文章编号：0253-2239(2004)04-452-4

# 类明孤子在光纤中传输特性的变分研究*

谢应茂
（赣南师范学院物理与电子信息科学系 赣南师范学院应用物理研究所，赣州 341000）

**摘要：** 应用变分法，研究了微扰对类明孤子在光纤中非线性传输特性的影响，导出了类明孤子脉冲参量演化的动力学方程。它统一了在单模光纤、色散缓变光纤或色散控制光纤中类明孤子脉冲参量演化的动力学方程。在此基础上，计算了色散缓变光纤中的线性高阶色散微扰。结果表明：线性高阶色散对类明孤子脉冲的位置和相位有影响，而对振幅、宽度和啁啾没有影响；光纤色散缓变对类明孤子脉冲的所有参量均有影响。

**关键词：** 光纤光学；类明孤子；微扰；高阶色散；变分法
中图分类号：TN929.11 文献标识码：A

# A Variational Study on the Propagation Properties of Optical Bright-Soliton-Like Pulses in Optical Fibers

Xie Yingmao
(*Department of Physics and Electronic Information Science*, *Institute of Applied Physics*, *Gannan Teachers College*, *Ganzhou* 341000)

(Received 20 January 2003; revised 14 April 2003)

**Abstract:** The influence of perturbation on the propagation properties of optical bright-soliton-like pulses is investigated in optical fibers by means of variational method, and the evolution equations for the parameters of the optical bright-soliton-like pulse is derived. These equations are the unity of the evolution equations for the parameters of the optical bright-soliton-like pulse among monomode optical fibers, the fiber with slowly decreasing dispersion or dispersion-managed optical fibers. By these equations, the perturbation of linear high-order dispersion in the fiber is calculated. The results show that linear high-order dispersion affects the position and the phase, doesn't affects the amplitude ,the width and the chirp of the bright-soliton-like pulse. The slowly decreasing dispersion affects all of the parameters of the optical bright-soliton-like pulse.

**Key words:** fiber optics; bright-soliton-like; perturbation; high-order dispersion; variational method

## 1 引 言

光纤孤子通信是下一代高速、长距离全光通信的理想方案，其研究已取得巨大进展。在光纤孤子通信系统中，孤子源一般采用增益开关分布反馈激光二极管或外腔锁模激光二极管。半导体激光二极管输出高斯型光脉冲，或通过外调制成 Sech 形脉冲，或在光纤中演化成渐近光孤子脉冲，因而这些激光二极管实际上是一种准光孤子源。人们通常把 Sech 形脉冲称为类明孤子脉冲[1]。

超强度超短光脉冲在光纤中的非线性传输由含修正项的非线性薛定谔方程

$$\mathrm{i}\,\frac{\partial \Psi}{\partial Z}+\frac{D(Z)}{2}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial T^2}+|\Psi|^2\Psi=\mathrm{i}\varepsilon R, \tag{1}$$

描述。微扰项 $\mathrm{i}\varepsilon R$ 为

$$\mathrm{i}\varepsilon R=-\mathrm{i}\Gamma\Psi+\mathrm{i}\beta_1\frac{\partial^3 \Psi}{\partial T^3}+\mathrm{i}\beta_2\frac{\partial}{\partial T}(|\Psi|^2\Psi)+\mathrm{i}\sigma_{\mathrm{R}}\Psi\frac{\partial}{\partial T}|\Psi|^2, \tag{2}$$

(2) 式右边各项分别代表光纤损耗、线性高阶色散、非线性色散、自感应拉曼效应的影响，其中 $\Psi(Z,T)$ 为归一化的传输脉冲复包络函数，$Z$ 和 $T$ 分别为归一

* 江西省自然科学基金(0112005)资助课题。
E-mail：xieyingmao@sohu.com
收稿日期：2003-01-20；收到修改稿日期：2003-04-14

化的传输距离和时间[2]。

现在考虑一具有初始啁啾的类明孤子脉冲：

$$\Psi(0,T)=A(0)\mathrm{sech}\left[\frac{T-\xi(0)}{a(0)}\right]\times\exp[\mathrm{i}\omega(0)T+\mathrm{i}b(0)T^2].$$

这时无法严格地求出方程(1)的解析解。为了解释类明孤子脉冲在传输过程中的位置漂移和频率漂移问题，拟设方程(1)的尝试解为[3]

$$\Psi(Z,T)=A(Z)\mathrm{sech}\left[\frac{T-\xi(Z)}{a(Z)}\right]\times\exp\{\mathrm{i}\omega(Z)[T-\xi(Z)]+\mathrm{i}b(Z)T^2+\mathrm{i}\phi(Z)\}.\tag{3}$$

本文选取(3)式形式的尝试解，应用变分法[4]研究微扰对类明孤子脉冲在光纤中非线性传输特性的影响，导出类明孤子脉冲参量演化的动力学方程。在此基础上，计算了色散缓变光纤中的线性高阶色散微扰。

## 2　方程(1)的变分描述

为描述变分法，将方程(1)所描述的物理系统写为如下变分形式：

$$\frac{\delta L_0(\Psi,\Psi^*)}{\delta\Psi^*}=\mathrm{i}\varepsilon R,\tag{4}$$

式中 $L_0$ 为描述未扰动系统的拉格朗日密度函数，它由下式给出：

$$L_0=\frac{\mathrm{i}}{2}\left(\Psi\frac{\partial\Psi^*}{\partial Z}-\Psi^*\frac{\partial\Psi}{\partial Z}\right)+\frac{D}{2}\left|\frac{\partial\Psi}{\partial T}\right|^2-\frac{1}{2}|\Psi|^4.\tag{5}$$

拟设方程(4)具有(3)式形式的解。由于方程(4)中存在小参量 $\varepsilon$，因而可忽略方程右边对解(3)式的依赖关系，此时与方程(4)相对应的总拉格朗日密度函数为

$$L(\Psi,\Psi^*)=L_0(\Psi,\Psi^*)+(\mathrm{i}\varepsilon R\Psi^*+\mathrm{c.c}),\tag{6}$$

其中 c.c 是 $\mathrm{i}\varepsilon R\Psi^*$ 的复共轭函数。由此可得参量的变分方程：

$$\delta\langle L\rangle/\delta p_{\mathrm{i}}=0,\tag{7}$$

式中 $p_{\mathrm{i}}$ 表示类明孤子参量 $A$、$a$、$b$、$\xi$、$\omega$ 和 $\phi$。其中

$$\langle L\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}L(\Psi,\Psi^*)\mathrm{d}T$$

为平均总拉格朗日密度函数。若 $\Psi(Z,T)$ 仅依赖于 $Z$ 点的参量值，而不依赖于 $Z$ 的微分和积分，则方程式(7)可转化为下式：

$$\frac{\delta\langle L_0\rangle}{\delta p_{\mathrm{i}}}=-2\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{i}\varepsilon R\frac{\partial\Psi^*}{\partial p_{\mathrm{i}}}\mathrm{d}T,\tag{8}$$

其中 $\langle L_0\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}L_0(\Psi,\Psi^*)\mathrm{d}T$ 为

$$\langle L_0\rangle=2aA^2\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}Z}+2aA^2\left(-\omega\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}+\xi^2\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}\right)+Sa^3A^2\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}+\frac{DA^2}{3a}+Da(\omega+2b\xi)^2A^2+2Sa^3b^2A^2-\frac{2}{3}aA^4,\tag{9}$$

式中

$$S=\int_{-\infty}^{\infty}\chi^2\mathrm{sech}^2\chi\mathrm{d}\chi=\frac{\pi^2}{6},\quad\chi=\frac{T-\xi}{a}.$$

## 3　类明孤子脉冲参量演化的动力学方程

将(9)式和(3)式代入(8)式，可以导出类明孤子脉冲参量演化的动力学方程，其具体形式如下：

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Z}(aA^2)=\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon R\Psi^*\mathrm{d}T,\tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}(2aA^2\xi^2)}{\mathrm{d}Z}+\frac{\mathrm{d}(Sa^3A^2)}{\mathrm{d}Z}=4DaA^2\xi(\omega+2b\xi)+4SDa^3bA^2+2\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon R\Psi^*T^2\mathrm{d}T,\tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}=\frac{1}{3S}\left(\frac{D}{a^4}-\frac{A^2}{a^2}\right)-2Db^2-\frac{1}{Sa^3A^2}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{i}\varepsilon R\Psi^*(\chi\mathrm{th}\chi-1/2)\mathrm{d}T,\tag{12}$$

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}=D(\omega+2b\xi)+\frac{1}{A^2}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\varepsilon R\Psi^*\chi\mathrm{d}T,\tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}Z}=-2\xi\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}-2Db(\omega+2b\xi)-\frac{1}{a^2A^2}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{i}\varepsilon R\Psi^*\mathrm{th}\chi\mathrm{d}T,\tag{14}$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}Z}=\omega\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}-\left(\xi^2+\frac{1}{2}Sa^2\right)\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}-\left(\frac{D}{6a^2}-\frac{2A^2}{3}\right)-\frac{D}{2}(\omega+2b\xi)^2-SDa^2b^2-\frac{1}{2aA^2}\mathrm{Re}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{i}\varepsilon R\Psi^*\,\mathrm{d}T.\tag{15}$$

如将已知的微扰项(2)式代入方程组(10)～(15)，即可讨论类明孤子脉冲参量随传输距离绝热演化的规律。下面以色散缓变光纤中线性高阶色散微扰为例进行计算。

不妨设描述色散缓变光纤的参量 $D(Z)=\exp(-\lambda Z)$[5]，线性高阶色散微扰项为

$$\mathrm{i}\varepsilon R=\mathrm{i}\beta_1(\partial^3\Psi/\partial T^3),\tag{16}$$

此时对方程组(10)～(15)作计算化简可得

$$aA^2=E_0(\text{常量})\tag{17}$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}Z}=2Dab+12\beta_1ab(\omega+2b\xi),\tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}=\frac{1}{3S}\left(\frac{D}{a^4}-\frac{E_0}{a^3}\right)-2Db^2-\frac{\beta_1(\omega+2b\xi)}{Sa^2}\left[-\frac{1}{a^2}+(\omega+2b\xi)^2+18Sa^2b^2\right],\tag{19}$$

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}=D(\omega+2b\xi)+\beta_1\left[\frac{1}{a^2}+3(\omega+2b\xi)^2+6Sa^2b^2\right],\tag{20}$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}Z}=\omega\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}-\left(\xi^2+\frac{1}{2}Sa^2\right)\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}-\left(\frac{D}{6a^2}-\frac{2A^2}{3}\right)-\frac{D}{2}(\omega+2b\xi)^2-SDa^2b^2-\beta_1(\omega+2b\xi)\left[\frac{1}{a^2}+(\omega+2b\xi)^2+6Sa^2b^2\right],\tag{21}$$

$$\frac{\mathrm{d}(\omega+2b\xi)}{\mathrm{d}Z}=0\tag{22}$$

当 $\xi(0)=\omega(0)=0$ 时，有

$$\omega(Z)+2b(Z)\xi(Z)=0.\tag{23}$$

此时方程组(18)～(21)可化为

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}Z}=2Dab,\tag{24}$$

$$\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}=\frac{1}{3S}\left(\frac{D}{a^4}-\frac{E_0}{a^3}\right)-2Db^2,\tag{25}$$

$$\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}=\beta_1\left(\frac{1}{a^2}+6Sa^2b^2\right),\tag{26}$$

$$\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}Z}=\omega\frac{\mathrm{d}\xi}{\mathrm{d}Z}-\left(\xi^2+\frac{1}{2}Sa^2\right)\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}Z}-\left(\frac{D}{6a^2}-\frac{2E_0}{3a}\right)-SDa^2b^2.\tag{27}$$

结果表明，线性高阶色散对类明孤子脉冲的位置和相位有影响，而对振幅、宽度和啁啾没有影响；光纤色散缓变对类明孤子脉冲的所有参量均有影响。

## 4 讨论与说明

1) 当 $D(Z)$ 取特定的值或函数形式时，可对应于单模光纤、色散缓变光纤或色散控制光纤。因此方程组(10)～(15)统一描述了微扰对类明孤子脉冲在单模光纤、色散缓变光纤或色散控制光纤[6]中传输特性的影响。

2) 不考虑微扰(即 $\varepsilon=0$)，且当 $D(Z)=1$ 时，所讨论的问题化为文献[3]所讨论的问题，本文结果与文献[3]一致。

3) 既忽略微扰又不考虑位置漂移和频率漂移时，应舍去类明孤子脉冲参量的动力学方程(10)～(15)中的方程(14)和(15)，此时所讨论的问题化为文献[4,7]所讨论的问题，本文结果与文献[4,7]一致。

4) 不考虑啁啾现象时，应舍去类明孤子脉冲参量的动力学方程(10)～(15)中的方程(11)和(12)。此时若令 $D=1$，$a=1/2\nu$，$\omega=2\mu$，$A=2\nu$，则所讨论的问题化为文献[8,9]所讨论的微扰对标准明孤子脉冲在单模光纤中传输特性影响的问题，本文结果与文献[8,9]一致。这样就将标准明孤子脉冲参量演化统一到了类明孤子脉冲参量演化的动力学方程组(10)～(15)中。

### 参 考 文 献

1 Yang Xiangling, Wen Yangjing. *The Fundamental Theory of Optical Fiber Soliton Communications* (光纤孤子通信理论基础). Beijing: National Defence Industry Press, 2000. 104～127 (in Chinese)

2 Hasegawa A. *Optical Soliton in Fiber* (2nd Enlarged Edition). New York: Spring-Verlag, 1989. 13～30

3 Xie Yingmao. A variational study on propagation properties of soliton-like pulses in monomode optical fibers. *Laser Journal* (激光杂志), 2001, **22**(1): 31～32 (in Chinese)

4 Anderson D, Lisak M, Reichel T. Asymptotic propagation properties of pulses in a soliton-based optic-fiber communication system. *J. Opt. Soc. Am.* (*B*), 1988, **5**(2): 207～210

5 Xu Wencheng, Guo Qi, Liao Changjun *et al.*. Propagation properties of ultrashort pulses in the fibers with slowly decreasing dispersion. *Acta Optical Sinica* (光学学报), 1994, **14**(3): 287～291 (in Chinese)

6 Xu Ming, Yang Xiangling, Cai Ju *et al.*. Analysis of performance in dispersion managed soliton system schemes. *Acta Optical Sinica* (光学学报), 2003, **23**(1): 31～36 (in Chinese)

7 Malomed Boris A. Formation of a soliton in an inhomogeneous nonlinear wave. *Physica Scripta*, 1993, **47** (6): 797～799

8 Karpman V I. Soliton evolution in the presence of perturbation. *Physica Scripta*, 1979, **20**(3): 462～478

9 Bondeson A, Lisak M, Anderson D. Soliton perturbations: a variational principle for the parameters. *Physica Scripta*, 1979, **20**(3): 479～485