

文章编号: 0253-2239(2004)04-568-4

未知 EPR 态及其正交态的概率复制*

陈爱喜

(中国科学院武汉物理与数学研究所原子分子物理实验室, 武汉 430071)

摘要: 纠缠态在量子计算和量子信息中起着十分重要的作用。利用部分纠缠态作为资源提出了一种方案, 根据该方案, 能够以某些概率成功地复制出未知的 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)态和它的正交态, 使得通信双方都能够获得要传送的 EPR 态。方案的第一步是采用部分纠缠态作为量子信道去实现 EPR 态的隐形传态。根据量子不可克隆定理, 输入态在发送方受到破坏。方案的第二步通过引入一个辅助量子位, 发送者 Alice 在态的配制者 Victor 的帮助下, 将以联合概率成功地获得未知 EPR 态和它的正交态。从而实现了量子态的重建。

关键词: 量子纠缠; 量子隐形传态; 正交态; 复制

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

Probabilistic Copying and Orthogonal Complementing of an Unknown EPR State

Chen Aixi

(Laboratory of Magnetic Resonance and Atomic and Molecular Physics, Wuhan Institute
of Physics and Mathematics, The Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071)

(Received 20 February 2003; revised 7 July 2003)

Abstract: Entangled states play an important role in quantum computation and quantum information. A partially entangled state is applied to be a resource and it is proposed a scheme where one can successfully realize copying and orthogonal complementing of an unknown EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) pair in a certain probability so that two parties of communication can obtain the EPR state. The first stage of this scheme is to apply a quantum channel, that is a partially entangled channel of three-particle, to teleport an unknown EPR state. Based on the no-cloning theorem, the input state will be destructed at the place of sender in teleportation. In the second stage, through introducing an auxiliary qubit, Alice(a sender) can achieve a copy or an orthogonal-complement copy of the EPR pair with assistance of Victor(a state preparer) in a unite probability. Reestablishment of quantum state is realized in the scheme.

Key words: quantum entanglement; quantum teleportation; orthogonal state; copying

1 引 言

在量子信息领域里, 量子隐形传态和量子克隆一直是理论物理学家和实验物理学家们广泛研究的内容^[1~10]。量子隐形传态可以被看作是量子信息的传送和提取, 量子克隆可以被看作是量子信息的复制过程。量子隐形传态最早是由 Bennett 等几位物理学家所提出^[1], 在他们的方案中, 采用的是一个

最大纠缠态作为量子信道, 接收者 Bob 可以准确地获取发送者 Alice 传给他的量子位的信息。根据 Bennett 他们的方案, 概率性的量子隐形传态方案也得到了学者的研究^[4~6]。Wootters 和 Zurek 在 1982 年提出了一个十分有趣的问题: 是否能完美地复制一个未知量子位? 后来发现由于量子理论的线性性不允许我们这样做。尽管如此, 许多文献提出了各种克隆机模型^[7~10]。Pati^[8] 中提出一种方案, 第一步实现未知量子态的隐形传态, Bob 获取未知量子位的信息; 第二步 Alice 在第三者的帮助下, 也可以准确地获得未知量子态或它的正交态(反克

* 国家自然科学基金(90103026, 60078023)资助课题。

E-mail: aixich@wipm.ac.cn

收稿日期: 2003-02-20; 收到修改稿日期: 2003-07-07

隆现象)。本文中,我们研究未知的 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)态的概率性隐形传态情况。研究发现不但能以概率方式将未知的 EPR 态传送给 Bob,而且在 Victor(态的配制者^[8])的帮助下并通过引入一个辅助量子位,Alice 将以概率的方式复制出未知的 EPR 态或它的正交态。

2 EPR 态及其正交态的复制

假定 Alice 拥有的要她传送的未知 EPR 态(是由态的配置者 Victor 传给它的)可以表示为

$$|\psi\rangle_{12345} = |\psi\rangle_{12} \otimes |\phi\rangle_{345} = \alpha a |01000\rangle_{12345} + \alpha b |01111\rangle_{12345} + \beta a |10000\rangle_{12345} + \beta b |10111\rangle_{12345}, \quad (1)$$

要成功地实现隐形传态,根据非破坏测量原理,首先 Alice 要对粒子 1,2 和 3 执行一个联合测量。我们考虑最为普遍的情况,假定 Alice 将以下列基矢对这 5 粒子态做投影测量

$$\begin{aligned} |\psi^+\rangle_{123} &= a' |000\rangle_{123} + b' |111\rangle_{123} & |\psi^-\rangle_{123} &= b' |000\rangle_{123} - a' |111\rangle_{123} \\ |\phi^+\rangle_{123} &= a' |001\rangle_{123} + b' |110\rangle_{123} & |\phi^-\rangle_{123} &= b' |001\rangle_{123} - a' |110\rangle_{123} \\ |\psi^+\rangle_{123} &= a' |100\rangle_{123} + b' |011\rangle_{123} & |\psi^-\rangle_{123} &= b' |100\rangle_{123} - a' |011\rangle_{123} \\ |\psi^+\rangle_{123} &= a' |010\rangle_{123} + b' |101\rangle_{123} & |\psi^-\rangle_{123} &= b' |010\rangle_{123} - a' |101\rangle_{123} \end{aligned} \quad (2)$$

这里 a', b' 为实数, $|a'|^2 + |b'|^2 = 1, |a'| > |b'|$ 。若 Alice 的测量结果为 $|u^+\rangle_{123}$,则相当于对 $|\psi\rangle_{12345}$ 进行投影操作 $|u^+\rangle_{123} \langle u^+|$,由(1)式可得

$$|u^+\rangle_{123} \langle u^+| \psi\rangle_{12345} = |u^+\rangle_{123} [\beta a a' |00\rangle_{45} + a b b' |11\rangle_{45}], \quad (3)$$

然后 Alice 通过经典信道把她的测量结果通知给 Bob,根据 Alice 的消息,Bob 的任务就是将在粒子 4 和 5 上恢复出未知的 EPR 态。我们引入一个辅助量子位,其初始态为 $|0\rangle_{\text{aux}}$,在基矢 $\{|00\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}}, |11\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}}, |01\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}}, |01\rangle_{45} |1\rangle_{\text{aux}}, |10\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}}, |10\rangle_{45} |1\rangle_{\text{aux}}, |00\rangle_{45} |1\rangle_{\text{aux}}, |11\rangle_{45} |1\rangle_{\text{aux}}\}$ 中,Bob 对态 $|\psi\rangle_{45,\text{aux}} = \beta a a' |00\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}} + a b b' |11\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}}$ 执行这样一个联合幺正变换 U

$$U = \begin{bmatrix} \frac{bb'}{aa'} & 0 & \sqrt{1 - \left(\frac{bb'}{aa'}\right)^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{1 - \left(\frac{bb'}{aa'}\right)^2} & 0 & -\frac{bb'}{aa'} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{bb'}{aa'} & 0 & \sqrt{1 - \left(\frac{bb'}{aa'}\right)^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{1 - \left(\frac{bb'}{aa'}\right)^2} & 0 & -\frac{bb'}{aa'} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

得

$$\begin{aligned} U |\psi\rangle_{45,\text{aux}} &= bb' (\beta |00\rangle_{45} + \alpha |11\rangle_{45}) |0\rangle_{\text{aux}} + \beta \sqrt{a^2 a'^2 - b^2 b'^2} |01\rangle_{45} |1\rangle_{\text{aux}} = \\ & bb' (\sigma_{x4} \otimes I_5) |\psi\rangle_{45} |0\rangle_{\text{aux}} + \beta \sqrt{a^2 a'^2 - b^2 b'^2} |01\rangle_{45} |1\rangle_{\text{aux}}. \end{aligned} \quad (5)$$

这里 σ_{rj} 为泡利操作, $r = x, y, z, I_j$ 为单位算子, j 表示对第 j 个粒子执行操作。根据(5)式 Bob 要想得到

输入态的信息,还需借助对辅量子位的测量,若对辅助的量子位的测量为 $|1\rangle_{\text{aux}}$,则隐形传态失败。若测量结果为 $|0\rangle_{\text{aux}}$,那么 Bob 只需要对粒子 4 和 5 做相应的旋转操作就可以获得未知的 EPR 态的信息,隐形传态获得成功,其概率为 $|bb'|^2$ 。

隐形传态虽然实现,但 Alice 却失去原输入态,我们的工作就是通过适当的变换,使得发送者也能获得未知 EPR 态的拷贝,也可以得到它的正交态的信息。此时 Alice 需要 Victor 的帮助,Victor 作为

态的配置者,他知道待传送的 EPR 态,即他知道系数 α, β 。首先, Alice 把粒子 1 送给 Victor,并仍然持有粒子 2 和 3, Victor 在新基 $\{|x\rangle_1, |y\rangle_1\}$

$$\begin{cases} |x\rangle_1 = \alpha|0\rangle_1 + \beta|1\rangle_1, \\ |y\rangle_1 = \alpha|1\rangle_1 - \beta^*|0\rangle_1, \end{cases} \quad (6)$$

对粒子 1 进行投影测量,然后把测量结果通知 Alice。若 Victor 的测量结果为 $|y\rangle_1$,为了使方程简单,我们从 Alice 执行测量后考虑,(3)式变为

$$|y\rangle_1 \langle y| u^+ \rangle_{123} \langle u^+ | \psi \rangle_{12345} = |y\rangle_1 (\alpha a' |00\rangle_{23} - \beta' |11\rangle_{23}) [\beta a' |00\rangle_{45} + \alpha b b' |11\rangle_{45}], \quad (7)$$

根据 Victor 发送给她的消息, Alice 的工作就是要在粒子 2 和 3 上恢复出未知 EPR 态。再次引入一个辅助量子位,其初态处在 $|0\rangle_{\text{aux}}$,按照上面提到的方法, Alice 需要对粒子 2, 3 和辅助量子位执行一个联合么正变换 $U_{23, \text{aux}}, U_{23, \text{aux}}$ 的形式只需要把 U 的表达式中的 $bb'/(aa')$ 换成 b'/a' ,根据(7)式

$$U_{23, \text{aux}} (\alpha a' |00\rangle_{23} |0\rangle_{\text{aux}} - \beta' |11\rangle_{23} |0\rangle_{\text{aux}}) = b' (\alpha |00\rangle_{23} - \beta |11\rangle_{23}) |0\rangle_{\text{aux}} + \alpha \sqrt{a'^2 - b'^2} |01\rangle_{23} |1\rangle_{\text{aux}} = b' (I_2 \otimes i\sigma_{y3}) |\psi\rangle_{23} |0\rangle_{\text{aux}} + \alpha \sqrt{a'^2 - b'^2} |01\rangle_{23} |1\rangle_{\text{aux}}, \quad (8)$$

Alice 需要借助对辅助量子位的测量,若对辅助量子位的测量结果为 $|1\rangle_{\text{aux}}$,那么 Alice 无法获得未知 EPR 态的消息。若对辅助量子位的测量结果为 $|0\rangle_{\text{aux}}$,那么 Alice 只需要对粒子 2 和 3 执行 $I_2 \otimes (-i\sigma_{y3})$ 这样一个旋转操作,就可以以联合概率 $|bb'|^2$ 复制出最初的 EPR 态。

如果 Victor 的测量结果为 $|x\rangle_1$, (3)式变成

$$|x\rangle_1 \langle x| u^+ \rangle_{123} \langle u^+ | \psi \rangle_{12345} = |x\rangle_1 (\beta^* a' |00\rangle_{23} - \alpha b' |11\rangle_{23}) [\beta a' |00\rangle_{45} + \alpha b b' |11\rangle_{45}], \quad (9)$$

接着他把测量结果通过经典信道通知给 Alice。根据接收到的经典信息,通过引入辅助量子位, Alice 对粒子 2, 3 和辅助位执行联合操作 $U_{23, \text{aux}}$,有(9)式

$$U_{23, \text{aux}} (\beta^* a' |00\rangle_{23} - \alpha b' |11\rangle_{23}) = b' (\beta^* |00\rangle_{23} - \alpha |11\rangle_{23}) |0\rangle_{\text{aux}} + \beta^* \sqrt{a'^2 - b'^2} |01\rangle_{23} |1\rangle_{\text{aux}} = b' (I_2 \otimes i\sigma_{y3}) |\psi_{\perp}\rangle_{23} |0\rangle_{\text{aux}} + \beta^* \sqrt{a'^2 - b'^2} |01\rangle_{23} |1\rangle_{\text{aux}}, \quad (10)$$

同样地,根据对辅助量子位的测量, Alice 将通过对粒子 2 和 3 实施适当的么正变换,就可以得到未知 EPR 态的正交态,其概率也是 $|bb'|^2$ 。有趣的是,通过(8)式和(10)式我们发现, Alice 复制出 EPR 态和它的正交态执行的操作相同,并以相同的概率实现。

根据我们的方案,如果 Alice 用(2)式中的其他基执行测量时,还可以得到 $|u^-\rangle_{123}$ 或 $|v^+\rangle_{123}$ 或 $|v^-\rangle_{123}$ 三种不同的结果,用类似于(4)式和(5)式的分析方法, Alice 可以成功地将输入态传送到 Bob 处。一旦 Alice 的测量结果确定,制备者 Victor 采用(6)式中的新基对粒子 1 执行单粒子测量,根据 Victor 的测量结果,用类似于(8)式和(9)式中方法,发送者能在她自己的位置处恢复出未知的 EPR 态或其正交态。

结论 我们提出了一种方案,根据该方案,我们能以

某些概率成功地复制出输入态和它的正交态。方案主要包括两个方面的内容。方案的第一步是实现未知 EPR 态的量子隐形传态,我们考虑最为一般的情况,即采用三粒子的非最大纠缠态作为量子信道,并且 Alice 对五粒子系统执行部分纠缠态投影测量。Bob 将以某种概率获得输入态的信息。方案的第二步,我们引入辅助量子位,发送者 Alice 在 Victor 的帮助下,可以以联合概率获得 EPR 态或它的正交态。

感谢与吴颖教授有益的讨论

参 考 文 献

- 1 Bennett C H, Brassard G, Crepeau C *et al.*. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70** (13):1895~1899
- 2 Ye Liu, Guo Guangcan. Teleportation of Schrodinger cat state via a nonmaximally entangled state of atoms and

- cavity field. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(4):407~409 (in Chinese)
- 3 Lin Xiu, Li Hongcai. Teleportation an unknown atomic state via a V-type atom interacting with a cavity field through Raman process. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(12):1451~1453 (in Chinese)
- 4 Liu Tangkun, Wang Jisuo *et al.*. Fidelity of quantum information in a pair atoms of entanglement stae interacting with coherent state. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(11):1449~1455 (in Chinese)
- 5 Shi B S, Jiang Y K, Guo G C. Probabilistic teleportation of two-particle entangled state. *Phys. Lett. (A)*, 2000, **268**(3):161~164
- 6 Li W L, Li C F, Guo G C. Probabilistic teleportation of two-particle entangled state. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **61**(3):034301-1~3
- 7 Fan H, Matsumoto K, Wadati M. Quantum cloning machines of a d -level system. *Phys. Rev. (A)*, 2001, **64**(6):064301-1~3
- 8 Pati A K. Assisted cloning and orthogonal complementing of an unknown state. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **61**(2):022308-1~4
- 9 Qiu D W. Combination of probabilistic and approximate quantum cloning and deleting. *Phys. Rev. (A)*, 2002, **65**(5):052329-1~5
- 10 Feng Y, Zhang S Y, Ying M S. Probabilistic cloning and deleting of quantum states. *Phys. Rev. (A)*, 2002, **65**(4):042324-1~4



(上接封四)

会议注册费:会务费 600 元/人,学生 400 元/人(住宿费另交),会将组织参观考察,费用自理。

会议秘书组:唐淳、王卫民、汤焱:0816-2492722;陈述、胡剑:0816-2484586

传真:0816-2492418,0816-2484586;E-mail:iae-x@caep.ac.cn;地址:四川省绵阳市 919 信箱 1013 分箱(唐淳或王卫民收);邮编:621900

注:“2004 年全国全固态激光技术与应用会议”报名回执表可从网上下载,详细网址:<http://www.caep.ac.cn/DPL2004>