

负折射率介质层中光波的相位和传输特性研究

杨立功 黄弼勤 叶 辉 顾培夫

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要: 针对在理解负折射率材料中光波的传播特性时相位的特殊性质, 详细分析推证了负折射率介质中折射率、波矢 k 的大小和方向、空间坐标系以及波相相位互之间的关系。分析结果表明负折射率介质层中的波矢 k 的反常取向是由于其标量值为负; 在统一的坐标系下, 由该标量值参与数值计算和分析, k 则由标量值和单位矢量 k_0 ($k_0 > 0$) 共同决定, 而不必再考虑左、右手系的区别。在此基础上依据电磁场理论推导了光波在负折射率介质层中的传输矩阵, 用以分析含有负折射率介质层的复杂薄膜系统的光学性质。初步计算结果显示含有负折射率介质层的膜系对 TE 和 TM 波的光谱特性都有显著改变。

关键词: 物理光学; 电磁场理论; 负折射率介质; 正折射率介质; 传输矩阵
中图分类号: O441 文献标识码: A

Analysis of Phase and Transfer Properties of Optical Waves in Negative Refractive Index Medium Layers

Yang Ligong Huang Biqin Ye Hui Gu Peifu

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 15 January 2003)

Abstract: For understanding the phase and transfer properties of optical wave propagating through negative refractive index medium (NIM) layer, the relations between negative refractive index, the value and direction of wave vector k , the coordinates and the phase have been investigated intensively. The results prove the peculiar direction of the wave vector k in a NIM layer results from its negative scalar magnitude. In the identical right-hand coordinate system within NIM and PIM layers, only this negative scalar needs to substitute in the numerical simulation, while the vector k should be determined by both the negative scalar and the unit vector k_0 ($k_0 > 0$). Based on this analysis, a transfer matrix of optical waves in NIM layer has been derived. The primary results show that the spectra characteristics of TE and TM modes from the films comprising NIM and PIM layers have changed prominently.

Key words: physical optics; electromagnetic field theory; negative refractive index medium (NIM); positive refractive index medium (PIM); transfer matrix

1 引 言

同时具有负介电系数和负磁导率 μ 的介质 (NIM) 有许多特殊的物理性质, 这已被 Veselago^[1] 从理论上证明。在这种介质中任意一个平面电磁波的 $E \times H$, 即能流密度 S 的方向和波矢 k 的方向是相反

的, E, H 和 k 之间呈左手系关系, 因此也被成为“左手系材料”。在这种介质中多普勒 (Doppler) 频移及切连科夫 (Cherenkov) 辐射等性质也与普通正折射率介质中的不同^[1]。不久前, 史密斯等^[2,3] 在微波波段首次发现用特殊微结构周期排列的复合介质可以同时得到负的介电常量 $\epsilon(\omega)$ 和磁导率 $\mu(\omega)$, 从而从实验上验证了这种材料可以通过人工方法制得。利用这种材料可以设计、制作出许多新的光学器件^[4~6]。尽管目前这种复合介质的负折射率特性表现在微波波

E-mail: yanglig@zju.edu.cn

收稿日期: 2003-01-15

段,而且由色散关系 $k(\omega) = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r(\omega) \mu_r(\omega)}$ 可知,该介质的色散特性和普通正折射率介质的相比差别很大,但随着研究人员将纳米技术和人工合成技术应用到这种介质的制备中,在可见光波段得到各向同性的负折射率材料已为期不远。

目前已有许多分析负折射率材料性质的文章^[7~9],但多数分析文章对电磁波在这种新型复合介质材料中的相位传播特性和相关概念并没有讲清楚。而要在光频应用这种材料,首先必须明确光波在其中传播时的相位变化规律,才能对光波在其中的传播特性有一个清楚正确的认识。本文在以前研究工作的基础上,首先详细分析了该介质中电磁波波矢 k 的大小、方向和空间坐标系之间的关系;然后根据电磁场理论推导出了负折射率介质层中的传输矩阵表达式。为简化分析计算,文中在推导传输矩阵时假设 $\mu_r = -1$,并且负折射率介质在光频范围内具有相同的色散关系,即忽略不同波长时折射率的变化。另外,各介质层都是各向同性的。研究发现,电磁波在负折射率介质层中具有特殊的传输性质,可望在含有该种介质层的薄膜器件中获得许多仅由正折射率材料组成的薄膜器件无法实现的功能。

2 相位特性分析

考虑光波在图 1 所示系统中的传播特性,一束平面光波 $E = E(x, y, z) \mathbf{y} \exp[i(\mathbf{k}_z z - \omega t)]$ 沿 z 轴正方向传播,从正折射率介质进入负折射率介质。由经典电磁场理论已经知道^[1],当介电系数 ϵ 和磁导率 μ 同为负时,折射率 n 必须取负值 $-\sqrt{\epsilon_r \mu_r}$,光波才可以传播。因而由色散关系

$$k' = \omega n = -\omega \sqrt{\epsilon_r \mu_r} = -\beta, \quad (1)$$

易知,波矢的大小也同样要取负值。(1) 式中, $\beta > 0$ 。另一方面,从界面处波矢 k 的切向分量必定连续的条件出发,可以推出如图 1 所示在负折射率材料中

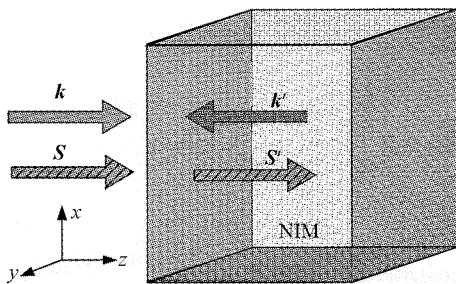


Fig. 1 Wave vector and energy-flux density of light waves transmitting from PIM to NIM

的波矢 k' 的传播方向,而能流密度 S' 和 E 、 H 仍然成右手关系,继续向右手系坐标下 z 轴正方向传播。现在要讨论的问题是:

1) 从图 1 中可以看出波矢 k' 的方向是沿着右手系坐标中轴负方向,因矢量 k' 和坐标系的方向关系一定,可以将其写为标量,此时应该是记为 k' ,还是 $-k'$? 其中规定 $k' < 0$ 。

2) 若矢量 k' 本身已表示沿轴负向传播,那么 k' 究竟应理解为 $(-\beta)k_0$, 还是 $\beta(-k_0)$? 其中 k_0 是方向始终沿右手系坐标下 z 轴正向的单位矢量。即要弄清 k' 的负向性和矢量 k_0 的反向性、 k' 的负值性之间的关系。

明确这些基本问题,对正确理解光波在有负折射率介质参与的复杂介质系统中的相位特性,以及下面正确推导负折射率介质层中的传输矩阵都至关重要。

图 2 所示的均是光波从正折射率介质进入负折射率介质再重新进入正折射率介质的两种符号规定。图中假设膜堆中任意第 j 层介质为负折射率介质,第 $j-1$ 层和第 j 层之间的界面标为 j ,第 j 层和第 $j+1$ 层之间的界面则标为 $j+1$, $k'_{j,z}$ 为波矢 k' 的 z 向分量。根据界面上电场和磁场分量要保持连续的条件,可以定出波矢 $k'_{j,z}$ 的传播方向;图中已经确定了正向传播和负向传播的 $k'_{j,z}$ 相对于入射光波的波矢量 $k'_{j-1,z}$ 的方向,所不同的是 $k'_{j,z}$ 在右手系坐标中具体的方向和大小不同。根据光波在正折射率介质中的传播规定^[10],波矢和定义的坐标轴同向时,取正值;相反时取负值。同样在负折射率介质层中也可以采用这种规定,如图 2(a) 所示。至于该规定是否正确,下面给出简单证明。图中设定 $k'_{j,z} < 0$, $\beta > 0$ 。对于图 2(a) 中负折射率介质层内 $k'_{j,z}$ ($k'_{j,z} < 0$) 方向的光波,相位因子为

$$\exp[i(k'_{j,z} z - \omega t)] = \exp[i(-\beta z - \omega t)], \quad (2)$$

随着时间 t 的增加,光波的相位是向 z 减小的方向传播,和开始时波沿 z 轴正向传播的假设正好相反。对于同一图中的 $-k'_{j,z}$ ($k'_{j,z} < 0$) 波,相位因子为

$$\exp[i(-k'_{j,z} z - \omega t)] = \exp[i(\beta z - \omega t)], \quad (3)$$

即随着时间增加,光波的相位反而沿 z 值增大的方向移动,也和开始的假设相反。而对于图 2(b) 进行类似的分析,可以发现波的相位传播方向和初始假设的相一致。显然,前面对光波在负折射率介质中波矢 $k'_{j,z}$ 方向和右手系坐标轴之间的关系规定是不合适的,即图 2(a) 所示 $k'_{j,z}$ 的符号和波矢传播方向之间的关系是错误的。根据上述分析,对应前面的问题可以得出下述结论:

1) 在统一的右手坐标系中,光波从正折射率介质向负折射率介质层传播,当 $k'_{j-1,z}$ 的方向和坐标系 z 中轴正向一致时, $k'_{j,z}$ 正好和 z 轴正向相反;而当 $k'_{j-1,z}$ 的方向和轴负向一致时, $k'_{j,z}$ 则沿着 z 轴正向传播,这可以由波矢量切向分量在边界上连续性

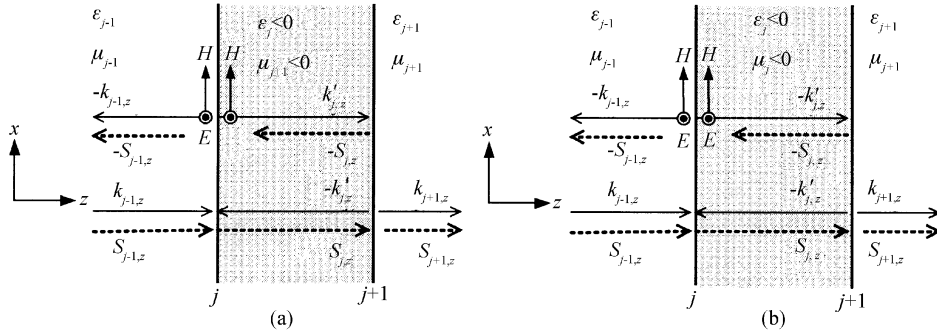


Fig. 2 The relation between the value of $k'_{j,z}$ and coordination with different sign definition in NIM layer

2) 矢量 $k'_{j,z}$ 表示成标量 $k'_{j,z}$ 时,在右手坐标系下的关系式应为

$$k'_{j,z} = k'_{j,z} k_0 = (-\beta) k_0, \quad (4)$$

式中 $\beta > 0$, k_0 是方向始终沿右手系坐标下 z 轴正向的单位矢量。尽管 $(-\beta) k_0$ 和 $\beta(-k_0)$ 在计算效果上是一样的,但从物理概念上讲,后者用于分析负折射率介质中光波的相关性质是不对的。因为正如(1)式所示,由严格的电磁场理论推得的 $k'_{j,z}$ 值是负值,此负值决不是表示方向的,因为 $k'_{j,z}$ 是个标量。只不过 $k'_{j,z}$ 值是负数,而 $k'_{j,z}$ 在右手坐标系下表示的是负向传播的矢量,二者之间不是等同的,这点需要区分清楚。如果按负折射率介质中 E, H, k 之间的关系定义左手坐标系,那么 $k'_{j,z}$ 是正的波矢量,但在计算时 $k'_{j,z}$ 仍要取负值。

显然上述结论也适用于负折射率介质中的波矢量 k' 沿任意方向的情况。通过上面的分析,明确了光波在负折射率介质中波矢 k' 的方向和取值以及相位变化的规律,分析光波在由正、负折射率介质混合的复杂光学系统中传输时才能得到正确的设计和计算结果。

3 负折射率介质层的传输矩阵

对于求解平面电磁波在多层正折射率介质中传播特性的传输矩阵已有许多文献作了详细论述^[11~14]。在负折射率介质层中可以按照同样的方法,将入射电磁波分解为 TE 波和 TM 波,然后对任一种偏振态用一个电场分量和一个磁场分量表示其传播场。由于在每一层介质中都存在正向和逆向传播的两种电磁场本征模式,通过这两种模式的联系,

决定。当定义了波矢值即标量 $k'_{j,z}$ 小于 0 时,如果 $k'_{j,z}$ 沿 z 轴负向传播,则直接将 $k'_{j,z}$ 值代入计算;相反情况时,则要将 $-k'_{j,z}$ 值代入。可以简记为 $k'_{j,z}$ 沿 z 轴负向,相位运算就取 $k'_{j,z}$ ($k'_{j,z} < 0$) 值;相反,则相位中取 $-k'_{j,z}$ ($k'_{j,z} < 0$)。

可以由前一层介质中的电磁场分量求出后一层介质中的电磁场分量的值。本文只就推导负折射率介质的传输矩阵与普通的传输矩阵推导的区别作一简要论述。

根据 TE 波的电场分量 E 和 TM 的磁场分量 H 分别垂直于入射面,为简化下面的讨论,将这两种情况综合起来,用相同符号 ζ, κ, A, B, C 表示不同的偏振态。其中参量

$$\zeta = \begin{cases} 0, & \text{for TE} \\ 1, & \text{for TM} \end{cases} \quad (5)$$

用以区分不同的偏振态。 A, B, C 分别对应每种偏振态中各电磁场分量:

$$\left. \begin{aligned} \zeta = 0: & A = E_y, B = -H_y, C = H_z, \\ \zeta = 1: & A = H_y, B = E_x, C = -E_z, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

用 A, B 分量表征电磁场,该两个分量之间可以通过求麦克斯韦方程用系数 κ 相联系。对于正折射率介质层 ($n > 0$), κ 定义为

$$\kappa = \begin{cases} k_z / (-\mu\omega) = n \cos \theta / (-z_0), & \zeta = 0 \\ k_z / \epsilon\omega = z_0 \cos \theta / n, & \zeta = 1 \end{cases} \quad (7)$$

对于负折射率介质层 ($n' < 0$) 有

$$\kappa = \begin{cases} n' \cos \theta / z_0, & \zeta = 0 \\ z_0 \cos \theta / (-n'), & \zeta = 1 \end{cases} \quad (8)$$

式中 $z_0 = (\mu_0 / \epsilon_0)^{1/2}$ 表示真空中的电磁波阻抗。由(7)式、(8)式可知无论折射率的正、负,每种偏振态下的系数 κ 符号不变。设 A_j^+, A_j^- 和 A_{j+1}^+, A_{j+1}^- 分别表示图 2(b) 中第 j 层和第 $j+1$ 层界面处的正行和负行光波的场分量,对应关系如(6)式。需要注意的是:在负折射率介质层中判定正行和负行光波应根据能流密度的方向,而不是波矢 k' 的方向。由前面

对光波相位性质的分析,容易给出 A_j^+ 、 A_j^- 和 A_{j+1}^+ 、 A_{j+1}^- 之间的相位变化矩阵:

$$\begin{bmatrix} A_{j+1}^+ \\ A_{j+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(ik'_{j,z}\Delta z) & 0 \\ 0 & \exp(-ik'_{j,z}\Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j^+ \\ A_j^- \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中 $\Delta z = (z_{j+1} - z_j) > 0$, $k'_{j,z} < 0$ 。和正折射率介质层中 ($k_{j,z} > 0$) 的相位变化矩阵相比较,

$$\begin{bmatrix} A_{j+1}^+ \\ A_{j+1}^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(ik_{j,z}\Delta z) & 0 \\ 0 & \exp(-ik_{j,z}\Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j^+ \\ A_j^- \end{bmatrix}, \quad (10)$$

如果选取 $k'_{j,z} < 0$, 则二者在形式上是一致的。

经过简单推导,可以得到负折射率介质薄层中的传输矩阵:

$$\begin{bmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k'_{j,z}\Delta z) & \frac{i}{\kappa_j} \sin(k'_{j,z}\Delta z) \\ i\kappa_j \sin(k'_{j,z}\Delta z) & \cos(k'_{j,z}\Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix}, \quad (11)$$

和正折射率介质层中的传输矩阵

$$\begin{bmatrix} A_{j+1} \\ B_{j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_{j,z}\Delta z) & \frac{i}{\kappa_j} \sin(k_{j,z}\Delta z) \\ i\kappa_j \sin(k_{j,z}\Delta z) & \cos(k_{j,z}\Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_j \\ B_j \end{bmatrix}, \quad (12)$$

(11) 式中 $k'_{j,z} < 0$, (12) 式中 $k_{j,z} > 0$ 。对于有 j 层薄膜组成的膜堆,其总的传输矩阵可由各层传输矩阵连乘得到

$$\mathbf{M}_{\text{total}} = \prod_{i=1}^j \mathbf{M}_i, \quad (13)$$

假设 A_{input}^+ 、 A_{input}^- 、 A_{sub}^+ 分别表示入射波、反射波和透射波的横向电磁场分量 (TE 波时是 \mathbf{E}_y , TM 波时是 \mathbf{H}_y), 则反射系数和透射系数可表示为 $\gamma = A_{\text{input}}^-/A_{\text{input}}^+$ 和 $t = A_{\text{sub}}^+/A_{\text{input}}^+$ 。它们容易由下式

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \kappa_s \end{bmatrix} t = \mathbf{M}_{\text{total}} \begin{bmatrix} 1+r \\ \kappa_c(1-r) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

解得。

图 3、4 分别给出对两种简单结构 $S|(HL)^2|I$ 、 $S|(LH)^2|I$ 的 TE 和 TM 入射偏振态透射光谱特

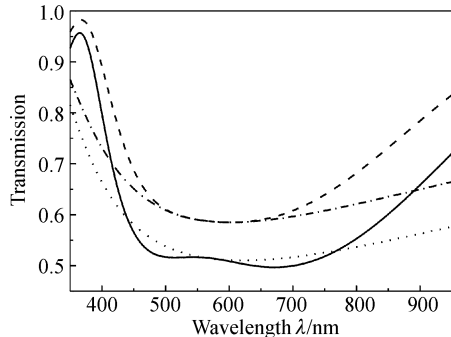


Fig. 3 The transmission spectra of two $S|(HL)^2|I$ film stacks: $n_H=2.3, n_L=1.38$, TE waves (solid line); $n_H=2.3, n_L=1.38$, TM waves (dash line); $n_H=-2.3, n_L=1.38$, TE waves (dot line); $n_H=-2.3, n_L=1.38$, TM waves (dot-dash line)

性的模拟结果, H 表示高折射率介质, L 表示低折射率介质, S 和 I 分别表示基底和入射介质。平面波的斜入射角度为 30° , 并假设入射介质的折射率为 1, 基底介质的折射率为 1.52。从图中可以看出, 当膜堆中夹入负折射率介质后, 光谱特性发生改变。这是因为负折射率介质特有的相位性质改变了膜堆的反射带宽。限于本文主题, 详细的理论分析将在另外的文章中给出。

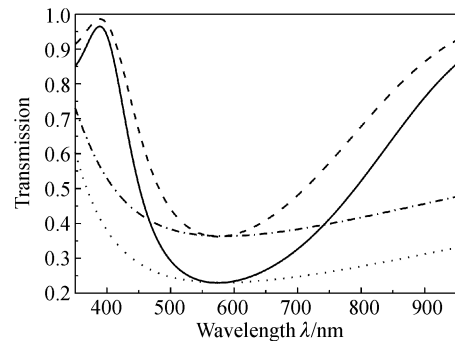


Fig. 4 The transmission spectra of two $S|(LH)^2|I$ film stacks: $n_H=2.3, n_L=1.38$, TE waves (solid line); $n_H=2.3, n_L=1.38$, TM waves (dash line); $n_H=-2.3, n_L=1.38$, TE waves (dot line); $n_H=-2.3, n_L=1.38$, TM waves (dot-dash line)

结论 本文详细分析了介质中电磁波波矢 \mathbf{k} 的大小、方向和空间坐标系之间的关系, 明确了波矢在负折射率介质 (NIM) 中的反向是由负数波矢值引起的, 而且在统一的右手坐标系下, 提出了将 \mathbf{k} 矢量转变为标量计算时符号确定的方法, 得出了光波在负

折射介质中相位传播的规律。在此基础之上根据电磁场理论推导出负折射率介质层中的传输矩阵表达式,给出了两个简单膜堆的透射率光谱,并和相应正折射率介质膜堆的光谱曲线作了比较,证明由于负折射率介质的加入,膜堆的光谱特性明显改变。

参 考 文 献

- 1 Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Sov. Phys. Usp.*, 1968, **10**(4):509~514
- 2 Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction. *Science*, 2001, **292**(5514):77~79
- 3 Smith D R, Padilla W J, Vier D C *et al.*. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18):4184~4187
- 4 Pendry J B. Negative refraction makes a perfect lens. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(18):3966~3969
- 5 Zhang Z M, Fu C J. Unusual photon tunneling in the presence of a layer with a negative refractive index. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **80**(6):1097~1099
- 6 Alu A, Engheta N. Anomalous mode coupling in guided-wave structures containing metamaterials with negative permittivity and permeability. *Proc. IEEE-NANO*, 2002, 233~234
- 7 Bayindir M, Aydin K, Ozbay E *et al.*. Transmission properties of composite metamaterials in free space. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **81**(1):120~122
- 8 Caloz C, Chang C C, Itoh T. Full-wave verification of the fundamental properties of left-handed materials in waveguide configurations. *J. Appl. Phys.*, 2001, **90**(11):5483~5486
- 9 Weiland T, Schuhmann R, Gregor R B *et al.*. Ab initio numerical simulation of left-handed metamaterials: Comparison of calculations and measurements. *J. Appl. Phys.*, 2001, **90**(10):5419~5424
- 10 Born M, Wolf E. *Principles of Optics* (光学原理), 6th ed. New York: Pergamon, 1980. 14~21
- 11 Chen Jun. *Modern Optics and Technology (Electromagnetics Series)* [现代光学及技术(电磁篇)]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1996 (in Chinese)
- 12 Jin Ye qiu. *Electromagnetic Waves in Complicated Systems* (复杂系统中的电磁波). Shanghai: Fudan University Press, 1995 (in Chinese)
- 13 Lu D S, Cao Z Q. Graded refractive index profile reconstructions by the inversed analytic transfer matrix method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2003, **23**(3): 307~309 (in Chinese)
- 14 Yin R, Yang J Y. Analysis of rib waveguides with trapezoidal cross section. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(11):1494~1498(in Chinese)