, \quad (2)$$

若 $\tau_d \gg \tau$, (1) 式将最终退化为迭代映射^[6]:

$$x_{i+1} = \pi [A \cos(Qx_i) - \mu \sin^2(x_i - x_b)], \quad (3)$$

(3) 式表示的动力学性质极为复杂。图 1 是根据 (3) 式得到的分岔图, 此处取 $Q = 0.4$, $A = 0.5$, $x_b = 0.25\pi$ 。由图 1 可知, 当 μ 取 0.28、0.34、0.6、0.636、0.75 时, 双稳系统分别运行于周期一、周期二、周期四、周期八及混沌态等。

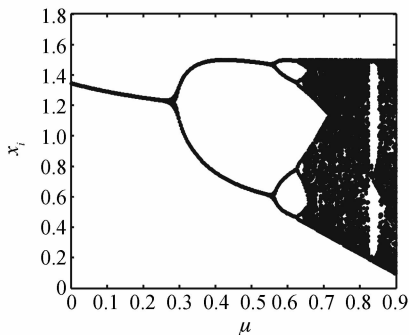


Fig. 1 Bifurcation diagram of acoustooptic bistable system ($Q=0.4, A=0.5, x_b=0.25\pi$)

3 混沌光学系统辨识的最小二乘支持向量机实现

训练支持向量机需解凸二次规划, 虽然所得的解是唯一的最优解, 但算法的复杂度依赖于样本数据的个数, 样本数据量越大, 计算速度越慢, 占用内存也越大。一个较有效的解决方法是采用支持向量机的最小二乘法。支持向量机的最小二乘法通过解一组线性方程组取代标准支持向量机中的二次规划优化, 提高了收敛速度。

3.1 最小二乘支持向量机

设训练数据集 $\{x_i, y_i\}_{i=1}^N$, $x_i \in R^m$ 是第 i 个样本的输入模式, $y_i \in R$ 是对应于第 i 个样本的期望输出, N 为训练样本数。支持向量机的最小二乘法取如下形式:

$$y(x) = w^T \varphi(x) + b, \quad (4)$$

式中非线性变换 $\varphi(x)$ 将输入数据映射到高维特征空间。 w 的维数是不需预先指定的 (可以是无穷维)。在支持向量机的最小二乘法中, 目标函数描述为

$$\min J(w, e) = \frac{1}{2} w^T w + \gamma \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2, \quad (5)$$

约束条件

$$y(x) = w^T \varphi(x_i) + b + e_i, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

只有等式约束, 且优化目标中的损失函数是误差 e_i 的二范数, 这将简化问题的求解。

定义拉格朗日函数

$$L(w, b, e, \alpha) =$$

$$J(w, e) - \sum_{i=1}^N \alpha_i \{ w^T \varphi(x_i) + b + e_i - y_i \}, \quad (7)$$

其中 α_i 是拉格朗日乘子。根据 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 最优条件, 并对于 $i = 1, \dots, N$ 消去 e_i 和 w 后, 得到如下线性方程组:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1^T \\ 1 & \varphi(x_i)^T \varphi(x_i) + \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \boldsymbol{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中 $\mathbf{y} = [y_1; \dots; y_N]$, $\mathbf{1} = [1_1; \dots; 1_N]$, $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_1; \dots; \alpha_N]$, $\mathbf{D} = \text{diag}[\gamma_1; \dots; \gamma_N]$ 。这样支持向量机的最小二乘法的算法优化问题就转化为以最小二乘法求解线性方程组。

选择满足 Mercer 条件的核函数

$$\Psi(x_i, x_l) = \varphi(x_i)^T \varphi(x_l), \quad i, l = 1, \dots, N, \quad (9)$$

最后可得如下回归型支持向量机的最小二乘法模型

$$y(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \Psi(x, x_i) + b, \quad (10)$$

其中 α_i, b 是线性方程组的解, $\Psi(x, x_i)$ 表示由输入

空间 x 非线性映射而来的高维特征空间。本文以最常用的径向基函数

$$\Psi(x_i, x_j) = \exp(-\|x - x_i\|_2^2 / \sigma^2), \quad (11)$$

作为核函数, 式中的 σ 是一正的实常数。

3.2 混沌光学系统辨识

由于混沌光学系统的非线性动态行为是异常丰富的, 它不象线性系统那样具有一个简洁统一的通用模型结构来表达, 虽然如何根据具体的混沌光学系统选择合适模型结构的问题, 至今仍然没有很好地解决。但可通过坐标延迟相空间重构法, 借助于支持向量机的最小二乘法辨识混沌光学系统。

设混沌光学系统时间序列为 $\{x_i\}$, 共有 N 个数据, 取时间序列中最新个观测数据 $x_i, \dots, x_{i-(m-1)}$ 。则以支持向量机的最小二乘法辨识混沌光学系统的过程为

首先对混沌系统输出进行一步超前预测:

$$\hat{x}_{i+1} = f[x_i, x_{i-1}, \dots, x_{i-(m-1)}], \quad (12)$$

然后进行下一步超前预测:

$$\hat{x}_{i+2} = f[x_{i+1}, x_i, \dots, x_{i-(m-2)}], \quad (13)$$

直到最后一步预测:

$$\hat{x}_{i+N} = f(x_{i+N-1}, x_{i+N-2}, \dots, x_{i+N-m}), \quad (14)$$

虽然上述辨识过程对整个系统来说是动态的, 但(12)式~(14)式中的 $f(\cdot)$ 则仍是静态的。

辨识混沌光学系统的实质就是找出一合适映射 $f: R^m \rightarrow R$ 。我们将通过训练支持向量机的最小二乘法, 估计未知函数 $f(\cdot)$ 。

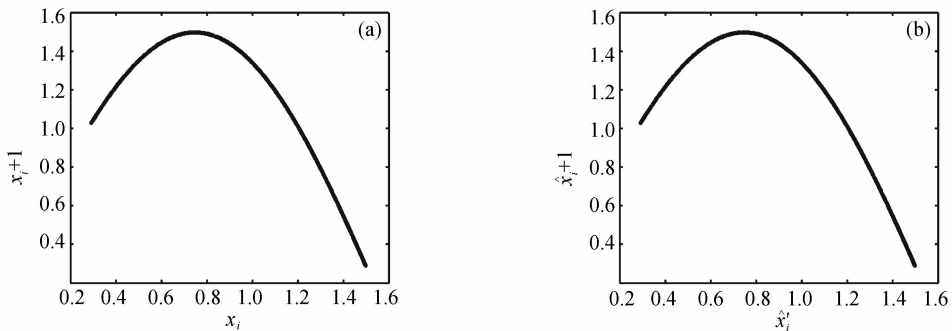


Fig. 2 Return map plots, $\mu=0.75$. (a) Acoustooptic bistable system, (b) LS-SVM identification

其次, 考虑到实际混沌光学系统实验得到的时间序列数据不可避免地会受到噪声的污染, 我们以含噪的双稳系统进行实验。所用含噪序列为

$$x'_i = x_i + v_i, \quad (16)$$

式中 $v_i = \beta k R$ 为噪声分量, 其中 β 为确定噪声分量大小的可调参量, k 为无噪信号标准差, R 则为 $[-1, 1]$ 之间高斯分布的随机数。分别以噪声分量较大的含噪序列 (β 分别为 0.05 和 0.10) 进行训练, 支持向

4 数值实验与结果

所有的实验在一台 P4 1.8 GHz 内存 256 MB 的计算机上进行, 软件采用 Matlab。

实验数据由(3)式产生, 共取 4100 个数据。为避免暂态的影响, 去除最初 100 个数据, 在剩余的数据中, 前 2000 个数据作为训练支持向量机的最小二乘法的样本, 后 2000 个未用于训练的数据作为测试数据, 以检验训练后支持向量机的最小二乘法的辨识和推广能力(即泛化性能)。取 $m=5$, 进行 5 维坐标延迟相空间重构。支持向量机的最小二乘法的调节参量 γ 和 σ 分别取 1000 和 20。

定义测试的性能指标为均方根误差 (RMSE), 用 E 表示:

$$E = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}, \quad (15)$$

其中 x_i 为双稳系统输出, \hat{x}_i 为支持向量机的最小二乘法辨识输出。

首先, 以双稳系统运行于混沌态 (μ 为 0.75) 的无噪声时间序列作为辨识对象, 并用测试数据检验。检验得辨识结果的 E 为 6.88×10^{-4} , 训练耗时 193.85 s, 双稳系统实际的返回映射图[图 2(a)]与支持向量机的最小二乘法辨识的返回映射图[图 2(b)]相似, 辨识迭代点也是“连续”分布的, 即辨识序列同样是混沌的。比较图 2(a) 和图 2(b), 可知辨识精度是相当高的。

量机的最小二乘法的辨识结果经检验 E 分别为 0.0046 和 0.0097, 训练时间也有所增加。其相应的返回映射图见图 3 和图 4。尽管支持向量机的最小二乘法对含噪时间序列的辨识精度会因噪声存在而降低, 但所得结果仍有较高的精度, 对于实际应用来说是可以接受的, 说明支持向量机的最小二乘法辨识方法对噪声有较强的免疫力。

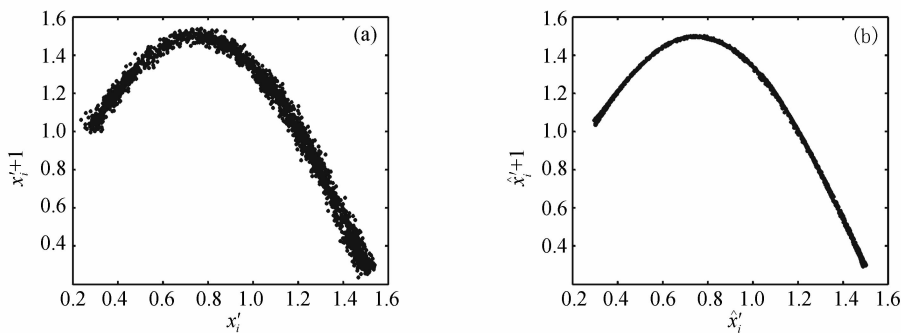


Fig. 3 Return map plots, $\mu=0.75$. (a) Acoustooptic bistable system with a normal noise, $\beta=0.05$, (b) LS-SVM identification

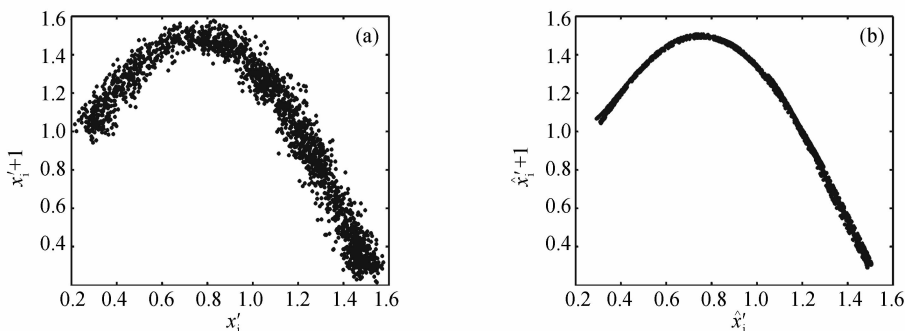


Fig. 4 Return map plots, $\mu=0.75$. (a) Acoustooptic bistable system with a normal noise, $\beta=0.10$, (b) LS-SVM identification

最后,为了比较支持向量机的最小二乘法与神经网络的辨识性能,以前向神经网络对双稳系统运行于混沌态的无噪声时间序列进行辨识,所用的神经网络输入层有 5 个输入端,隐层由 20 个神经元构成,而输出层则由 1 个神经元构成。用训练数据对其以基于梯度递减的反向传播算法循环训练 10000 次后(耗时达 674.71 s),经测试数据检验得均方根误差 E 为 0.0302。显然,支持向量机的最小二乘法的辨识结果优于神经网络。

结论 本文尝试将支持向量机用于对混沌光学双稳系统的辨识。该方法较好地克服了人工神经网络辨识的一些缺点,使混沌光学双稳系统的辨识精度有较大的提高。在数值实验中,我们对无噪声污染及含噪声污染两种情况下的混沌光学双稳系统进行了辨识,均得到良好的结果,说明该方法有较高的稳定性。

参 考 文 献

1 Wang Xiaodong, Ye Meiyang. Study on reflective fiber optic sensor for displacement measurement over a wide measuring range. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2002, **A29**

(9):813~816 (in Chinese)
 2 Wang Xiaodong, Ye Meiyang. Temperature tracking compensation of fiber optic voltage sensor. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2002, **A29**(7):600~604 (in Chinese)
 3 Wang Xiaodong. Compensation of intensity modulation laser optic fiber sensor system based on neural network. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(2):215~219 (in Chinese)
 4 Wang Xiaodong. Separation and linearization method to outputs of polarization-modulated fiber-optic sensor for two parameter simultaneous measurement. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(4):485~490 (in Chinese)
 5 Qi Feng, Liu Wenqing, Zhou Bin *et al.*, Improving DOAS system measurement precision with artificial neural network method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(11):1345~1349 (in Chinese)
 6 Yang Huaijiang, Shen Ke, Weng Zhaoheng *et al.*, Chaos speed up feedforward neural network identification of chaotic optical systems. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16**(5):651~656 (in Chinese)
 7 Vapnik V N. *The Nature of Statistical Learning Theory*. New York: Springer, 2000
 8 Suykens J A K. Least squares support vector machines for classification and nonlinear modelling. *Neural Network World*, 2000, **10**(1~2):29~48