

文章编号: 0253-2239(2004)03-408-5

光学综合孔径成像中的傅里叶相位研究*

范伟军¹ 周必方² 王海涛² 夏良正¹

(¹ 东南大学自动控制系, 南京 210096
² 中国科学院国家天文台 南京天文光学技术研究所, 南京 210042)

摘要: 傅里叶相位是光学综合孔径成像的重要信息, 观测目标的傅里叶相位包含于干涉条纹中。从像平面干涉条纹形成原理出发, 推导出大气扰动、星光方向与基线方向不垂直和望远镜系统机械误差等因素是影响干涉条纹初始相位的主要因素。利用条纹原点值和峰值位移从条纹中提取初始相位, 采用闭合相位法从条纹初始相位中去除其它因素的影响, 从而最终获取目标傅里叶相位; 结合计算机模拟对噪声给条纹峰值位置的影响进行分析, 模拟结果表明在频域中对条纹能量谱进行阈值处理有较好的去噪效果。最后结合目标重构迭代法阐述了闭合相位在像重构中的作用。

关键词: 天文光学仪器; 光学综合孔径; 傅里叶相位; 峰值位移; 闭合相位
中图分类号: O436.1 文献标识码: A

Research of Fourier Phase in Optical Synthetic-Aperture Imaging Technique

Fan Weijun¹ Zhou Bifang² Wang Haitao² Xia Liangzheng¹

(¹ Department of Automatic Control, Southeast University, Nanjing 210096
² Nanjing Institute of Astronomical Optics and Technology, National Astronomical Observatories, The Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210042)

(Received 20 November 2002; revised 14 May 2003)

Abstract: Fourier phase is important information for optical synthetic-aperture (OSA) imaging. The observed object's phase is located in interferogram fringes. Factors affecting the OSA interferogram fringes' initial phase were analyzed in detail from the mechanism of interferogram fringes in the image plane. With the original point value and the fringe peak displacement, the initial phase can be obtained from the fringes. With closure phase method, the error phase caused by atmosphere disturbance unnormal of star light direction to baseline direction, and telescope mechanic system, can be eliminated, and the real object Fourier phase can be obtained at last. With a threshold method in the frequency domain, noise affecting fringe peak's location can be eliminated. The role of closure phase method is talked in the image reconstruction with hybrid iteration method.

Key words: astronomical optical instrument; optical synthetic aperture (OSA); Fourier phase; peak shifting; closure phase

1 引 言

光学综合孔径技术可大大提高观测分辨率^[1,2], 因而把光学综合孔径技术用于天文观测是天文望远

镜发展的一个重要方向。当用望远镜干涉阵观测空间目标时, 可以用两个望远镜干涉观测的示意图(如图 1)加以说明。从观测目标 D 发出的光经望远镜小孔 s_1 和 s_2 采集后经过相干光束的光程补偿、平行性校正及其它光学系统后在像平面 m 上形成干涉条纹。1890 年迈克耳孙(Michelson)成功地用光干涉法检测了天文目标的角直径。随着科学技术的发展, 用

* 国家“八六三”高科技计划资助课题。

E-mail: fwjqchfwj@sina.com.cn

收稿日期: 2002-11-20; 收到修改稿日期: 2003-05-14

望远镜光干涉阵进行天文观测时,引入光学综合孔径成像技术,使重构目标像的愿望成为可能。

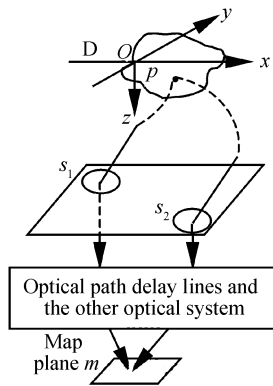


Fig. 1 Sketch of telescope interference

2 综合孔径成像原理

图 1 中,在 $Oxyz$ 坐标系中,设望远镜 s_1 的坐标为 (x_1, y_1, z_s) ,望远镜 s_2 的坐标为 (x_2, y_2, z_s) ,目标 D 上任意一点 p 的坐标为 $(x_p, y_p, 0)$,像面任一点 m 的坐标为 (x_m, y_m, z_m) 。由于观测目标处于遥远的太空,来自观测目标的光到达两个望远镜时,可以认为是平行光。

对于大部分观测目标,可以认为是非相干扩展光源,两个不同的点振动是统计无关的,如果不讨论大气扰动的影响,光波在自由空间中传播,当准单色光(中间波长为 $\bar{\lambda}$) 从目标点 p 到达两望远镜时,根据惠更斯-菲涅耳原理,在傍轴近似下可以得到点 s_1 与 s_2 的复相干系数为

$$\mu_{12} = \frac{\exp(j\varphi) \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} I(x_p, y_p) \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda z_s} (\Delta s_x x_p + \Delta s_y y_p)\right] dx dy}{\int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} I(x_p, y_p) dx dy}, \quad (1)$$

其中 $\bar{\lambda}$ 表示光波的中心波长, $I(x_p, y_p)$ 为目标点 p 的光强, $\Delta s_x = x_1 - x_2$, $\Delta s_y = y_1 - y_2$

$$\varphi = \frac{\bar{k} [(x_1^2 + y_1^2) - (x_2^2 + y_2^2)]}{2z_s} = \frac{\bar{k} (\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2z_s}, \quad (2)$$

从(1)式可以看出对应的点对 s_1 和 s_2 的复相干系数 $\mu_{12}(u, v)$ 是观测目标的光强度分布 $I(x_p, y_p)$ 的傅里叶变换点。其中,在频域上, $u = \Delta s_x / (\bar{\lambda} z_s)$, $v = \Delta s_y / (\bar{\lambda} z_s)$ 。显然,一个望远镜对(或基线)只对应于一个复相干系数值 $\mu(u, v)$,因此,要进行傅里叶反变换得到观测目标的像,必须要有更多的 $u-v$ 点,即更多的望远镜对或基线,使之在 $u-v$ 平面上满足采样定理。因而从理论上讲,如果在望远镜平面有足够的望远镜对或基线,并把它们的复相干系数的值 $\mu(u, v)$ 求出来,再进行反傅里叶变换,就可得到观测目标的光强度分布 $I(x_p, y_p)$ 。下面来讨论复相干系数的求取。

设 $h(m, s_1)$ 和 $h(m, s_2)$ 分别表示光波从点 s_1 和 s_2 到像面上点 m 的传递因子, r_{s_1} 、 r_{s_2} 分别表示从望远镜点 s_1 和 s_2 到像面点 m 的光程, c 为光速,在 t 时刻点 s_1 和 s_2 的光振动分别为 $u(s_1, t)$ 和 $u(s_2, t)$, 则像面上点 m 在 t 时刻的光振动分布为

$$u(m, t) = h(m, s_1)u(s_1, t - t_1) +$$

$$h(m, s_2)u(s_2, t - t_2), \quad (3)$$

其中

$$t_1 = r_{s_1}/c, \quad t_2 = r_{s_2}/c,$$

对于窄带光来说, $h(m, s_1)$ 和 $h(m, s_2)$ 是纯虚数^[3]。现假定光场是平稳的,其统计性质不随时间改变,则像面上点 m 的光强为

$$I(m) = I_1(m) + I_2(m) + 2[I_1(m)I_2(m)]^{1/2} \times |\mu_{12}| \cos[\alpha_{12}(0) - 2\pi \bar{f} \tau], \quad (4)$$

其中 $\tau = t_1 - t_2$, $I_1(m)$ 、 $I_2(m)$ 分别表示点 s_1 、 s_2 在像面上点 m 产生的光强。 $\alpha_{12}(0)$ 为 μ_{12} 的相位, \bar{f} 为准单色光的中心频率。

由(4)式可知,时间 τ 是由点 s_1 和 s_2 到像面点 m 的光程差 $r_{s_1} - r_{s_2}$ 所引起的。这光程差由三部分组成。第一部分是大气扰动、星光方向与基线方向不垂直引入的几何光程差而造成观测目标点 p 到点 s_1 和 s_2 两光程不等(令光程分别为 l_1 和 l_2),为得到干涉条纹需延迟线进行光程补偿,则延迟线光程补偿差为 $l_1 - l_2$;第二部分是点 m 的位置变化造成点 s_1 和 s_2 到点 m 的距离差引起的,该距离差约为 $(\rho_1^2 - \rho_2^2)/(2z_{ms}) - (\Delta s_x x_m + \Delta s_y y_m)/z_{ms}$, 其中 z_{ms} 表示望远镜所在平面与像平面的等效距离, ρ_1 、 ρ_2 如(2)式所示;第三部分是由整个望远镜系统机械误差所引起的,延迟线没有完全补偿的距离差,当然这个误差要远远小于一个波列长,设为 $d_1 - d_2$ (d_1 、 d_2

分别表示望远镜点 s_1 和 s_2 所对应的望远镜系统所引起的机械误差)。第二个原因引起的程差中

$(\rho_1^2 - \rho_2^2)/(2z_m)$ 与 x_m, y_m 无关, 可由延迟线补偿抵消, 所以(4)式可写为

$$I(x_m, y_m) = I_1(x_m, y_m) + I_2(x_m, y_m) + 2[I_1(x_m, y_m)I_2(x_m, y_m)]^{1/2} \times |\mu_{12}| \cos\left[\alpha_{12}(0) + 2\pi \frac{l_1 - l_2}{\lambda} + 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{2\pi}{\lambda z_{ms}}(\Delta s_x x_m + \Delta s_y y_m)\right], \quad (5)$$

(5)式中 $|\mu_{12}|$ 和 $\alpha_{12}(0)$ 分别为 μ_{12} 的幅度和相位, 即分别为目标的傅里叶幅度和傅里叶相位。 z_{ms} 表示望远镜所在平面与像平面的等效距离。从(5)式可知, 复相干系数 μ_{12} 的所有信息都包含在像平面的干涉条纹 $I(x_m, y_m)$ 中。其中 $\Delta s_x/\lambda z_{ms}, \Delta s_y/\lambda z_{ms}$ 分别表征着干涉条纹在 x 轴和 y 轴方向的频率, $\alpha_{12}(0) + 2\pi \frac{l_1 - l_2}{\lambda} + 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}$ 是干涉条纹的初始相位。

3 目标傅里叶相位的提取

3.1 干涉条纹初始相位的提取

理想状况下, 在剔除单个望远镜在像面产生的光强分布的影响后, 从条纹中提取初始相位可以简化为从 $I = \cos(ax + by + c_0)$ 提取 c_0 的值。

设有图像 $f(x, y) = \cos(ax + by - c_0), a > 0$ 。则在原点可得到 $c_0 = \pm |\arccos[f(0, 0)]|$, 根据图像 $f(x, y)$ 的频率分量 a, b 构造图像 $g(x, y) = \cos(ax + by)$, 找出 $f(x, 0)$ 相对应于 $g(x, 0)$ 的位移, 从两个信号的对比可以得到 $f(x, 0)$ 相对应于 $g(x, 0)$ 或右移 $s(s \geq 0)$, 或左移 $(2\pi/a) - s$, 当 $|\arccos[f(0, 0)]|/a$ 与 s 相等时, 则 c_0 为 $|\arccos[f(0, 0)]|$, 当 $|\arccos[f(0, 0)]|/a$ 与 $(2\pi/a) - s$ 相等时, 则认为

$$c_0 = -|\arccos[f(0, 0)]|。$$

同样也可以用 $f(0, y)$ 相对应于 $g(0, y)$ 的峰值移动来确定 c_0 的正负值。如图 2 所示, $f(x, y)$ 相对应 $g(x, y)$ 有一相移。根据上述方法, 从图 3 可得到相移值为 1.8π 。

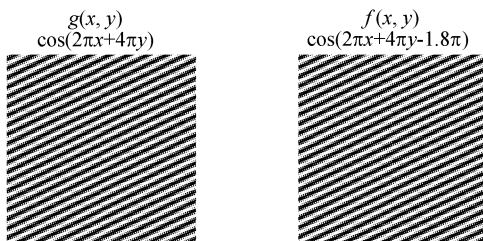


Fig. 2 A phase shifting between interferogram f and g

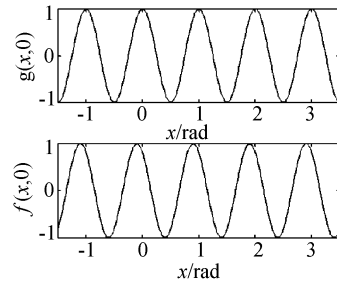


Fig. 3 Peak shifting between $f(x, 0) = \cos(2\pi x + 4\pi y - 1.8\pi)$ and $g(x, 0) = \cos(2\pi x)$

3.2 噪声对条纹峰值位置影响及解决方法

实践中总存在这样或那样的噪声干扰影响到条纹峰值的准确位置。在(5)式中可以看到, 两个望远镜孔径对的干涉条纹在空域表现的是二维三角波, 根据傅里叶变换的性质, 在频域里, 它的能量绝大部分应集中两个频率点, 即使有噪声的影响, 也不可能从根本上改变干涉条纹的能量分布。因此只要在频域中设置一阈值, 把所有能量谱低于阈值的能量认为是噪声贡献的能量, 给予剔除, 高于阈值的保留, 再进行傅里叶反变换, 便可得到“干净”的条纹。下面用计算机进行模拟。

图 4(a)表示干净的干涉条纹, 图 4(b)、图 4(c)分别表示有 Gaussian 噪声污染、白噪声污染的干涉条纹。现取条纹的最中间的行像素集作为处理对象。三图像相应的行像素集的分布及其它们的能量谱分布如图 5 所示, 其中图 5(b)、图 5(c)分别受到 Gaussian 噪声和白噪声的干扰而明显降质, 此时要确定它的峰值位置显然会引进很大的误差, 从图中可以看出, 无论是 Gaussian 噪声还是白噪声对图像能量谱分布的影响很

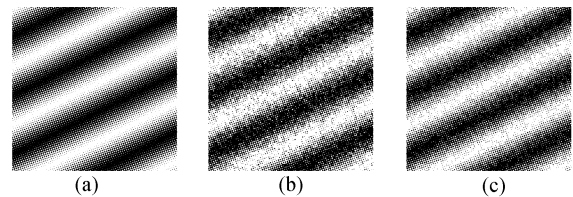


Fig. 4 Clean interferogram and interferogram added with noise. (a) Clean image, (b) image added with Gauss noise, (c) image added with white noise

小。图 6 表示在频域中滤除高斯噪声或白噪声后三图像一维像素集的能量谱分布及反傅里叶变换后得到的图像,对照图 6(b)、图 6(c)和图 6(a),可以看出,滤除噪声效果非常明显。

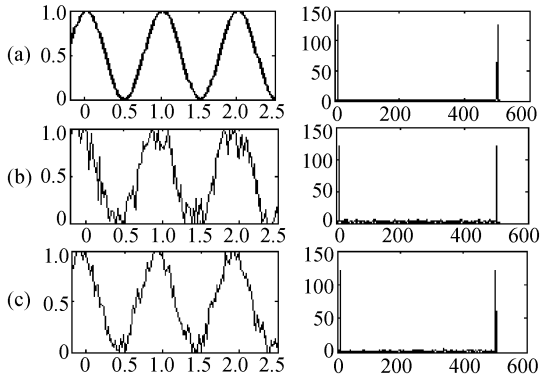


Fig. 5 One dimension row pixel images (left) and their power spectrums (right). (a) Clean image, (b) Image added with Gauss noise, (c) Image added with white noise

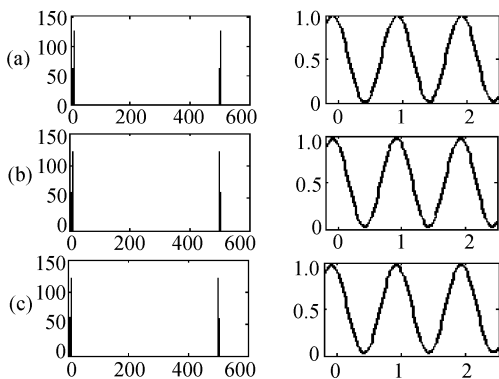


Fig. 6 The power spectrums (left) of one dimension row pixel images filtered by threshold filter and their images (right). (a) Clean image, (b) Gauss noise filtered by threshold filter, (c) white noise filtered by threshold filter

3.3 利用闭合相位法求解目标傅里叶相位

从上述相位提取的过程来看,干涉条纹中不能直接得到目标的傅里叶相位 $\alpha_{12}(0)$,而只能得到条纹的初始相位

$$\phi_{12} = \alpha_{12}(0) + 2\pi \frac{l_1 - l_2}{\lambda} + 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}.$$

从条纹的初始相位 ϕ_{12} 中得到 $\alpha_{12}(0)$ 有一定的难度。光学波段综合孔径的应用在过去很长一段时间内是从 μ_{12} 幅度 $|\mu_{12}|$ 中恢复 $\alpha_{12}(0)$ ^[4,5],因此光学综合孔径的应用范围一直受到限制,局限于测量角直径、角距离等。直到把闭合相位法引入光学综合孔径来求解目标傅里叶相位^[7]。

用三个或三个以上的点孔径相位闭合的方法可以从条纹初始相位 ϕ_{12} 中提取 $\alpha_{12}(0)$ 。用三个闭合的望远镜点阵组成的闭合如图 7 所示。共有三个点对(或基线),记为 12、23、31。观测目标的光经过大气到达望远镜点阵后,再经过延迟线及其它光学系统在像平面形成三组条纹,其相应的初始相位分别为

$$\phi_{12} = \alpha_{12}(0) + 2\pi \frac{l_1 - l_2}{\lambda} + 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}, \quad (6)$$

$$\phi_{23} = \alpha_{23}(0) + 2\pi \frac{l_3 - l_2}{\lambda} + 2\pi \frac{d_3 - d_2}{\lambda}, \quad (7)$$

$$\phi_{31} = \alpha_{31}(0) + 2\pi \frac{l_3 - l_1}{\lambda} + 2\pi \frac{d_1 - d_3}{\lambda}, \quad (8)$$

把(6)式、(7)式、(8)式两边分别相加可以得到闭合相位 ϕ_{123}

$$\phi_{123} = \phi_{12} + \phi_{23} + \phi_{31} = \alpha_{12}(0) + \alpha_{23}(0) + \alpha_{31}(0), \quad (9)$$

从(9)式中可以看出,闭合相位中已经消除了大气扰动、星光方向与基线方向不垂直和望远镜观测系统机械误差等因素对相位的影响。

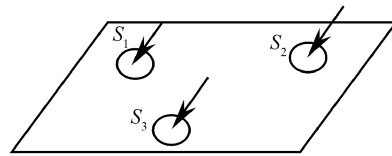


Fig. 7 Sketch map of closure phase of three telescopes

只要知道了目标傅里叶相位 $\alpha_{12}(0)$ 、 $\alpha_{23}(0)$ 、 $\alpha_{31}(0)$ 中的任何两个值,就可以求出第三个值。望远镜对越多,闭合相位就越多,就有越多的象(9)式这样的等式组成一方程组。在 N 个望远镜点阵中,除掉相关的闭合相位,独立的闭合相位有 $[(N-1) \times (N-2)/2]$ 个^[8],而基线共有 $[N(N-1)/2]$ 条,也就是说目标傅里叶相位共有 $[N(N-1)/2]$ 个。显然,要求解的相位比闭合相位多 $(N-1)$ 个,表面上看这个方程组没有唯一解,但令人可喜的是在傅里叶变换时,频域里的相移在空域里是位移,但并不影响物体在空间的结构分布。可以先令 $(N-1)$ 个目标傅里叶初始相位为 0,求解闭合相位组成的方程组得到目标傅里叶相位,再进行傅里叶反变换去重构观测目标。在具体求解闭合相位时,要结合目标重构迭代算法进行。目标重构迭代算法如图 8 所示,采用混合成图迭代算法^[2,9]。若望远镜对或基线在 uv 平面上满足采样定理,从各基线对应的干涉条纹中提取条纹对比度(即目标的傅里叶幅度)和相位,先令 $(N-1)$ 个目标的傅里叶相位值为零,利用闭合相位法得到目标的其它傅里叶相位,进行幅度归一化后,

实施反傅里叶变换,得到了目标的第一幅图像。但由于实践中在 uv 平面不均匀采样而引起的在反变换中产生旁瓣造成图像“模糊”,称之为“脏图”。因此有必要对“脏图”进一步处理,通常采用 CLEAN 或 MEM 算法处理^[9,10],得到新的“干净”图像,对新图像傅里叶变换,从中“拿出”(N-1)个傅里叶相位值作为已知值,代入闭合相位方程组求解其它的傅里叶相位值,进入新一轮循环,直至收敛得到满意的图像为止。

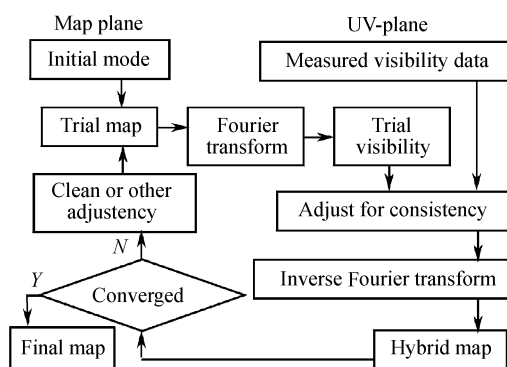


Fig. 8 The iterative hybrid-mapping algorithm

结论 本文从原理上论述了光学综合孔径成像技术用于天文观测的可行性。从理论推导得到目标傅里叶相位的误差来源主要来自于大气扰动、星光方向与基线方向不垂直引入的几何光程差和望远镜系统的机械误差等因素,论证了闭合相位法可以从干涉条纹初始相位中去除这些因素对相位造成的影响,最终得到目标的傅里叶相位。从理论上和用计算机

模拟证实了利用条纹的原点值和峰值位移可以提取条纹的初始相位。

参 考 文 献

- 1 Wang Haitao, Zhou Bifang. Beam combiner in optical aperture synthesis telescope array. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(9):1109~1115 (in Chinese)
- 2 Wang Haitao, Zhou Bifang. Optical synthesis aperture interference image technology. *Optics and Precision Engineering* (光学精密工程), 2002, **10**(5):434~442 (in Chinese)
- 3 Li Jitao. *Fundamentals of Statistical Optics* (统计光学基础). Chengdu: Sichuan University Press, 143~145, 243
- 4 Ferwerda H A. *The Phase Reconstruction Problem for Wave Amplitudes and Coherence Functions*. Baltes H P. Inverse Problem in Optics, Springer-Verlag, 1978
- 5 Wang Zhijiang, Wu Shudong. *Imaging Optics* (成像光学). Beijing: Science Press, 254~403 (in Chinese)
- 6 Monnier J D. An introduction to Closure phases. *Principle of Long Baseline Stellar Interferometry*. NASA Report, 2000. Edited by Lawson P R, 2000. 202~230
- 7 Baldwin J E, Haniff C A, Mackay C D. Close phase in high resolution optical imaging. *Nature*, 1986, **320**(6063): 595~597
- 8 Edward B. Fomalont, Melvyn C. H. Wright, *Interferometry and Aperture Synthesis*. Galactic and Extra-Galactic Radio Astronomy, 1st edition. Verschuur G L, Kellermann K I ed. New York: Springer-Verlag, 1974. 256~290
- 9 Pearson T J, Readhead A C S. Image formation by self-calibration in radio astronomy. *A&A*, 1984, **22**:97~130
- 10 Qiu Yaohui, Liu zhong, Lu Ruwei *et al.*. The application of clean algorithm to astronomical image reconstruction working in spatial domain. *Publications of the Yunnan Observatory*, 2000, (2):1~9

告《光学学报》投稿者

今年以来,《光学学报》来稿量翻番,而发表容量基本不变,造成《光学学报》的发表周期过长。为了尽快缩短发表周期,提升《光学学报》的学术质量,从现在开始,大幅度提高录用水准,把《光学学报》办成刊登优质学术论文的品牌期刊。

录用的具体要求如下:

- 1) 创新性明显: 物理思想新或所用方法新,结果新;
- 2) 可信性强: 研究背景交代清楚,引用相应文献完整;
- 3) 实验数据丰富完整,详实可靠;理论分析参量、假设条件已清楚列出;
- 4) 理论分析详尽,深入透彻;并曾从多方面加以考虑、验证过;研究内容足以证明结论;
- 5) 研究结果具有足够的学术价值和普遍意义,在本分支学科或光学领域将会有一定影响;
- 6) 论文撰写条理清楚,重点突出,语言简洁,篇幅适中,摘要、关键词、字符、公式书写、图表、参考文献等均符合《光学学报》征稿简则中所载明的 10 项要求。