

文章编号: 0253-2239(2004)07-937-4

# 三维自散焦介质中光束聚焦的最佳参量选择\*

李华刚 郭 旗\*\*

(华南师范大学信息光电子科技学院传输光学实验室, 广州 510631)

**摘要:** 对三维自散焦介质中由交叉相位调制效应诱导的光束聚焦过程进行了系统研究, 讨论了抽运光振幅、抽运光-信号光初始偏移和抽运光-信号光波长比三个参量对信号光聚焦过程的影响。根据自散焦介质中强抽运光诱导弱信号光聚焦满足抽运光与探测光模型, 对传输方程进行了优化, 大大减少了数值模拟运算时间。数值方法采用分布傅里叶方法。数值模拟结果表明: 抽运光越强、抽运光-信号光波长比越大, 信号光聚焦程度越大; 抽运光-信号光初始偏移存在一个最佳值, 使得光束聚焦达到最佳效果。通过参量最佳值的选择, 可提高光束聚焦的效率。

**关键词:** 非线性光学; 双光束传输; 非线性折射率; 交叉相位调制效应; 自散焦介质; 光束聚焦

中图分类号: O437 文献标识码: A

## Optimum Parameters for Focusing of Optical Beams in Three-Dimensional Self-Defocusing Nonlinear Media

Li Huagang Guo Qi

(Laboratory of Light Transmission Optics, School for Information and Optoelectronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510631)

(Received 14 April 2003; revised 3 September 2003)

**Abstract:** A discussion is given about the focusing of optical beams due to the cross-phase modulation in three-dimensional self-defocusing nonlinear media. The effect on the focusing of the probe beams for the three initial parameters is discussed; the amplitude of the pump beam, the separation between the pump and the probe beam centers and the wavelength ratio of the pump and the probe beams. The coupled amplitude equations are optimized based on the fact that the probe beam is much less intense than the pump beam, and cut the time of operating the programs much too. Our numerical results show that, the greater the amplitude of the pump beam and the wavelength ratio of the pump to signal beam are the better the probe focuses; the initial separation between the pump and the probe beams has an optimum values. The results can be used to design experiments in order to obtain the best effect of the focusing.

**Key words:** nonlinear optics; the copropagation of two light beams; nonlinear refractive index; cross-phase modulation effect; self-defocusing medium; focusing of optical beams

### 1 引 言

三阶非线性相互作用最普遍的表现之一是引起与强度有关的非线性折射率, 从而引发许多非线性

光学效应, 例如激光束的自聚焦、自散焦、自弯曲、各类空间孤子等。本文则对强激光在自散焦介质中传输的光束聚焦行为进行讨论。自从 1990 年 Agrawal<sup>[1]</sup> 首先发现在自散焦介质中也能实现光束聚焦以来, 自散焦介质中的光束聚焦一直是人们研究光束聚焦的热点之一<sup>[2~9]</sup>。

在信号光光束聚焦过程中, 选择初始参量(抽运光振幅、抽运光-信号光初始偏移和抽运光-信号光波长比等)非常重要, 但是到目前为止, 还没有对三

\* 广东省自然科学基金(031516、011455)、广东省自然科学基金团队项目(20003061)资助课题。

\*\* 通信联系人。E-mail: guoq@sncu.edu.cn

收稿日期: 2003-04-14; 收到修改稿日期: 2003-09-03

维自散焦介质中光束聚焦初始参量具体研究的报道。本论文对三维自散焦介质中的光束聚焦进行了详细研究,讨论了抽运光振幅、抽运光-信号光初始偏移和抽运光-信号光波长比三个初始参量对信号光聚焦过程的影响。

## 2 双光束传输方程及光斑的表达

在傍轴近似条件下,无耗、均匀、稳定的三维克尔介质中两束连续波或准连续波光束同向共同传输用下列归一化耦合非线性薛定谔方程组描述<sup>[6]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial Z} - \frac{i}{2} \left( \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right) = -i(|U_1|^2 + 2|U_2|^2)U_1, \\ \frac{\partial U_2}{\partial Z} - \frac{i}{2r} \left( \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2} \right) = -ir(|U_2|^2 + 2|U_1|^2)U_2, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $r = \lambda_1/\lambda_2$  为抽运光-信号光的波长比。上式中,忽略了线性折射率的色散,即认为  $n_{01} \approx n_{02}$ <sup>[5]</sup>,同时由于  $n_2 < 0$ (自散焦介质),两式右端取负号。

三维自散焦介质中两光束同时传输的数值模拟运算量非常大,为了能细致地研究其过程,需要对方程(1)进行化简,来减少运算的数据量和时间。因为在自散焦介质中强的抽运光引起弱的信号光束聚焦,且抽运光强远远大于信号光的光强( $I_1/I_2 \geq 10^4$ )<sup>[6]</sup>,所以可以忽略抽运光传输过程中的交叉相位调制效应和信号光传输过程中的自相位调制效应,这时方程(1)可写成

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial Z} - \frac{i}{2} \left( \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right) = -i|U_1|^2 U_1, \\ \frac{\partial U_2}{\partial Z} - \frac{i}{2r} \left( \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2} \right) = -i2r|U_1|^2 U_2, \end{cases} \quad (2)$$

上式中  $U_1$  是抽运光的光束函数, $U_2$  是信号光的光束函数。

从方程(2)可看到抽运光的传输与信号光的传输没有关系,因此可以把耦合方程组的数值模拟过程分两步来完成:第一,模拟抽运光的传输过程并且把其中的每一步的  $U_1$  保存;第二,结合保存的  $U_1$  进行信号光的传输过程的数值模拟。在相同条件同一台计算机上运算方程(1)和方程(2),方程(2)的数值模拟时间比方程(1)的少大约 40%。

本文采用熵光斑来描述光束传输过程,熵光斑的表达式<sup>[6]</sup>

$$B = \exp\left(-\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \frac{|U|^2}{P} \ln \frac{|U|^2}{P} dXdY\right), \quad (3)$$

其中  $P = \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} |U|^2 dXdY$ 。由于熵光斑具有各种好的特性<sup>[6,10]</sup>,本文采用它来作为数值描述光束变化过程的特征参量,简称为光斑。

## 3 数值模拟与分析

假定抽运光  $U_1$  和信号光  $U_2$  的初始输入均为高斯型:

$$\begin{cases} U_1(X,Y,0) = a_1 \exp\left(-\frac{X^2+Y^2}{2}\right), \\ U_2(X,Y,0) = a_2 \exp\left[-\frac{(X-D)^2+Y^2}{2}\right], \end{cases} \quad (4)$$

其中  $a_1$  为抽运光的输入振幅, $a_2$  为信号光的输入振幅, $D$  为抽运光和信号光初始中心位置在  $X$  轴方向上的偏移。在程序处理上,采用分步傅里叶变换法进行计算。

当信号光和抽运光在自散焦介质中同向共同传输时,必须满足两个条件才能使信号光产生聚焦<sup>[1]</sup>: 其一是两光束中心有初始偏移( $D \neq 0$ ),其二是抽运光光强必须远远大于信号光光强。此两个条件满足后,初始高斯信号光(4)式中  $U_2$  的典型演化过程是<sup>[6]</sup>:信号光束面由圆形逐渐演化成弯月形;与此同时,信号光束中心逐渐沿  $X$  轴远离抽运光的光束中心(由于两个光束中心有一初始偏移  $D$ ,两束光中心的偏移逐渐增大);经过一段距离信号光聚焦到最大后开始扩散,两束光中心继续偏离。从起点到光束汇聚到光斑最小时的距离是为聚焦距离。信号光典型的演化过程如图 1 所示。

非线性薛定谔方程在不同的初始条件下有不同的解,究竟在什么样的初始条件下,信号光才被压缩得最厉害?从(2)式中可见,抽运光-信号光波长比  $r$  也是一个可以改变光束演化过程的参量, $r$  对信号光的演化过程的影响如何呢?通过对方程组(2)式在不同初始条件  $a_1$  和  $D$ ,以及不同的波长比  $r$  下演化过程的大量数值模拟,我们可以给出这些问题的答案。

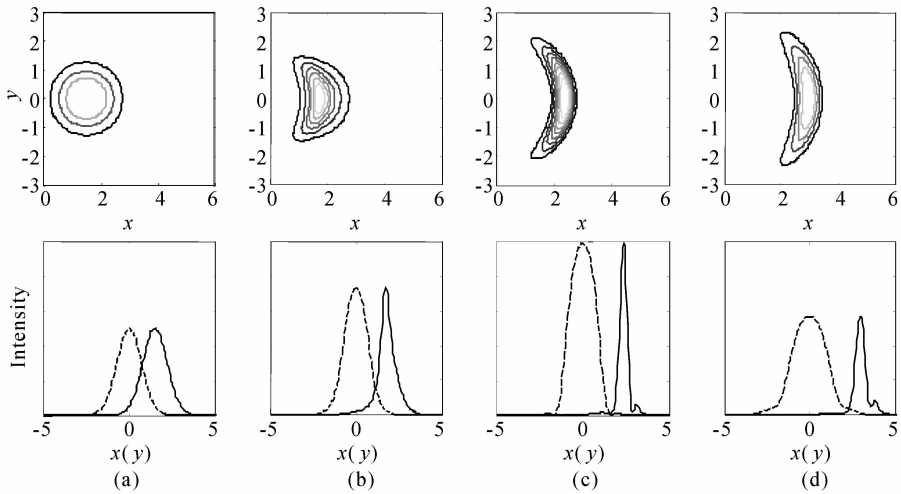


Fig. 1 Evolution of a probe beam. (a), (b), (c) and (d) correspond to  $Z=0, 0.1667, 0.3333$  and  $0.5$ . Contour maps of the probe beam are on the top and the profile (dashed line) along  $Y=X_{\max}$  and the profile (solid line) along  $X$ -axis are on the below. The initial conditions:  $r=1.1, a_2=0.05, a_1=5$  and  $D=1.5$

对于不同的初始条件和方程参量的演化过程, 信号光的压缩程度不同。我们用两个参量来描述信号光的压缩程度。其一是信号光演化过程中光斑的最小值  $B_{\min}$ , 其二是信号光聚焦距离  $L$ , 即从起点到信号光束汇聚到光斑最小时的距离。在下面的讨论中, 我们将给出  $B_{\min}, L$  与抽运光振幅  $a_1$ 、抽运光-信号光初始偏移  $D$  和抽运光-信号光波长比  $r$  的关系图。

图 2 是给定抽运光振幅  $a_1$  和抽运光-信号光波长比  $r$  时, 信号光光斑最小值  $B_{\min}$ 、聚焦距离  $L$  与抽运光-信号光初始偏移  $D$  的关系曲线。从图 2(a) 中

可以看到, 当  $D \leq 1.25$  或  $D \geq 2.79$  时(对于  $r=0.7$  曲线), 信号光的演化是发散的<sup>注1)</sup>; 只有当初始偏移  $1.25 \leq D \leq 2.79$  时, 信号光才会出现聚焦。  $D$  从  $1.25$  增加到  $2.79$  的过程中, 信号光光斑最小值先减小后增大(信号光聚焦程度先增大后减小),  $D$  存在一个最佳值  $D_{\text{opt}} \approx 1.97$ , 使此时的信号光光斑达到最小, 聚焦程度最大。信号光聚焦距离  $L$  在  $1.25 \leq D \leq 2.79$  上也存在一个最大值[对于图 2(b) 中  $r=0.7$  曲线], 其对应  $D \approx 2.43$ , 与光斑的最佳值  $D_{\text{opt}}$  不同。

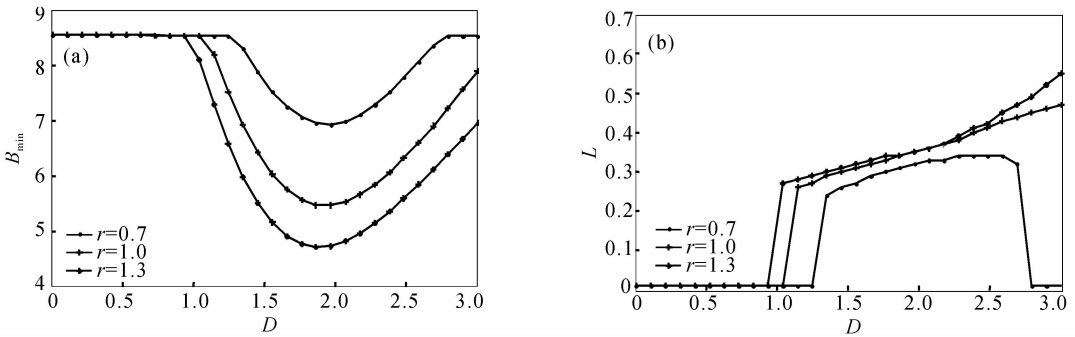


Fig. 2 The minimum of the signal beam spot size,  $B_{\min}$ , (a) and focusing distance,  $L$ , (b) as the function of  $D$ . The other parameters are  $a_2=0.05, a_1=5$  and  $r=0.7, 1, 1.3$ , respectively

图 3 是给定抽运光-信号光初始偏移  $D$  和抽运光-信号光波长比  $r$  时, 信号光光斑最小值  $B_{\min}$ 、聚焦距离  $L$  与抽运光振幅  $a_1$  的关系曲线。由图 3 可知, 信号光光斑最小值和聚焦距离均是抽运光初始振幅  $a_1$  的单调减函数: 随着抽运光的增强, 信号光的光斑最小值、聚焦距离都随之减小, 即聚焦程度增大。其物理背景很易理解: 因为抽运光越强, 交叉相位调制越大, 信号光聚焦程度越大, 并且达到压缩最

大处的演化距离越短。

图 2、图 3 中均将抽运光-信号光波长比  $r$  作为参量考虑, 并且对信号光演化过程的影响也是非常大的。因此, 我们计算了信号光光斑最小值  $B_{\min}$ 、

注 1): 高斯信号光(4)式中的熵光斑大约是 8.54。从图 2(a) 可见, 当  $D \leq 1.25$  或  $D \geq 2.79$  时, 信号光熵光斑的最小值保持为 8.54, 即初始时的光束光斑最小, 这意味着信号光的演化是发散的。

聚焦距离  $L$  与抽运光-信号光波长比  $r$  的关系曲线, 结果如图 4 所示。由图 4(a) 可见, 光斑最小值  $B_{\min}$  是波长比  $r$  的单调减函数, 即波长比  $r$  增大, 信号光

聚焦程度增大。聚焦距离的情况却是波长比  $r$  的单调增函数, 即波长比  $r$  增大, 信号光聚焦距离增大。

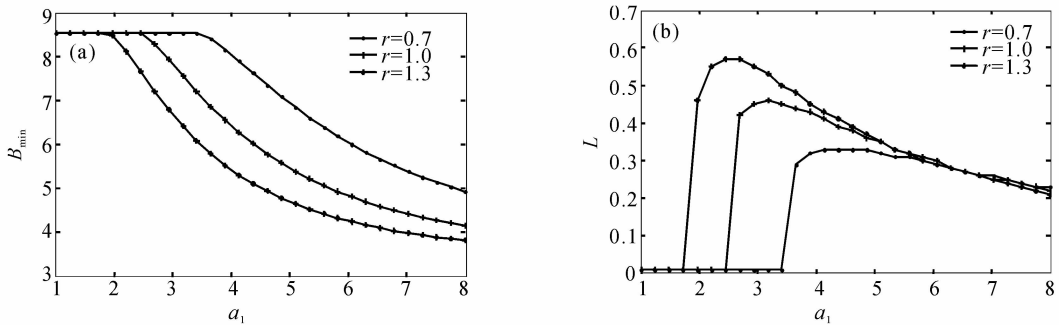


Fig. 3 The minimum of the signal beam spot size,  $B_{\min}$ , (a) and focusing distance,  $L$ , (b) as the function of  $a_1$ . The other parameters are  $a_2=0.05$ ,  $D=1.9$  and  $r=0.7, 1, 1.3$ , respectively

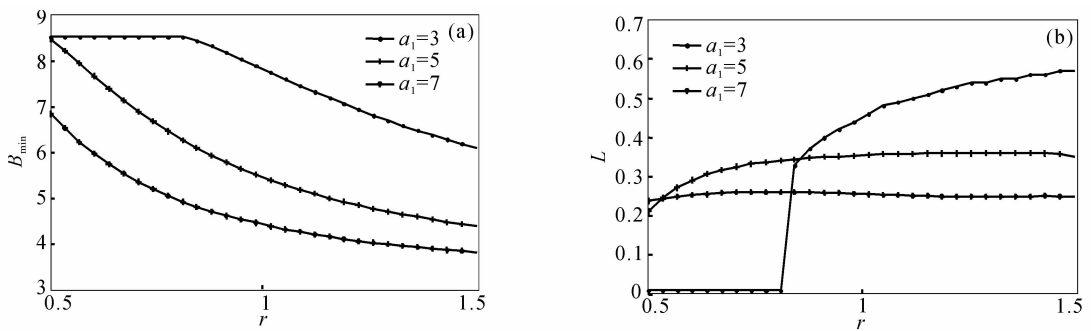


Fig. 4 The minimum of the signal beam spot size,  $B_{\min}$ , (a) and focusing distance,  $L$ , (b) as the function of  $r$ . The other parameters are  $a_2=0.05$ ,  $D=1.9$ , and  $a_1=3, 5, 7$ , respectively

**结论** 在自散焦介质中两束光同向共同传输强抽运光诱导弱信号光束聚焦的过程中, 选择抽运光、信号光的初始参量非常重要。抽运光越强、抽运光-信号光波长比越大, 信号光聚焦程度越大; 抽运光-信号光初始偏移存在一个最佳值, 使得光束聚焦达到最佳效果。通过参量最佳值的选择, 可大大提高光束聚焦的效率。本文的结果对于利用此现象进行光束聚焦实验的实验设计有参考意义。

### 参 考 文 献

- 1 Agrawal G P. Induced focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64** (21):2487~2490
- 2 Agrawal G P. Transverse modulation instability of copropagating optical beams in nonlinear Kerr media. *J. Opt. Soc. Am (B)*, 1990, **7**(6):1072~1078
- 3 Dinev S G, Dreischuh A A, Naidenov A M. Induced waveguiding in a medium with cubic nonlinearity. *J. Opt. Soc. Am (B)*, 1991, **8**(10):2128~2131
- 4 Pietrzyk M E. On the properties of two pulses propagating simultaneously in different dispersion regimes in a

nonlinear planar waveguide. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 1999, **1**(6):685~696

- 5 Guo Qi, Tian Ye, Liu Chengyi. Optimum parameters for focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media. *Acta Physica Sinica (物理学报)*, 2002, **51**(5):1057~1062 (in Chinese)
- 6 Li Huagang, Guo Qi. Focusing of optical beams by cross-phase modulation in three-dimensional self-defocusing nonlinear media. *Chin. J. Lasers (中国激光)*, 2003, **30** (2):123~128 (in Chinese)
- 7 Stentz A J, Kauranen M, Maki J J *et al.*. Induced focusing and spatial wave breaking from cross-phase modulation in a self-defocusing medium. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(1):19~21
- 8 Hickmann J M, Gomes A S L, Araujo C. Observation of spatical cross-phase modulation effects in a self-defocusing nonlinear medium. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68** (24):3547~3550
- 9 Goutev N, Dreischuh A, Balushev S *et al.*. 2-D asymmetric induced phase modulation: spatial and spatio-temporal aspects. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **31** (12):2114~2119
- 10 Miguel Porras A, Rafael Medina. Entropy-based definition of laser beam spot size. *Appl. Opt.*, 1995, **34** (36):8247~8251