

文章编号: 0253-2239(2004)04-572-5

高能 X 射线聚焦组合透镜的理论研究*

乐孜纯¹ 梁静秋²

(¹ 浙江工业大学信息工程学院, 杭州 310014
² 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130022)

摘要: X 射线聚焦组合透镜是一种利用折射效应对 X 射线辐射聚焦的新型元件。针对 X 射线波段的特性, 综合考虑折射和吸收效应得出组合透镜的衍射屏函数, 并利用衍射理论推导出 X 射线组合透镜的设计理论。利用统计学理论中一阶、二阶原点矩表征像面处的光学性能, 使设计更简洁。该方法可方便地推广到双凹折射单元情况。通过数值计算分析了像面处强度分布的二阶中心矩以及焦点处辐射强度随组合透镜结构参量的变化关系, 给出了一种铝基 X 射线组合透镜的结构参量设计结果。对于设计的组合透镜结构参量, 计算了当 X 射线辐射能量分别为 0.93 keV, 9.89 keV 和 29.78 keV 时, X 射线辐射经过组合透镜后的焦点强度分布。

关键词: X 射线光学; X 射线聚焦组合透镜; 衍射屏函数; 二阶中心矩; 组合透镜结构参量; 焦点光强分布
中图分类号: O435.1 文献标识码: A

Theory of the Compound X-Ray Lenses for Focusing High Energy X-Ray Radiation

Le Zichun¹ Liang Jingqiu²

(¹ College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014
² Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)

(Received 11 October 2002; revised 16 April 2003)

Abstract: The X-ray compound lens is a novel optical device that focuses X-ray radiation by refraction effect. The theoretical and numerical study of such a device is reported, including the derivations of the diffractive screen function of the compound lens and the equations of the intensity distribution in the focus plane by considering both refraction and absorption effect and diffraction theory. The first-order and the second-order origin moments are used to describe the optical performances of the device at the image plane. This theoretical method can be easily generalized to the case of the compound X-ray lens with a double-concave shape. The structural parameters of an X-ray compound lens with Al material are designed. The second-order central moment of the intensity distribution at the image plane and dependence of the radiation intensity at the focus on the structural parameters of the compound lens are analyzed by using numerical calculation. At the focal plane after X-ray radiation passes the compound lens is calculated as X-ray radiation energy is 0.93 keV, 9.89 keV and 29.78 keV, respectively.

Key words: X-ray optics; X-ray compound lens; diffractive screen function; first and second centre moments; structure parameters of compound lens; intensity distribution

1 引 言

由于在 X 射线波段所有材料的折射太弱(折射率都小于并十分接近于 1)而吸收很强,使得在该波段制作透镜很不实际。因此人们相继研制了透射式

* 国家自然科学基金(10174079)资助课题。

E-mail: jlup_le@yahoo.com

收稿日期: 2002-10-11; 收到修改稿日期: 2003-04-16

菲涅耳(Fresnel)波带片^[1]、布拉格-菲涅耳(Bragg-Fresnel)反射式衍射元件^[2]、曲面多层膜反射镜^[3]、X 光导管^[4]等 X 射线光学元件来聚焦 X 射线辐射。然而这些元件都难于用在高能(>5 keV)X 射线波段。近年来 X 射线光源研究的长足进展,特别是高亮度、高辐射流通量的第三代同步辐射光源的建立,对高能 X 射线聚焦元件的需求越来越迫切。因此进入 20 世纪 90 年代,对 X 射线透镜的研究又活跃起来^[5~7],并由 Snigirev 在 1996 年首先研制成功了 X 射线组合透镜,对 14 keV 的 X 射线辐射聚焦获得了 $8 \mu\text{m}$ 焦斑^[8]。X 射线组合透镜是用于高能 X 射线波段的最佳元件,此外它还有许多优点,如不需要折转光路、高温稳定性好且易冷却、结构简单紧凑、对透镜表面粗糙度要求低等等。因此该元件在同步辐射及与之相关的基础物理研究以及 X 射线诊断技术等领域有广泛的应用前景。它可对同步辐射束预聚焦、可作为 X 射线高能成像元件对发光物体成像、用该元件制作的 X 射线微探针可用于衍射及荧光分析,在材料科学、半导体工业等领域应用。对于自由电子激光器,特别是极紫外及 X 射线自由电子激光器,它也是可供选择的聚焦元件。目前国外对此类透镜的研究已渐趋活跃^[9~12]。本文着重介绍我们在高能 X 射线组合透镜设计理论研究方面的结果。首先针对 X 射线波段的材料特性,综合考虑折射和吸收效应得出衍射屏函数并利用衍射理论推导出 X 射线组合透镜焦平面的光学强度分布。然后利用统计学理论中一阶、二阶原点矩表征像面处的光学性能,使得 X 射线组合透镜的结构参量设计过程更简洁。最终给出金属 Al 材料 X 射线组合透镜的结构参量设计结果及其光学性能计算结果。

2 X 射线组合透镜的设计理论

在 X 射线波段,材料的复折射系数(光学常数)可被表述为 $\tilde{n}=1-\delta-i\beta$,其中 $(1-\delta)$ 代表折射, δ 一般介于 10^{-5} 至 10^{-7} 之间,因此折射很弱。 β 代表吸收,与所选材料的原子序数和密度有关,在 X 射线波段,吸收不能忽略。X 射线聚焦组合透镜将数十个至数百个同样的单个凹透镜单元组合在一起,将组合透镜的焦距降低十至数百倍,从而可使焦距降至实际应用范围。但同时组合透镜对 X 射线辐射的吸收大大增加,并使得组合透镜各结构参量对聚焦性能的影响也更加复杂。本文将由平凹折射单元组成的 X 射线组合透镜为例得出 X 射线组合

透镜的设计理论,该设计理论可方便地推广至由双凹折射单元组成的 X 射线组合透镜。

图 1 所示为 X 射线聚焦组合透镜的平凹折射单元。其中 R 为凹面的半径, t 和 d 分别为折射单元边缘和中心厚度, $D(r)$ 为折射单元有效口径内任意点处材料的厚度,称厚度函数^[13]。一般来说,组合透镜的厚度尺寸远小于其焦距,因此可将折射单元(及组合透镜)看作一个衍射屏。

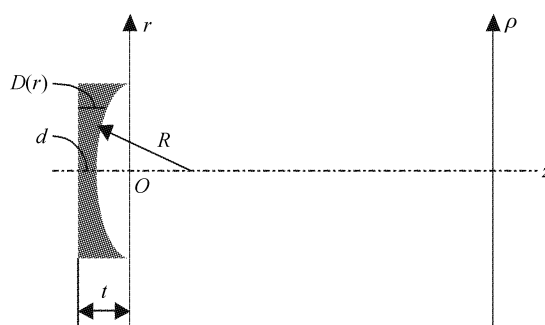


Fig. 1 Focusing scheme of a single X-ray lens

当只考虑折射效应,即不考虑反射和吸收影响时,一束单色 X 射线辐射通过 r 处产生的相位变化^[13]为

$$\begin{cases} \phi(r) = k(1-\delta)D(r) + k[t - D(r)], \\ D(r) = d + R - \sqrt{R^2 - r^2} \approx d + \frac{r^2}{2R}, \end{cases} \quad (1)$$

折射单元的作用等效于一个透射系数为 $\tau(r)$ 的相位物体,

$$\tau(r) = \exp[i\phi(r)] = \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(t - \delta d)\right] \exp\left(-i\frac{\pi\delta r^2}{\lambda R}\right), \quad (2)$$

当考虑 X 射线吸收效应对通过该折射单元的 X 射线辐射的影响时,X 射线辐射衰减 $A(r)$ 可表示为^[14]

$$A(r) = \exp\left[-\frac{4\pi\beta D(r)}{\lambda}\right] = \exp\left(-\frac{4\pi\beta d}{\lambda}\right) \exp\left(-\frac{2\pi\beta r^2}{\lambda R}\right), \quad (3)$$

综合考虑折射效应和吸收效应的作用,衍射屏函数 $H(r)$ 可被定义为

$$H(r) = A(r) \cdot \tau(r) = C \exp\left(-\frac{2\pi\beta r^2}{\lambda R}\right) \exp\left(-i\frac{\pi\delta r^2}{\lambda R}\right), \quad (4)$$

其中 $C = \exp\left(-\frac{4\pi\beta d}{\lambda}\right) \exp\left[i\frac{2\pi}{\lambda}(t - \delta d)\right]$ 。

利用衍射理论中的基尔霍夫积分公式,在非涅耳近似条件下,当一束平面单色辐射射向折射单元时,像面 ρ 点的复振幅可被表示为^[15]

$$U(\rho) = \iint_H H(r) \exp \left\{ ik \left[(p_0 - p_1)x + (q_0 - q_1)y + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r'_0} + \frac{1}{r'} \right) (x^2 + y^2) \right] \right\} dx dy, \quad (5)$$

其中 (x, y) 和 (x_1, y_1) 分别代表点 r 和 ρ 点, r'_0 和 r' 分别为 r 点和 ρ 点到原点 O 的距离, 由于入射波为平面波, 因此 $p_0 = q_0 = 0, p_1 \approx x_1/z, q_1 \approx y_1/z$, (5) 式简化为

$$U(\rho) = \iint_H H(r) \exp \left(ik \frac{r^2}{2z} \right) \exp[-ik(p_1 x + q_1 y)] dx dy, \quad (6)$$

将(6)式转换为极坐标表示, 并利用式(4)和贝塞尔函数的性质^[16],

$$J_n(\chi) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\chi \cos \alpha) \exp(in\alpha) d\alpha, \quad \frac{d}{d\chi} [\chi^{n+1} J_{n+1}(\chi)] = \chi^{n+1} J_n(\chi), \quad (7)$$

(5)式转化为

$$U(\rho) = \int_0^\infty C \exp \left(-\frac{2\pi\beta r^2}{\lambda R} \right) \exp \left[i \frac{\pi r^2}{\lambda} \left(\frac{1}{z} - \frac{\delta}{R} \right) \right] J_0 \left(\frac{2\pi}{\lambda z} r \rho \right) r dr. \quad (8)$$

其中 J_0 表示零阶贝塞尔函数。利用定义式^[16],

$$J_0(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{z^{2k}}{2^{2k} (k!)^2},$$

定积分公式^[16] $\int_0^\infty x^n \exp(-\alpha x) dx = \frac{n!}{\alpha^{n+1}}$, (n 为正整数, $\alpha > 0$) 和平凹折射单元的焦距公式 $F = R/\delta$, 得到焦平面 ρ 点的强度表达式:

$$I(\rho) = \exp \left(-\frac{8\pi\beta l}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda R}{4\pi\beta} \right)^2 \exp \left(-\frac{\pi l}{\lambda R} \frac{\delta^2}{\beta} \rho^2 \right), \quad (9)$$

(9)式描述了 X 射线辐射通过一个折射单元后在像面的强度分布。对于一个如图 2 所示的由平凹折射单元组成的聚焦 X 射线组合透镜, 假设该组合透镜由 l 个平凹折射单元组成, 则组合透镜的厚度尺寸为 lt 。当 lt 远小于组合透镜的焦距 $F_l = R/l\delta$, 其衍射屏函数可表示为 $H_l(r) = [A(r)\tau(r)]^l$ 。经过类似的数学推导过程, 得到 X 射线组合透镜焦平面的强度分布:

$$I_l(\rho) = \exp \left(-\frac{8\pi\beta l d}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda R}{4\pi\beta} \right)^2 \exp \left(-\frac{\pi l}{\lambda R} \frac{\delta^2}{\beta} \rho^2 \right), \quad (10)$$

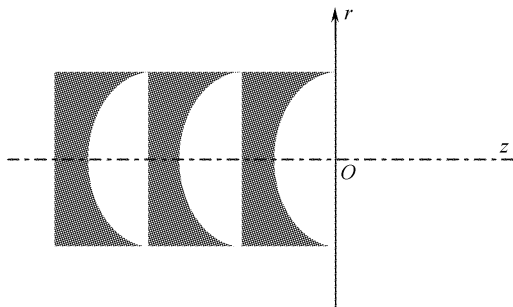


Fig. 2 Scheme of a compound X-ray lens

根据(10)式我们可先对 X 射线组合透镜的聚焦性能作一些定性分析。(10)式表明 X 射线组合透镜焦平面的光强分布是变量 ρ 的类正态分布。当(10)式右侧第三项中因子 $\left(\frac{\lambda R \beta}{\pi l \delta^2} \right)$ 的值越小时, 聚焦性能越好, 亦即所选择的组合透镜材料的 δ/β 比值越大越好, 凹面半径 R 值越小越好, 折射单元个数 l 越多越好。另一方面, 当 R 小, l 大时, (10)式右侧第二项因子 $\left(\frac{\lambda R}{4\pi\beta l} \right)^2$ 小, 表明 X 射线辐射通过组合透镜的能量损耗大。同时 R 小意味着聚焦组合透镜的数值口径小。这对组合透镜的总体光学性能是不利的。由此可见, 若要获得好的总体光学性能, 必须综合考虑和选取各个参量的值。

为了使 X 射线组合透镜设计更简洁, 我们利用统计学理论^[16]来表征和评价 X 射线组合透镜的聚焦性能。首先计算光强分布函数 $I_l(\rho)$ 的第一阶原点矩 $E\zeta$ 和第二阶原点矩 $E\zeta^2$ 。其中第一阶原点矩 $E\zeta = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho I_l(\rho) d\rho$, 表征了在焦平面处光强的分布是以 $\rho=0$ 点为中心的, 且在 $\rho=0$ 点处的光强最大。第二阶原点矩 $E\zeta^2$ 为

$$E\zeta^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho^2 I_l(\rho) d\rho = \left[\frac{(\lambda R \beta)^{3/2}}{2\pi \delta^3 l^{3/2}} \right] \left(\frac{\lambda R}{4\pi\beta} \right)^2 \exp \left(-\frac{8\pi\beta l d}{\lambda} \right), \quad (11)$$

根据统计学理论^[16], 若 $E(\zeta - E\zeta)^2$ 存在, 则称 $D\zeta = E(\zeta - E\zeta)^2$ 为随机变量 ρ 的二阶中心矩, 表征了随机变量 ρ 对它的数学期望 $E\zeta = 0$ 的分散程度, 有:

$$D\zeta = \left[\frac{(\lambda R \beta)^{3/2}}{2\pi\delta^3 l^{3/2}} \right] \left(\frac{\lambda R}{4\pi\beta} \right)^2 \exp\left(-\frac{8\pi\beta d}{\lambda}\right), \quad (12)$$

$D\zeta$ 表征 X 射线组合透镜在焦平面处光强分布对焦点的分散程度,即表征组合透镜聚焦性能的优劣。 $D\zeta$ 值越小表明组合透镜的聚焦性能越好。

3 铝基 X 射线聚焦组合透镜结构参量设计及其聚焦性能的数值计算

当 X 射线辐射能量高于 5 keV 时,比较材料光学常数的折射系数和吸收系数显示低原子序数材料

比较适合于制作 X 射线组合透镜^[8]。在此选择制作 X 射线组合透镜较常用的金属铝(Al)材料。图 3 给出了焦平面光强分布的二阶中心矩随组合透镜结构参量的变化曲线。相应的 X 射线辐射能量范围为 930 eV~30 keV。图 3(a)为当其他结构参量固定,只有折射单元个数 l 变化时,焦平面光强分布的二阶中心矩 $D\zeta$ 随 X 射线辐射能量的变化曲线。与之相似图 3(b),图 3(c)分别表示当折射单元凹面半径 R 及中心厚度 d 变化时,焦平面光强分布的二阶中心矩 $D\zeta$ 随 X 射线辐射能量的变化曲线。

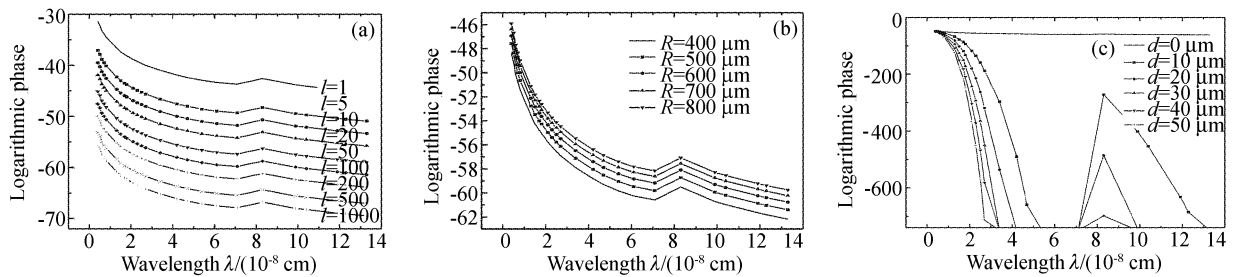


Fig. 3 Second moment of the intensity distribution in the focus plane varies with the structure parameters of the compound X-ray lens. (a) with the numbers (l) of the single X-ray lens, (b) with the radius (R) of the spherical segment; (c) with the center thickness (d) of the single X-ray lens

图 3 表征了 X 射线组合透镜焦平面处的光强的分散程度。当折射单元的个数 l 增加,折射单元凹面半径 R 减小及折射单元中心厚度 d 增加时,聚焦性能有所改善。但当折射单元个数 l 及其中心厚度 d 增加时,X 射线辐射能量大幅衰减。在我们的研究中,将采用由 X 射线深度光刻,微电铸和微塑铸三个工艺组成的三维制造技术(LIGA)来制作铝基 X 射线组合透镜,因此若折射单元中心厚度 d 值设计为零,技术上应该可以实现。另外 R 值不宜太小,因其直接关系到透镜数值口径的大小。综合考虑以上各种因素,铝基 X 射线组合透镜的结构参量选取如下: $l=100$; $R=600 \mu\text{m}$; $d=0$ 。

根据我们确定的铝基 X 射线组合透镜的结构参量,计算了当 X 射线辐射能量分别为 0.93 keV、9.89 keV 和 29.78 keV 时,X 射线组合透镜焦平面光强分布,分别示于图 4、图 5 和图 6(a)给出当 X 射线辐射能量为 29.78 keV 时,焦面光强分布的密度图。

比较图 4 与图 5、图 6(a)的纵坐标可以看出,当 X 射线辐射能量为 0.93 keV 时,焦点的 X 射线光强非常低,因此并不实用。而当 X 射线辐射能量在 10~30 keV 范围时,铝基 X 射线聚焦组合透镜不仅聚焦性能好,而且焦点 X 射线光强也较强。由此我

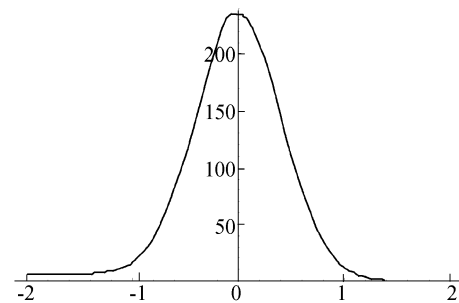


Fig. 4 Intensity distribution of the focus. 0.93 keV, $l=100$, $R=600 \mu\text{m}$, $d=0$

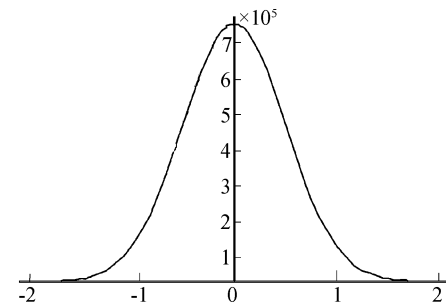


Fig. 5 Intensity distribution of the focus. 9.89 keV, $l=100$, $R=600 \mu\text{m}$, $d=0$

们认为该铝基 X 射线聚焦组合透镜适用于 X 射线辐射能量大于 10 keV 的高能 X 射线波段。

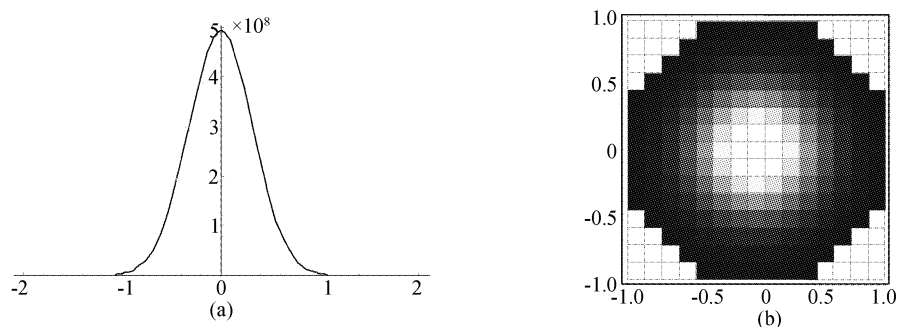


Fig. 6 (a) The intensity distribution of the focus; (b) The density plot of the intensity of the focus in the X-ray plane. 29.78 keV, $l=100$, $R=600 \mu\text{m}$, $d=0$

参 考 文 献

- 1 Baez A V. Fresnel zone plate for optical image formatting using extreme ultraviolet and soft X radiation. *J. Opt. Soc. Am.*, 1961, **51**(3):405~412
- 2 Le Zichun, Pan Shoufu. Application of quantum scattering theory to 2-D focusing multilayer reflection circular zone plate. *Opt. Commun.*, 1999, **159**(4~6):285~292
- 3 Chang W Z, Forster E. X-ray diffractive optics of curved crystals: focusing properties on a diffraction-limited basis. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(7):1647~1653
- 4 Yan Yiming, Ding Xunliang, Wang Dachun *et al.*. X-ray focusing optics and its applications in XRMF and XRL. *J. X-Ray Sci. Technol.*, 1997, **7**(1):1~11
- 5 Suehiro S, Miyaji H, Hayashi H. Refractive lens for X-ray focus. *Nature*, 1991, **352**(6334):385~386
- 6 Michette A G. No X-ray lens. *Nature*, 1991, **353**(6334):510
- 7 Yang B X. Fresnel and refractive lens for X-rays. *Nucl. Instrum. Methods A*, 1993, **328**(3):578~587
- 8 Snigirev A, Kohn V, Snigireva I *et al.*. A compound refractive lens for focusing high-energy X-ray. *Nature*, 1996, **384**(6604):49~51
- 9 Kohmura Y, Okada K, Takeuchi A *et al.*. High spatial resolution hard X-ray microscope using X-ray refractive lens and phase contrast imaging experiments. *Nucl. Instrum. Methods A*, 2001, **467~468**(Part2):881~883
- 10 Aristov V, Grigoriev M, Kuznetsov S *et al.*. X-ray refractive planar lens with minimized absorption. *Appl. Phys. Lett.*, 2000, **77**(24):4058~4060
- 11 Snigirev A, Kohn V, Snigireva I *et al.*. Focusing high-energy X-rays by compound refractive lenses. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(4):653~662
- 12 Protopopov V V, Valiev K A. Theory of an ideal compound X-ray lens. *Opt. Commun.*, 1998, **151**(4~6):297~312
- 13 Goodman J W. *Introduction to Fourier Optics*. 2nd edition, New York: McGraw-Hill, 1996. Chap. 5
- 14 Michette A G. *Optical Systems for Soft X-Rays*. New York: Plenum Press, 1986. Chap. 1
- 15 Born M, Wolf W. *Principles of Optics*. 7th edition, Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999, Chap. VIII
- 16 Shen Yonghua, Liang Zaizhong, Xu Luhua *et al.*. *Handbook of Mathematics* (实用数学手册). Beijing: Publishing House of Science, 1997 (in Chinese)