

文章编号: 0253-2239(2004)05-692-4

部分相干光照明下光栅的塔尔博特效应*

滕树云 刘立人 刘德安 祖继锋 栾竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 首先利用部分相干光理论详细地分析了在部分相干光照明下光栅的非涅耳衍射, 给出了观察面上衍射光强分布的一般公式, 并就光源的发光面积对光栅塔尔博特效应的影 响进行了讨论, 得到了光栅衍射光强的分布随着照明光源的发光尺寸的增加而逐渐变得平滑这一结论, 并且, 当光源发光尺寸增加到毫米量级时, 光栅的塔尔博特效应将完全消失。在实验上对不同发光尺寸的扩展非相干光源照明光栅时的非涅耳衍射光强进行了测量, 实验结果与理论分析得出的结论相符合。

关键词: 物理光学; 非涅耳衍射; 互强度; 塔尔博特效应; 光栅自成像

中图分类号: O431.1 文献标识码: A

Fresnel Diffraction of the Grating Illuminated by Partially Coherent Light

Teng Shuyun Liu Liren Liu De'an Zu Jifeng Luan Zhu

(Shanghai Institute of Optical and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 31 March 2003; revised 6 June 2003)

Abstract: The Fresnel diffraction of the grating illuminated by partially coherent light is analyzed based on the propagation of the mutual intensity in theory of partially coherent light. The general formulas of the intensity in the Fresnel diffraction field are obtained. Then the characteristics of the field diffracted by the grating is discussed in detail. Experimentally, the diffraction intensity of the grating illuminated by the light source (LED) with different illuminant area is measured in the Fresnel region respectively. Thus the basic characteristics and general rules of the grating diffraction are proved, for instance, the smoothness process of the source on to the diffraction intensity, namely, Talbot imaging, and the condition of gaining exact Talbot imaging. The experiment results conform to the theoretic ones very well

Key words: physical optics; Fresnel diffraction; mutual intensity; Talbot effect; the self-imaging of the grating

1 引 言

自塔尔博特于 1836 年发现了单色连续光照明下光栅非涅耳衍射时的光栅自成像即光栅的塔尔博特效应^[1]以来, 已有大量的文献对不同类型的(如振幅型光栅、相位型光栅等)光栅^[2~6]在非涅耳衍射区内的衍射进行了讨论。这一效应也在许多领域得到了广泛应用。众所周知, 扩展非相干光源所发出的

光波经过一定的空间传播后成为部分相干光, 由它照明产生的衍射光强的分布与相干光照明时有许多不同之处^[7], 因此与非相干光照明下光栅衍射有关的衍射干涉现象——Lau 效应也一直倍受人们的关注^[8~11]。这一效应是指相距一定间隔的两个光栅在扩展光源照明下于无穷远处观察到干涉条纹的现象。由此可见, 光源的相干性不同会引起不同的衍射现象。为了解扩展非相干光源的有限发光面积对光栅塔尔博特效应的影 响, 有必要对扩展非相干光照明下光栅的非涅耳衍射进行讨论。

一般来讲, 照明光源不同, 光波经光栅衍射后得

* 国家科技部(2002CCA03500)资助课题。

E-mail: tengshuyun@yahoo.com.cn

收稿日期: 2003-03-31; 收到修改稿日期: 2003-06-06

到的衍射场的形式以及对其进行数学处理的方法也不同。单色连续光由于其空间时间相干性好,直接求解亥姆霍兹方程可得到光栅衍射场分布的精确解,或在旁轴近似下得到近似解^[2,4]。扩展非相干光源由于时间空间上的非相干性,由其照明下的光栅衍射问题的数学处理一般较为复杂。人们在处理这一类光源时,通常先对非相干光源发出的光波进行滤波,取出频率范围足够小的频谱,将其看作准单色光处理,便可忽略光源的时间相干性即光源的频谱分布对衍射的影响,进而利用互强度的传播求解衍射场的光强分布。因此本文首先利用部分相干光互强度传播的理论系统地分析了准单色扩展非相干光源照明下光栅的非涅耳衍射,给出了衍射场的互强度和光强的一般公式;其次对部分相干光照明下光栅衍射的性质进行了讨论,并就光源的发光面积对衍射光强的影响进行了数值计算。实验上通过干涉滤波技术获得准单色扩展非相干光源,并在菲涅耳衍射区对部分相干光照明下光栅的衍射光强分布进行了测量。实验结果和理论分析得出的结论完全一致。

2 部分相干光照明下光栅的非涅耳衍射

众所周知,任何扩展的非相干光源发出的光波在传播过程中将变成部分相干的光波,即空间两点的光波具有一定的关联性,一般来讲,空间两点的光场的相关性用互相干函数或互强度来描述^[12]。在图 1 所示光学系统中,扩展非相干光源 σ 位于 r_s 面

上,光源发出的光波通过光学干涉滤光片 F 后可以看作是准单色光,再经透镜 L 准直后照明位于物平面 r_0 处的光栅,观察面 r 与物面 r_0 平行。以 $u^-(r_s, r_0)$ 表示光源上位于 r_s 点处的单位发光面积在物面上 r_0 点处形成的准单色光波的复振幅。

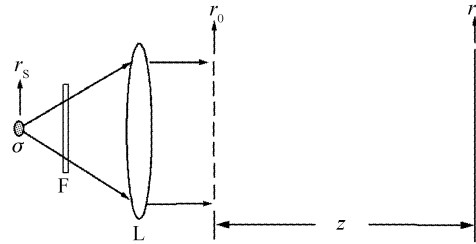


Fig. 1 The schematic of the diffraction intensity of the grating illuminated by the partially coherent light source

由部分相干光理论可知,整个光源在物面 r_{01} 和 r_{02} 两点产生的光波的互强度为^[11]

$$J_0^-(r_{01}, r_{02}) = \int_{\sigma} u^-(r_s, r_{01}) u^{-*}(r_s, r_{02}) d^2 r_s, \quad (1)$$

假设光栅的透过率函数用 $t(r_0)$ 表示,则通过光栅后的光波被调制为

$$u(r_s, r_0) = u^-(r_s, r_0) t(r_0), \quad (2)$$

而通过光栅后两点出射光波的互强度 $J_0(r_{01}, r_{02})$ 被调制为

$$J_0(r_{01}, r_{02}) = J_0^-(r_{01}, r_{02}) t(r_{01}) t^*(r_{02}), \quad (3)$$

假设光学系统的点扩展函数为 $h(r_0; r)$, 根据互强度的传播公式,观察面上 r_1 和 r_2 两点光波的互强度为

$$J(r_1, r_2) = \iint J_0(r_{01}, r_{02}) h(r_{01}; r_1) h^*(r_{02}; r_2) d^2 r_{01} d^2 r_{02}, \quad (4)$$

由互强度定义可知,观察面上的光强为 $I(r) = J(r, r)$, 由以上各式可得观察面上的光强的表达式为

$$I(r) = \iint J_0^-(r_{01}, r_{02}) h(r_{01}; r) h^*(r_{02}; r) t(r_{01}) t^*(r_{02}) d^2 r_{01} d^2 r_{02}. \quad (5)$$

据范西特-泽尼克定理^[12],入射光波在物面上坐标差为 $\Delta r_0 = r_{02} - r_{01}$ 的两点引起的互强度为

$$J_0^-(\Delta r_0) = \int_{\sigma} S(r_s) \exp(-ik\Delta r_0 \cdot r_s/R) d^2 r_s, \quad (6)$$

其中 $S(r_s)$ 为准单色扩展光源的单位面积的发光强度函数, $k = 2\pi/\lambda$, λ 为准单色光波的平均波长, R 为光源平面 r_s 至光栅平面 r_0 的距离。当观察面处于菲涅耳衍射区内时,光学系统的点扩展函数为

$$h(r_0; r) = \frac{1}{i\lambda z} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ik|r-r_0|^2}{2z}\right), \quad (7)$$

其中 z 为光栅面 r_0 至观察面 r 的距离。将(6)式、(7)

式代入(5)式,注意到 $J_0^-(\Delta r_0)$ 实际上为光源函数 $S(r_s)$ 的傅里叶变换 $\mathcal{S}(\Delta r_0/\lambda R)$, 可得到观察面上衍射光强的分布为

$$I(r) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \iint t(r_{01}) t^*(r_{02}) \mathcal{S}\left(\frac{r_{02} - r_{01}}{\lambda R}\right) \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z} (|r - r_{01}|^2 - |r - r_{02}|^2)\right] d^2 r_{01} d^2 r_{02}. \quad (8)$$

为简单起见,我们以一维形式的光栅为例讨论光栅的非涅耳衍射。假设光栅取为透射式的矩形光栅,其透过率函数为 $T(x_0) = \sum_{n=0}^N \text{rect}\left(\frac{x_0 - nd}{d/M}\right)$, 其中 d 为光栅常量, $M = d/a$ (a 为开口尺寸) 为光栅的

开口比,该函数在区间 $[-d/2, d/2]$ 上绝对可积,因此这一周期函数可进行傅里叶级数展开,即

$$T(x_0) = \frac{1}{M} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{n}{M}\right) \exp\left(\frac{i2\pi nx_0}{d}\right), \quad (9)$$

$$I(x, z) = \frac{1}{\lambda^2 z^2 M^2} \left\{ \sum_n \sum_{n'} \text{sinc}\left(\frac{n}{M}\right) \text{sinc}\left(\frac{n'}{M}\right) \exp\left[i \frac{2\pi}{d}(n - n')x\right] \exp\left[-i \frac{\pi\lambda z}{d^2}(n^2 - n'^2)\right] \right\} * \left[S\left[\lambda R \left(\frac{n'}{d} + \frac{x}{\lambda z}\right)\right] * \exp\left[i\pi\lambda z \left(\frac{n'}{d} + \frac{x}{\lambda z}\right)^2\right] \right], \quad (10)$$

其中 $*$ 表示卷积运算, $S\left(\frac{Rx}{z} + \frac{\lambda Rn'}{d}\right)$ 为光源在观察面上的投影函数。由上式可以得到部分相干光照明下光栅的非涅耳衍射具有以下两点性质:

1) 准单色扩展非相干光源照明下光栅非涅耳衍射区的光强分布可看作两项的卷积,第一项为单色连续光照明时光栅衍射场的光强分布^[1],第二项是光源在观察面上的投影函数与一相位因子的卷积。上式中两项的卷积运算相当于平滑作用过程,这一平滑作用使单色连续光照明时光栅衍射场的光强分布图样的像质变得模糊,函数轮廓的非零区域变为两项的非零区域之和。作为一个例子,假设光源为矩形孔径即 $S(x_s) = \text{rect}(x_s/L_s)$, L_s 为光源发光面

(9)式中 n 为整数,将上式代入(8)式并将二次项指数因子展开,准单色扩展非相干光源照明下的光栅非涅耳衍射区内光场的光强分布可表示为

积的直径,则光源在观察面上的投影函数为

$$S\left(\frac{Rx}{z}\right) = \text{rect}\left(\frac{Rx}{zL_s}\right), \quad (11)$$

上述函数的非零区域为 $\left[-\frac{zL_s}{2R}, \frac{zL_s}{2R}\right]$,因此光源发光面积的尺寸 L_s 增大时,光源在观察面上的投影函数的非零区域范围增加,则光强分布函数的第二项的非零区域范围增加,因此扩展非相干光源照明产生的光栅的非涅耳衍射场的光强分布的非零区域也相应增加,同时衍射光强的分布随着照明光源的发光尺寸 L_s 的增加逐渐变得平滑。

2) 将(11)式代入(10)式,由此可得到一维情况下的准单色扩展非相干光源的光强分布

$$I(x, z) = C \sum_n \sum_{n'} \text{sinc}\left(\frac{n}{M}\right) \text{sinc}\left(\frac{n'}{M}\right) \text{sinc}\left[\frac{zL_s}{Rd}(n - n')\right] \exp\left[i \frac{2\pi}{d}(n - n')x\right] \exp\left[-i \frac{\pi\lambda z}{d^2}(n^2 - n'^2)\right], \quad (12)$$

其中 C 为常数因子。当 L_s 等于0时,上式即为单色平行光照明下光栅的非涅耳衍射的一般公式,并且当 $z_N = N \frac{2d^2}{\lambda}$ (N 为整数)时,衍射光强的分布可简化为

$$I(x, z_N) = C \sum_n \sum_{n'} \text{sinc}\left(\frac{n}{M}\right) \text{sinc}\left(\frac{n'}{M}\right) \exp\left[i \frac{2\pi}{d}(n - n')x\right] = C' \text{rect}\left(\frac{x - nd}{d/M}\right),$$

该形式与光栅结构完全相同,即光栅的塔尔博特效应^[1]。

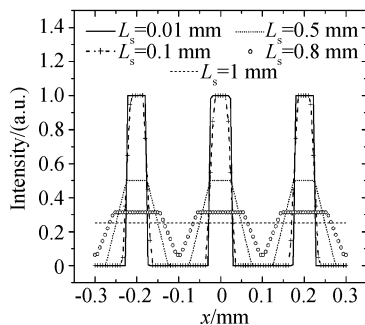


Fig. 2 The diffraction intensity distribution of the grating illuminated by the partially coherent light with different illuminating area varying with coordinate x

对(12)式进行数值运算,可得到光源发光面积的尺寸对衍射场的光强分布即光栅的塔尔博特效应影响的规律。图2给出了在 $z = 2d^2/\lambda$, $d = 0.2$ mm, $R = 0.5$ m时,光源发光面积取不同尺寸下光栅衍射的光强分布随坐标变量 x 的变化曲线。由图2可看出,当光源的发光面积的直径为0.01 mm时,在塔尔博特距离 $z = 2d^2/\lambda$ 处得到光栅的自成像或塔尔博特像。这一点从理论上很容易解释,因为光源的发光面积很小时, L_s 趋于0,代入(12)式, $\text{sinc}\left[\frac{zL_s}{Rd}(n - n')\right] \approx 1$,观察面上的光强分布退化为单色平行光照明下光栅的衍射情况,因此在对应于平均波长的塔尔博特距离处的观察面上仍然能够得到光栅的塔尔博特像。此外随着光源发光面积的不断增大,光强分布趋于平

滑,当光源发光面积增大到 1 mm,光栅的自成像现象已完全消失,衍射场变为均匀的光强分布。

3 部分相干光照明下光栅菲涅耳衍射光强的实验测量

在扩展非相干光照明下光栅菲涅耳衍射光强的实验测量中,采用发光二极管(LED)作为光源,实验框图如图 3 所示,由 LED S_1 发出的光波经干涉滤光片 F 滤波,然后经会聚透镜 L_1 成像,直径不同的针孔 P_s 对光源的像点加以限制进行空间滤波,滤波后的像点可看作二次光源。由二次光源发出的光波经成像透镜 L_2 会聚后,照明位于物面的光栅 G 。CCD 放置在距光栅 2 倍塔尔博特距离(对应于干涉滤光片取出频率)处的观察面上。实验中 LED 的发光光谱的中心角频率为 $\omega_0 = 2.80738 \times 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (中心波长为 670.96 nm),干涉滤光片 F 取出中心波长为 670.8 nm 的光波照明光栅,空间滤波针孔的尺寸分别取 0.3 mm、0.5 mm、1 mm,光栅的开口比 $M=2$,光栅常量 $d=0.2 \text{ mm}$ 。光路调好后,CCD 对不同尺寸光源照明下光栅的菲涅耳衍射光强图样进行拍摄,并将拍摄到的衍射图样以数据文件的形式存储起来。利用程序读取其中一行数据从而获取一维的衍射光强的分布。

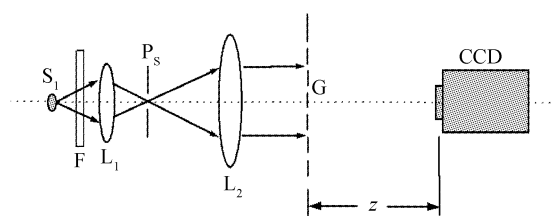


Fig. 3 The experimental setup of measurement of the Fresnel diffraction intensity of the grating illuminated by the partially coherent light source

图 4 给出了不同发光尺寸光源照明下光栅衍射的一维光强的分布曲线。由此可以看出,随着光源发光面积的增加,在菲涅耳衍射区内光栅衍射光强的分布逐渐地趋于平滑。当光源的发光尺寸增加到 1 mm 时,衍射光强已趋于平均分布。此外,与数值计算结果图 2 比较可以看出,衍射光强的分布并非是在光栅塔尔博特像的基础上进行平滑、扩展,而是存在许多较大的起伏,这是由于干涉滤波后的光源仍含有以 670.8 nm 为中心波长的具有一定频谱宽度(半峰全宽为 11 nm)的频谱成分,此时光栅衍射光强的分布同时受到光源发光面积和光源频谱的影响。

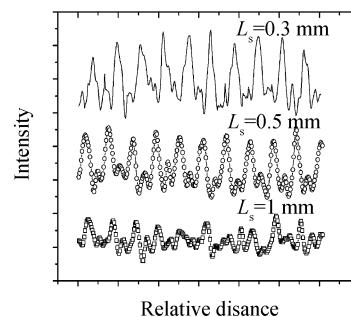


Fig. 4 The diffraction intensity of the grating illuminated by the extended incoherent light source with different illuminant area, the illuminant diameter is 0.3 mm, 0.5 mm, 1 mm, respectively

结论 本文利用部分相干光的互强度理论分析了光栅的菲涅耳衍射,给出了部分相干光照明下光栅衍射场的光强的一般公式,并就光源的有限发光面积对光栅塔尔博特效应的影 响进行了详细讨论,得到了光源发光面积的尺寸对光栅塔尔博特像的平滑作用的一般规律,同时给出了相应的实验证明。本文的结论不仅对光栅衍射的理论研究是一个充实和拓宽,而且为光栅衍射的实验研究提供了一个有益的依据。

参 考 文 献

- 1 Talbot. Facts relating to optical science. No. IV, *Philos. Mag.*, 1836, **9**:401~407
- 2 Latimer P, Crouse R F. Talbot effect reinterpreted. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(1):80~89
- 3 Zhou C, Liu L. Simple equations for the calculation of a multilevel phase grating for Talbot array illuminator. *Opt. Commun.*, 1995, **115**(1~2):40~44
- 4 Harvey J E, Vernold C L, Krywonos A *et al.*. Diffracted radiance: a fundamental quantity in nonparaxial scalar diffraction theory. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(31):6469~6375
- 5 Wang H, Zhou C, Liu L. Simple Fresnel diffraction of a grating for Talbot array illumination. *Opt. Commun.*, 2000, **173**(1~6):17~22
- 6 Wang H, Zhou C, Li J *et al.*. Talbot effect of a grating under ultrashort pulsed laser beam illumination. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(3):320~323 (in Chinese)
- 7 Thompson B J. On the propagation of coherent and partially coherent light. *Optic Acta*, 1979, **26**(1):21~34
- 8 Liu L. A New grating diffraction—interference effect. *Science in China*, (Series A), 1989, **32**(5):570~584
- 9 Liu L. Partially coherent diffraction effect between Lau and Talbot effects. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5**(10):1709~1716
- 10 Sudol R, Thompson J. Lau effect: theory and experiment. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(6):1170~1116
- 11 Liu Liren. Diffraction correlation and Lau interferometry. *Acta. Phys. Sinica* (物理学报), 1986, **35**(12):1556~1566 (in Chinese)
- 12 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. 7th ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 554