

不同模式耦合下偏振模色散几率分布的研究*

张向阳 王向朝

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 研究了偏振模色散的统计特性,在不同模式耦合条件下,应用蒙特-卡罗方法模拟偏振模色散矢量的几率分布,并对模拟结果进行了函数拟合。发现随着耦合次数增加差分群时延的几率分布从一个类似 δ 函数分布逐渐过渡到麦克斯韦分布;在一定的耦合下,几率分布可以呈现高斯分布。对偏振模矢量的两个方向余弦进行统计分析,发现随着耦合次数的增加,偏振模矢量的两个方向余弦函数的分布从高斯分布和 δ 函数分布都变为均匀分布。

关键词: 导波与光纤光学; 偏振模色散; 模式耦合; 蒙特-卡罗方法

中图分类号: TN929.1 文献标识码: A

Study on Polarization Mode Dispersion Probability Distribution for Different Mode Coupling

Zhang Xiangyang Wang Xiangzhao

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Science, Shanghai 201800)

(Received 14 January 2003; revised 28 April 2003)

Abstract: The probability distribution of the differential group delay for different mode coupling is simulated with Monte-Carlo method. By fitting the results of the simulation, probability distribution function for different mode coupling is obtained. It is found that the probability distribution function of the magnitude of the dispersion changes from a very sharp δ -like function to Maxwellian with increase of coupling times of the two polarization modes. At certain coupling times, the probability distribution function is Gaussian. By taking two direction cosines of the polarization mode dispersion (PMD) vector for statistics, it is found that with increasing of the coupling times, the probability distribution of the direction cosines of the PMD vector changes from a Gaussian and a δ -like distribution to a uniform distribution.

Key words: guided wave and fiber optics; polarization mode dispersion (PMD); mode coupling; Monte-Carlo method

1 引 言

随着高速光通信的发展,偏振模色散(Polarization mode dispersion, PMD)已经成为进一步提高通信速率的一个主要限制因素。偏振模色散可以使光脉冲展宽^[6]、解偏振,使系统的误码率增加,从而严重影响系统的性能。由于偏振模色散是由于光纤的局部偏离圆形、偏心、微弯曲、内部应力不均匀等因素引起,因此,它服从一定的统计规律。

在过去的几年中,人们对偏振模色散的统计特性进行了广泛的研究^[2~4,8]。

应用唯象理论, Poole 和 Wagner^[1] 提出了偏振主态(Principal states of polarization, PSP)的概念,即在频率的一阶近似条件下,对于任意长度的光纤,存在两个偏振态,在光纤出射端其偏振态不随频率变化,这两个偏振态叫偏振主态。偏振主态已成为一个研究偏振现象的非常有用的工具。在弱耦合条件下, Poole^[5,7] 推导出了偏振主态之间差分群时延(Differential group delay, DGD)的系综变化关系式;并在长距离条件下,得到偏振模色散强度的几率分布为麦克斯韦分布。在通信系统中,由于单频光源

* 973 计划(G1999033108)资助课题。

E-mail: xiangyang_zhang@siom.ac.cn

收稿日期:2003-01-14;收到修改稿日期:2003-04-28

和相干检测的应用,系统一个明显的变化就是光源的相干性很高。在这种情况下,光纤的传输特性对偏振模耦合的细致变化非常敏感,所以,系统掌握偏振模耦合对系统的影响显得非常必要。

本文直接从偏振模色散的动力学方程出发,利用蒙特-卡罗方法对在不同耦合情况下的光纤系统的偏振模色散矢量进行模拟,并对模拟结果进行函数拟合,给出了差分群时延的几率分布函数和它的变化趋势。同时,给出了偏振模色散矢量方向余弦函数分布的变化趋势。

2 基本理论

在斯托克斯空间中,可以很方便地用一个三维双折射矢量 $\mathbf{\Omega}(\omega, z)$ 来表示偏振模色散,矢量的模 $|\mathbf{\Omega}(\omega, z)|$ 给出了两偏振主态之间的差分群时延,它的方向与庞加莱(Poincaré)球上两主偏振态中慢偏振主态的方向相同。偏振模色散矢量沿光纤演化的动力学方程^[7]为

$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}(\omega, z)}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{W}(\omega, z)}{\partial \omega} + \mathbf{W}(\omega, z) \times \mathbf{\Omega}(\omega, z), \quad (1)$$

式中 $\mathbf{W}(\omega, z)$ 是光纤的局部双折射矢量。双折射矢量关于频率的微商 $\partial \mathbf{W} / \partial \omega$ 是光纤中 z 处的本征模式色散,它的单位是每单位长度的时间延迟。在(1)式中这一项是驱动项,它对应于偏振色散沿光纤的增加。值得注意的是 $\mathbf{W}(\omega, z)$ 是一个与 z 点光纤性质有关的一个微观量,而偏振模色散矢量 $\mathbf{\Omega}(\omega, z)$ 是一个与光纤所在的整个光路性质有关的宏观量。(1)式将微观和宏观联系起来,所以,直接从它出发用蒙特-卡罗方法模拟偏振模色散矢量的统计特性会更实际可靠。

为了对偏振模色散矢量的方向进行统计分析,我们引入两个方向余弦

$$\cos \beta = \Omega_3 / |\mathbf{\Omega}|, \quad (2)$$

$$\cos \theta = \Omega_1 / \sqrt{\Omega_1^2 + \Omega_2^2}, \quad (3)$$

其中 $\Omega_i (i = 1, 2, 3)$ 和 $|\mathbf{\Omega}|$ 分别为偏振模色散矢量的三个分量和模。

另外,耦合长度定义^[5]为 $1/h$, h 由下式给出

$$h = \int_{-\infty}^{+\infty} R(u) \exp(-i\Delta\beta u) du, \quad (4)$$

根据能量耦合理论,在弱耦合条件下,式中 $R(u) = \langle \kappa^*(z) \kappa(z-u) \rangle$, $\kappa(z)$ 是与微扰双折射相关的耦合常数, * 表示复共轭, $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$, β_1 和 β_2 分别为两个

偏振模的传播常量。耦合长度表征了能量在两个偏振模之间转移的系综平均(对于常用的通信光缆 $h = 50 \text{ m}$)。在忽略模式耦合时,差分群时延的系综平均值与传输距离成正比^[5];而在强耦合时,差分群时延的系综平均值与传输距离的平方根成正比。

3 数值模拟与函数拟合

我们用两种不同的蒙特-卡罗方法模拟偏振模色散矢量沿光纤的演化,即系综模拟和频谱模拟。在模拟中,我们采用阶梯涨落模型,即将双折射矢量表示为两部分之和,一部分 $\mathbf{W}(\omega)$ 与 z 无关,另一部分 $\mathbf{v}(z)$ 随 z 随机涨落。此时,双折射矢量可以表示为

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}_0(\omega) + \mathbf{v}(z), \quad (5)$$

为简便起见,我们假设光纤的双折射 $\mathbf{W}(\omega)$ 是线性双折射,即有 $\mathbf{W}_0 = (\Delta\beta, 0, 0)$, 它为光纤的双折射起到一个常量背景的作用;随 z 涨落部分 $\mathbf{v}(z) = [\nu_1(z), \nu_2(z), \nu_3(z)]$ 是一个均值为零、方差为 σ^2 的高斯白噪声,矢量 $\mathbf{v}(z)$ 的各个分量 $\nu_i(z) (i = 1, 2, 3)$ 具有相同的高斯分布,而且它们之间互不相关。通过比较光波场的耦合方程和偏振态的传播方程^[4]有 $\text{Re}[\kappa(z)] = \nu_2(z)/2$; $\text{Im}[\kappa(z)] = \nu_3(z)/2$ 。

模拟通过数值积分(1)式实现,在每一步积分中通过产生一个随机矢量 $\mathbf{v}(z)$ 来完成对实际光纤的模拟。在系综模拟中,我们模拟 5000~10000 根统计上相同的光纤。在光谱模拟中,通过每次重复给背景双折射 $\Delta\beta$ 一个很小的变化量 $\delta\Delta\beta$ 实现对不同频率光波差分群时延的统计,这里 $\delta\Delta\beta = \Delta\beta' \Delta\omega$, $\Delta\omega$ 是每步光源频率的变化量。在整个模拟中, $\Delta\beta$ 总的变化量约小于 15% $\Delta\beta$ 。在每步积分中,由(2)式得到:

$$h = \frac{\langle \nu_i^2 \rangle}{\Delta\beta} \sin\left(\frac{\Delta\beta \Delta z}{2}\right), \quad (i = 1, 2, 3)$$

Δz 为积分步长;模拟参量分别为 $h = 0.05$, $\Delta\beta = 2\pi$, $\Delta\beta' = 1$, $\Delta z = 0.1$ 。另外,为了表示不同的耦合,我们定义耦合次数 $N = hL$, L 为光在光纤中的传播长度。最后,我们采用下式对模拟结果进行拟合,

$$P(\Delta\tau) = A(C_0 \Delta\tau)^{C_1} \exp[-(C_0 \Delta\tau)^{C_2}], \quad (6)$$

这里 $\Delta\tau$ 为差分群时延, A 、 C_0 、 C_1 、 C_2 为待定参量。

在不同耦合情况下,通过对偏振模色散矢量模拟并对差分群时延进行统计,结果显示,当 $N \ll 1$ 时,即两偏振模之间没有耦合,光纤双折射的涨落只引起差分群时延在一个很小的范围内变化,几率密度函数接近一个 δ 函数,如图 1 $N = 0.05$ 所示。图 1 给出了差分群时延几率分布随耦合次数的变化。当 $N < 4$ 时,

差分群时延的几率分布远远偏离麦克斯韦分布。经过一个耦合长度 $N=1$, 由于两个偏振模之间的耦合, 差分群时延的几率分布也偏离原来的狄拉克 δ 分布函数, 这时分布的后沿展开。值得注意的是当 $N=4$

时, 差分群时延的几率分布非常接近高斯分布, 这说明在一定的耦合强度下, 差分群时延的几率分布可以是高斯分布。

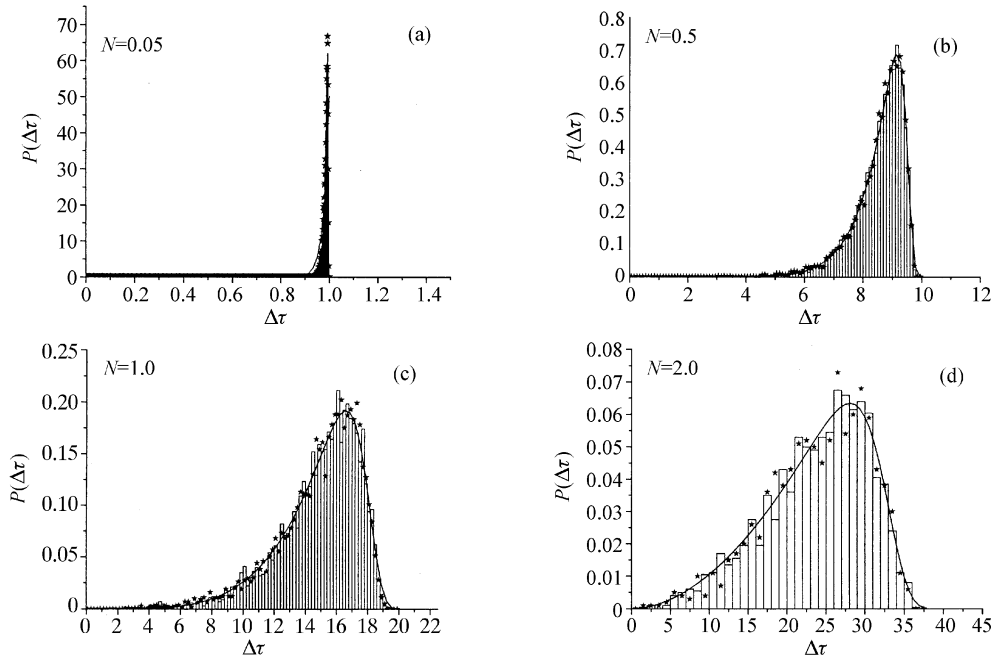


Fig. 1 Probability density function $P(\Delta\tau)$ of the DGD at different coupling times. Histograms are results of spectral simulation and \star are ones of ensemble simulation. Solid lines are the fitting results

图 2 给出了 $N \geq 4$ 的模拟结果。当 $N > 4$ 时, 几率分布从高斯分布向麦克斯韦分布过渡。当两

偏振模之间经过很多次耦合后, 差分群时延的几率分布便是一个麦克斯韦分布, 这一结果和 Poole 在

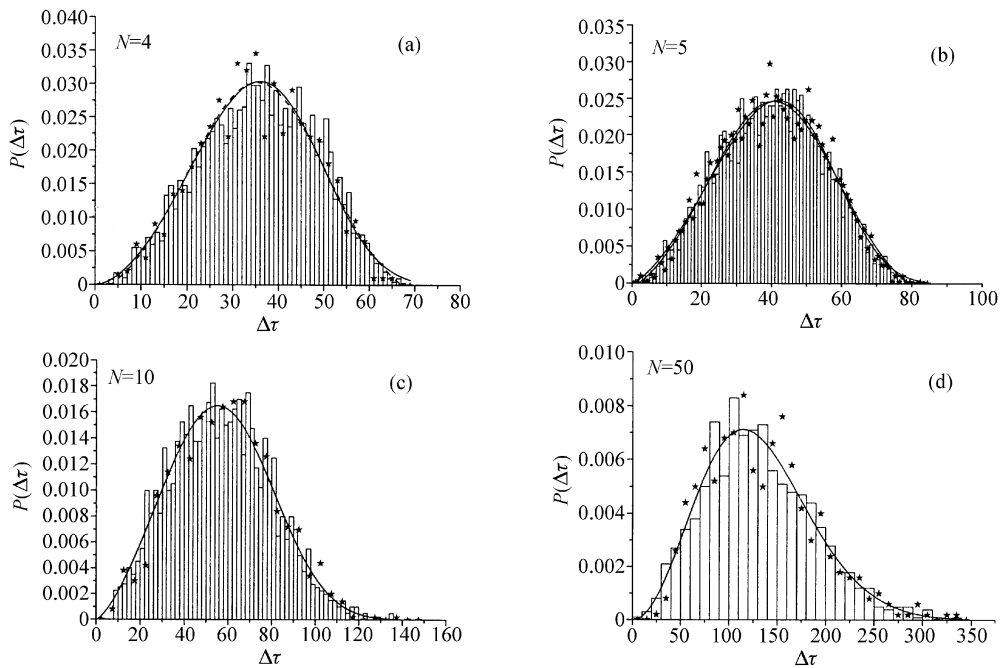


Fig. 2 Probability density function $P(\Delta\tau)$ of the DGD at different coupling times. Histograms are results of spectral simulation and \star are ones of ensemble simulation. Solid lines are the fitting results

长光纤条件下的计算结果相同。对模拟数据采用 Levenberg-Marquardt 算法进行拟合, 拟合结果同样清楚地显示出分布函数的变化趋势。在图 2 中, 我们同时用虚线给出了当 $N=4, 5$ 时差分群时延几率分布的高斯函数拟合结果, 从图中可以看出, 这时差分群时延几率分布的麦克斯韦分布函数拟合结果和高斯函数的拟合结果基本重合。表 1 中给出了各拟合曲线的拟合参数。

Table 1 Fitting parameters of the probability density function

	C_0	C_1	C_2
$N=0.05$	0.90519	42.40	6.08
$N=0.5$	0.10542	9.2031	44.46602
$N=1$	0.05581	4.38168	20.15543
$N=2$	0.0306	1.99	12.70
$N=4$	0.0228	1.775	3.697
$N=5$	0.018	1.42	4.086
$N=10$	0.01564	1.744	2.526
$N=50$	0.009	2.077	1.89

在不同耦合情况下, 对偏振模色散矢量的方向余弦 $\cos \beta, \cos \theta$ 进行统计, 结果显示, 当 $N \ll 1$ 时, $\cos \beta$ 为高斯分布。随着耦合的增加, $\cos \theta$ 的分布函数迅速展开, 如图 3 所示。经过两次耦合以后, $\cos \beta$ 分布已接近均匀分布。当 $N=4$ 时, 它的分布已变为一个均匀分布。图 4 给出了方向余弦 $\cos \theta$ 分布函数随耦合次数的变化。当 $N \ll 1$ 时, 方向余弦 $\cos \theta$ 的分布为一个 δ 分布, 分布函数主要集中在 $\cos \theta=1$ 附近。随着耦合次数的增加, $\cos \theta$ 分布也变为近似均匀分布。

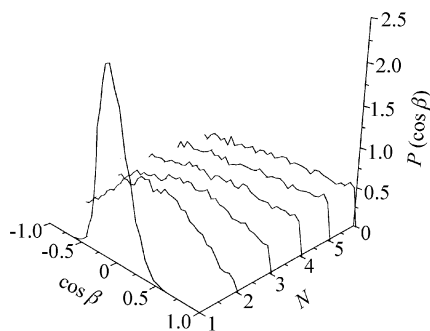


Fig. 3 Variation of the distribution function of $\cos \beta$ with the coupling times

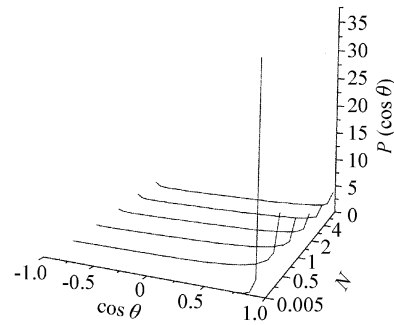


Fig. 4 Variation of the distribution function of $\cos \theta$ with the coupling times

结论 本文分别从频谱和系综两方面应用蒙特-卡罗方法, 对不同模式耦合条件下的偏振模色散矢量几率分布进行了模拟, 并将模拟结果进行了函数拟合。发现在光纤很短时, 即没有偏振模耦合时, 差分群时延的几率分布类似一个 δ 函数分布, 随耦合次数的增加几率分布逐渐变成麦克斯韦分布。在一定的耦合下, 差分群时延的几率分布可以是高斯分布。随着耦合次数的增加, 偏振模色散矢量的两个方向余弦函数的分布都演化为均匀分布。

参 考 文 献

- 1 Poole C D, Wagner R E. Phenomenological approach to polarisation dispersion in long single-mode fibers. *Electron. Lett.*, 1986, **22**(19):1029~1030
- 2 Foschini G J, Poole C D. Statistical theory of polarization dispersion in single mode fibers. *J. Lightwave Technol.*, 1991, **9**(11):1439~1455
- 3 Karlsson M, Brentel J. Autocorrelation function of the polarization-mode dispersion vector. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(14):939~941
- 4 Gordon J P, Kogelnik. PMD fundamentals: polarization mode dispersion in optical fibers. *PNAS*, 2000, **97**(9):4541~4550
- 5 Poole C D. Statistical treatment of polarization dispersion in single-mode fiber. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(8):687~689
- 6 Huttner B, de Barros C, Gisin B *et al.*. Polarization-induced pulse spreading in birefringent optical fibers with zero differential group delay. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(6):370~372
- 7 Poole C D, Winters J H, Nagel J A. Dynamical equation for polarization dispersion. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(6):372~374
- 8 Yang Jianke, Kath W L, Menyuk C R. Polarization mode dispersion probability distribution for arbitrary distances. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(19):1472~1474