

文章编号: 0253-2239(2004)05-614-5

相位测量轮廓术中随机相移误差的校正算法*

王立无 苏显渝** 周利兵

(四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

摘要: 在相位测量轮廓术(PMP)中,随机相移误差是导致测量误差的重要因素,提出一种新的随机相移误差的校正算法,在五步相移的基础上不要求解相位分布,通过近似处理可以直接求解相移过程中存在的随机相移误差,在保证精度的情况下,能大大减少迭代次数和计算量。推导了新算法的计算公式,详细说明了随机相移误差的求解过程。计算机模拟和实验证实了新的算法的有效性。与 In-bok Kong 的算法相比较,新算法能大大减少迭代次数和计算量。该新算法也同样适用于相移干涉计量。

关键词: 信息光学; 光学技术与仪器; 相移算法; 相位测量轮廓术; 相位误差

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

Correction Algorithm of Random Phase Shifting Errors in Phase Measuring Profilometry

Wang Liwu Su Xianyu Zhou Libing

(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu 610064)

(Received 10 January 2003; revised 23 June 2003)

Abstract: In phase-measuring profilometry (PMP), the random phase shifting errors is a important factor that leads to measuring errors. A new correction algorithm of random phase shifting errors is proposed on the basis of five-step. The new algorithm can directly solve random phase shifting errors without solving the phase by approximate treatment. It can greatly reduce the number of iteration and calculation with the intended accuracy. The formulas of the new algorithm is induced and the process to solve random phase shifting is indicated in detail. The validity of this algorithm has been demonstrated by means of compute simulation and experiment. It can greatly reduce the number of iteration and calculation in comparison with the algorithm of In-Bok Kong. The new algorithm can also apply in phase-shifting interferometry.

Key words: information optics; optical technique and instrument; phase shifting algorithm; phase-measuring profilometry; phase error

1 引 言

在三维面形测量中,相位测量轮廓术是一种重要的方法^[1~6],在这种方法中相移误差对测量结果的准确性有较大影响。目前不少算法能解决线性相移误差,但要解决相移过程中的随机相移误差问题,还存在一定的困难。In-Bok Kong 等^[7,8]从同一干

涉图中诸像素相移量相等这一认识出发,提出求解各干涉图的相移量的方法,In-Bok Kong 的算法是通过交替求解相位分布和相移量来进行的一种迭代算法,虽然可以解决随机相移误差问题,但迭代次数较多,计算量较大。本文提出一种新的随机相移误差的校正算法,在五步相移的基础上不要求解相位分布,通过近似处理可以直接求解相移过程中存在的随机相移误差,在保证精度的情况下,能大大减少迭代次数和计算量。一般在相移误差误差不大的情况下通过一次处理就可较准确的求出各幅干涉图的相移量。如相移误差较大,或者为进一步提高精度,

* 国家自然科学基金(60177001,10376018)资助课题。

** 通信联系人。E-mail: xianyusu@mail.sc.cninfo.net

收稿日期:2003-01-10;收到修改稿日期:2003-06-23

也可进行多次迭代。本文推导了新算法的计算公式,详细说明了随机相移误差的求解过程,给出了计算机模拟和实验结果。实验结果证实了新的算法的有效性。与 In-Bok Kong 的算法相比较,新算法能大大减少迭代次数和计算量。

2 基本原理与计算方法

校正算法以传统五步算法为例进行推导,通过近似处理直接求解相移过程中的误差量。传统五步算法各幅相移条纹图的光强可表示为

$$I_{in} = A_n + B_n \cos(\phi_n + 2i\pi/5), \quad (1)$$

其中 $i = 0, 1, 2, 3, 4$ 表示对应的各幅条纹图序号, n 表示各条纹图上的各个像素点, I_{in} 分别表示条纹图上对应相移各点的光强, A_n, B_n, ϕ_n 分别表示各点的背景光强,条纹的对比度和被物体高度调制的条纹相

位。如果在相移过程中存在随机误差,但条纹图上各点的相移量都一样时,则各条纹图的光强可表示为

$$I_{0n} = A_n + B_n \cos(\phi_n), \quad (2)$$

$$I_{1n} = A_n + B_n \cos(\phi_n + 2\pi/5 + e_1), \quad (3)$$

$$I_{2n} = A_n + B_n \cos(\phi_n + 4\pi/5 + e_2), \quad (4)$$

$$I_{3n} = A_n + B_n \cos(\phi_n + 6\pi/5 + e_3), \quad (5)$$

$$I_{4n} = A_n + B_n \cos(\phi_n + 8\pi/5 + e_4), \quad (6)$$

e_1, e_2, e_3, e_4 分别表示相移过程中实际相移量与名义相移量之间的误差。

本算法是通过以上各式进行一定的处理,消除 A_n, B_n, ϕ_n , 而直接对相移误差量进行计算。

首先,令 $\Delta I_{1n} = I_{1n} - I_{0n}$, $\Delta I_{2n} = I_{2n} - I_{0n}$, $\Delta I_{3n} = I_{3n} - I_{0n}$, $\Delta I_{4n} = I_{4n} - I_{0n}$ 。

可消去背景光强 A_n , 再通过一定处理,消去 B_n, ϕ_n , 整理后得

$$\begin{aligned} & \Delta I_{3n} [\sin(2\pi/5 + e_2 - e_1) - \sin(4\pi/5 + e_2) + \sin(2\pi/5 + e_1)] + \\ & \Delta I_{2n} [\sin(-4\pi/5 + e_1 - e_3) - \sin(2\pi/5 + e_1) + \sin(6\pi/5 + e_3)] + \\ & \Delta I_{1n} [\sin(2\pi/5 + e_3 - e_2) - \sin(6\pi/5 + e_3) + \sin(4\pi/5 + e_2)] = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \Delta I_{4n} [\sin(2\pi/5 + e_2 - e_1) - \sin(4\pi/5 + e_2) + \sin(2\pi/5 + e_1)] + \\ & \Delta I_{2n} [\sin(-6\pi/5 + e_1 - e_4) - \sin(2\pi/5 + e_1) + \sin(8\pi/5 + e_4)] + \\ & \Delta I_{1n} [\sin(4\pi/5 + e_4 - e_2) - \sin(8\pi/5 + e_4) + \sin(4\pi/5 + e_2)] = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

(7) 式和(8)式为本文计算的两个基本式,首先对上述两式进行一级近似, $[\sin(x + \Delta x) \approx \sin x + \cos x \Delta x]$, 同时方程除以一个常量 $[\cos(2\pi/5) - \cos(4\pi/5)]$, 并补上由于一级近似,忽略了高次项而带来的误差。整理后得

$$[(\Delta I_{1n} - \Delta I_{3n})e_2 - \Delta I_{1n}e_3 + \Delta I_{2n}e_1] - a = \Delta a, \quad (9)$$

$$[(\Delta I_{1n} - \Delta I_{2n})e_4 - \Delta I_{4n}e_2 + \Delta I_{2n}e_1] - b = \Delta b, \quad (10)$$

其中

$$a = \frac{\Delta I_{3n} [2\sin(2\pi/5) - \sin(4\pi/5)] - \Delta I_{2n} [\sin(2\pi/5)] + \Delta I_{1n} [2\sin(4\pi/5) + \sin(2\pi/5)]}{\cos(2\pi/5) - \cos(4\pi/5)},$$

$$b = \frac{\Delta I_{4n} [2\sin(2\pi/5) - \sin(4\pi/5)] - \Delta I_{2n} [2\sin(2\pi/5) - \sin(4\pi/5)] + \Delta I_{1n} [2\sin(4\pi/5) + \sin(2\pi/5)]}{\cos(2\pi/5) - \cos(4\pi/5)},$$

$\Delta a, \Delta b$ 为补上的误差项。为表述方便,将(7)式~(10)式表示为

$$f_7 = 0, \quad f_8 = 0, \quad f_9 = \Delta a, \quad f_{10} = \Delta b.$$

则有

$$\Delta a = f_9 - f_7 / [\cos(2\pi/5) - \cos(4\pi/5)], \quad (11)$$

$$\Delta b = f_{10} - f_8 / [\cos(2\pi/5) - \cos(4\pi/5)], \quad (12)$$

从(7)式和(8)式上可看出 $\Delta I_{1n}, \Delta I_{2n}$ 和 ΔI_{3n} , 以及 $\Delta I_{1n}, \Delta I_{2n}$ 和 ΔI_{4n} 之间存在一定的相互关系,可表示为

$$\Delta I_{3n} = c\Delta I_{1n} + d\Delta I_{2n}, \quad (13)$$

$$\Delta I_{4n} = e\Delta I_{1n} + f\Delta I_{2n}, \quad (14)$$

其中

$$c = \frac{\sin(2\pi/5 + e_3 - e_2) - \sin(6\pi/5 + e_3) + \sin(4\pi/5 + e_2)}{\sin(4\pi/5 + e_2) - \sin(2\pi/5 + e_2 - e_1) - \sin(2\pi/5 + e_1)}, \quad (15)$$

$$d = \frac{\sin(-4\pi/5 + e_1 - e_3) - \sin(2\pi/5 + e_1) + \sin(6\pi/5 + e_3)}{\sin(4\pi/5 + e_2) - \sin(2\pi/5 + e_2 - e_1) - \sin(2\pi/5 + e_1)}, \quad (16)$$

$$e = \frac{\sin(4\pi/5 + e_4 - e_2) - \sin(8\pi/5 + e_4) + \sin(4\pi/5 + e_2)}{\sin(4\pi/5 + e_2) - \sin(2\pi/5 + e_2 - e_1) - \sin(2\pi/5 + e_1)}, \quad (17)$$

$$f = \frac{\sin(-6\pi/5 + e_1 - e_4) - \sin(2\pi/5 + e_1) + \sin(8\pi/5 + e_4)}{\sin(4\pi/5 + e_2) - \sin(2\pi/5 + e_2 - e_1) - \sin(2\pi/5 + e_1)}, \quad (18)$$

将(13)式代入(9)式,(14)式代入(10)式中,整理后可得

$$\Delta I_{1n}x + \Delta I_{2n}y - a = \Delta a, \quad (19)$$

$$\Delta I_{1n}u + \Delta I_{2n}v - b = \Delta b, \quad (20)$$

其中

$$\begin{cases} x = e_2 - e_3 - ce_2, \\ y = e_1 - de_2, \\ u = e_2 - ee_4, \\ v = e_1 - e_4 - fe_2, \end{cases} \quad (21)$$

在各像素点的相移误差一样的情况下,很明显 x, y, u, v 是与各像素点无关的定值。下面将第一次处理过程简述下:

第一步,取 $\Delta a = 0, \Delta b = 0$, 将各像素点的 $\Delta I_{1n}, \Delta I_{2n}$ 以及 a, b 的值代入(19)式和(20)式得到两个线性方程组,可分别求出 x 和 y 以及 u 和 v 的最小二乘解。

第二步,取 e_1, e_2, e_3, e_4 为零,由(15)式~(18)式可得 c, d, e, f 的近似值。同时利用第一步所得的结果,这样由(21)式构成的方程组就可解出相移误差量 e_1, e_2, e_3, e_4 , 在相移误差较小的情况下(一般不超过 5 度),经过上述的一次处理过程,就能得到较准确的结果。

在相移误差较大的情况下,需进行多次迭代,处理方法如下:

首先将第一次处理过程中所得 e_1, e_2, e_3, e_4 的值代入(11)式和(12)式,可得 $\Delta a, \Delta b$ 的值。

同样将 e_1, e_2, e_3, e_4 代入(15)式~(18)式中可得更准确的 c, d, e, f 的值。分别将所得代入(19)式~(21)式中,重复第一次处理过程的步骤,就可得到第二次迭代所得到的 e_1, e_2, e_3, e_4 的值。这样不断重复直至足够的精度。

3 数值模拟

3.1 与 In-Bok kong 算法计算效率的比较

随机相移误差将导致相位计算的随机误差,而且误差性质具有统计稳定性。即一般而言,较大的随机相移误差将导致较大的相位计算的随机误差。为便于比较,又不失一般性,模拟实验中假定每步相

移误差不变,相移误差量为 0.1π , 图 1 为本文通过一至五次迭代计算出的相移误差量,图 2 为 In-Bok Kong 算法从一到五十次迭代计算出的相位误差量从图 1 和图 2 可看出,在达到同样的计算精度的情况下,本文算法所需的迭代次数大大减少,并且每一次迭代所需的时间也比 In-Bok kong 算法要少。因此本文算法比 In-Bok Kong 算法大大减少了计算量,计算时间大约为 In-Bok kong 算法的十分之一,具有更高的效率。

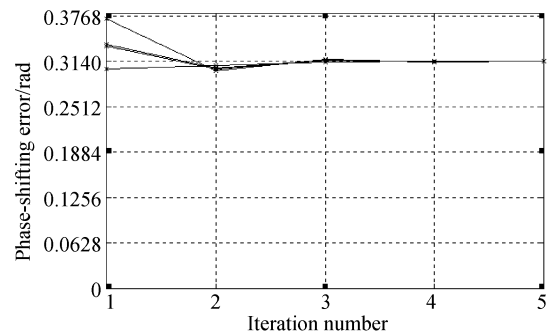


Fig. 1 The computed result of phase-shifting errors of each step by the first iteration to the fifth iteration in this paper

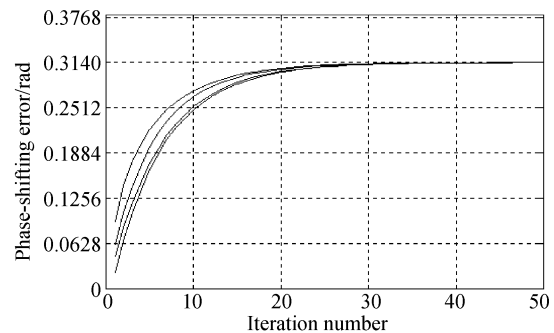


Fig. 2 The computed result of phase-shifting errors of each step by the first iteration to the fiftieth iteration by the method of In-Bok Kong

3.2 用计算机模拟的三维物体面形重建

下面用计算机生成一个平面上的球冠形物体,基于相位测量轮廓术的测量原理,用本文算法和五步算法恢复的结果进行比较。考虑在实际情况中,相移误差不是很大,生成一组在 -5° 和 5° 之间的随

机值,在 $e_1=0.0228, e_2=-0.0848, e_3=-0.0628, e_4=0.0157$ 时的恢复情况,此时利用新算法可很快的迭代出相移误差量,从而精确恢复物体面形。图 3 是五步算法恢复的面形。图 4 是本文算法第二次迭代后恢复的面形。

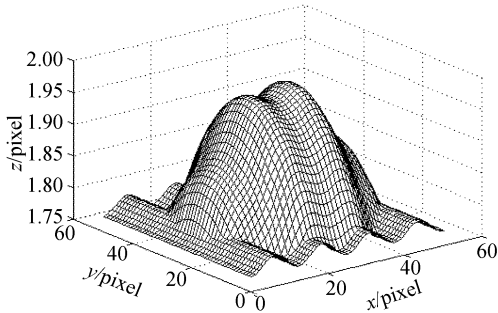


Fig. 3 The surface recovered by five-step algorithm

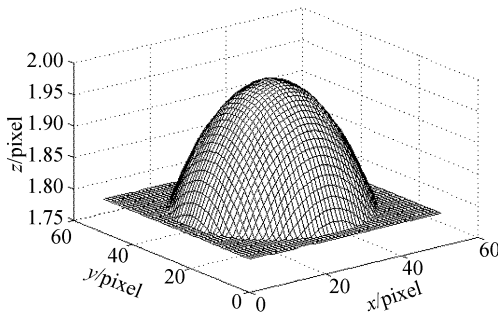


Fig. 4 The surface recovered by the second iteration of the new algorithm

4 相位测量实验

为了对新的随机相位校正算法的有效性进行验证,通过 CCD 相机获取二组在标准平面上的五帧投影条纹图,各条纹图之间的相移为 $2\pi/5$,第一组为没有附加相移误差的条纹图,第二组为附加有随机相移误差的条纹图,各幅图附加的随机相移误差为: $0, \pi/16, 0, \pi/16, \pi/16$ 。图 5 是其中一幅通过 CCD 相机得到的条纹图。

虽然在第一组条纹图中没有相移误差,但在实际中还受到随机噪声,高次谐波以及探测器非线性误差等因素的影响,所以我们将第一组条纹图计算得到的相位分布进行了线性拟合,以此作为标准的相位分布。图 6 是对没有附加相移误差的第一组条纹图对照标准的相位分布,通过计算得出的系统由其它误差因素带来的误差。纵坐标为相位误差,单位为弧度,横坐标为像素。

图 7 是对第二组存在相移误差的条纹图,分别

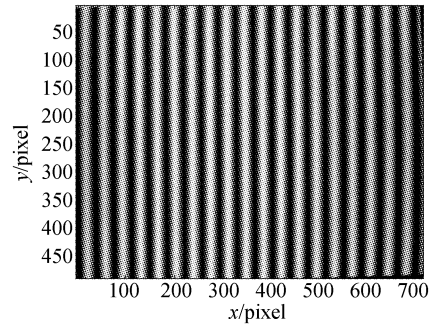


Fig. 5 The grating pattern obtained by experiment

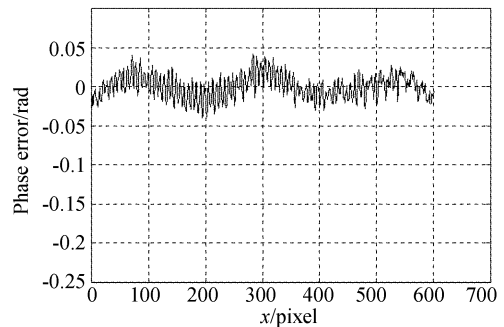


Fig. 6 The errors caused by other factors while phase-shifting errors not existing

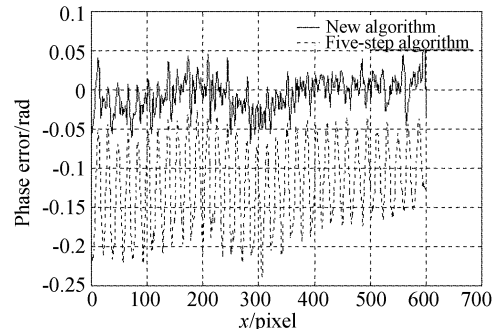


Fig. 7 The phase errors of new algorithm in comparison with the five-step algorithm

用五帧算法和本文新算法计算出相位分布,然后对照标准的相位分布而得出的相位误差。纵坐标为相位误差,单位为弧度,横坐标为像素。

从图 6 中看出本文算法可把五步算法的误差幅度降低一半左右,而且不存在相位的整体偏移。但由于在实际中还存在除相移误差的其它误差因素影响,因此不能完全抑制误差。另外比较图 7 看出,本文算法的误差幅度和由除相移误差的其它误差因素引起的相位误差幅度比较接近,说明本文算法已基本抑制了相移误差,但对由其它因素引起的误差则无法抑制。

讨论 本文提出的解决随机移相误差的新算法,要

求各像素的相移量相等,每幅干涉图至少要采集两个像素点,才能满足本算法求解线性方程组的需要。另外此算法以满周期等步距五步相移为例进行了公式推导,但实际上在推导(9)式和(10)式的过程中,各步相移量可以取任意值,不要求各步的相移是等步距,后面的计算方式相同,只不过各步名义上的相移量不再相等,数据不同而已。同样可求出各步的相移误差量,并不特别限定于满周期等步距五步相移,对所求结果并无影响。但要求至少要相移四次,得到五幅条纹图。在相移误差量方面,最大不能超过 0.3π ,否则迭代可能无法收敛。在一般相移计量技术中,随机相移误差较小,因此本文的算法具有普遍意义。

在采用相移方法的结构照明型和干涉型计量中,随机相移误差是导致测量误差的重要因素,本文提出一种新的随机相移误差的校正算法,在保证精度的情况下,能大大减少迭代次数和计算量。文中推导了新算法的计算公式,给出了计算机模拟实验和相位测量实验的结果。实验证实了新的算法的有效性,与 In-Bok Kong 的算法相比较,新的算法能大大减少迭代次数和计算量。本文虽然是针对相位测量轮廓术提出的,但算法也同样适用于相移干涉计量术。

参 考 文 献

- 1 Srinivasan V, Lui H C, Halioua M. Automatic phase-measuring profilometry of 3-D diffuse object. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18):3105~3108
- 2 Su Xianyu, Zhou Wensen, von Bally G *et al.*. Automated phase-measuring profilometry using defocused projection of a Ronchi grating. *Opt. Commun.*, 1992, **94**(6):561~573
- 3 Su Xianyu, von Bally G, Vukicevic D. Phase-stepping grating profilometry: utilization of intensity modulation analysis in complex objects evaluation. *Opt. Commun.*, 1993, **98**(1~3):141
- 4 Hao Yudong, Zao Yang, Li Daceng. Nonlinear excess fraction method and its applications to profilometry. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(11):1518~1522
- 5 Li Wansong, Su Likun, Su XianYu. Phase-measuring profilometry in big scale measurement. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(6):792~796
- 6 Li Wansong, Su Xianyu, Su Likun *et al.*. Phase-measuring profilometry in non-constant environmental light. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(5):617~623
- 7 In-Bok Kong, Kim Seung-Woo. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least - squares fitting. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(1):183~187
- 8 In-Bok Kong, Kim Seung-Woo. Portable inspection of precision surfaces by phase-shifting interferometry with automatic suppression of phase-shift errors. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(5):1400~1404