

文章编号: 0253-2239(2004)03-324-6

# 光子晶体光纤模式特征的研究

王 智 任国斌 娄淑琴 梁伟军 简水生  
(北京交通大学光波所, 北京 100044)

**摘要:** 从基空间填充模出发,将光子晶体光纤的包层等效成均匀介质,从而将光子晶体光纤等效为阶跃折射率光纤。利用等效折射率模型,对光子晶体光纤的模式特征进行了详尽的研究,主要包括模式特性、传输常量、模场分布、功率限制特性、瑞利散射损耗特性、色散特性,等等。并通过功率限制因子这一参量将它与单模光纤进行比较。结果表明,光子晶体光纤单模工作波长范围比较宽,功率限制因子比较高,可用于制作更高抽运效率的光纤放大器。

**关键词:** 光子晶体光纤; 等效折射率; 功率限制因子; 全内反射; 光子带隙

中图分类号: TN253 文献标识码: A

## The Mode Characteristics of the Photonic Crystal Fibers

Wang Zhi Ren Guobin Lou Shuqin Liang Weijun Jian Shuisheng  
(*Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing, 100044*)  
(Received 31 December 2002)

**Abstract:** The equivalent-refractive index model is implemented based on the fundamental space filling mode (FSM), the photonic crystal cladding is considered as a uniform medium, then the photonic crystal fiber is considered as a step-index fiber. The mode characteristics of the photonic crystal fibers (PCF) are investigated in detail using the equivalent-refractive index model, including the propagation constant, the mode-field distribution, the power confinement factor, power loss and dispersion. With the PCF and SMF compared, it is shown that the PCF is almost an endlessly single-mode fiber. The PCF can be used to improve the pump efficiency of EDFAs because its power confinement factor is higher than that of the conventional erbium-doped fibers.

**Key words:** photonic crystal fiber (PCF); equivalent-index model; power confinement factor; total internal reflection (TIR); photonic band gap (PBG)

## 1 引 言

光子晶体光纤(PCF)是由石英和空气孔构成的具有二维周期性介电常量的微结构光纤。光子晶体光纤主要分两大类:全反射导光型(TIR)和光子带隙导光型(PBG)。全反射导光型光子晶体光纤的芯区周期性位置上缺少一个空气孔,因而其芯区折射率比光子晶体包层区的等效折射率高,可以用全反射来解释其导光机制;光子带隙导光型光子晶体光纤的芯区周期性位置上的空气孔仍然存在,但孔径与其它空气孔不同,不能简单地将这种光子晶体光

纤解释为全反射导光,必须根据光子晶体能带理论研究带隙结构和传输特性。

人们对光子晶体光纤的传输特性已经展开了大量研究,建立了一些理论模型和数学分析方法<sup>[1]</sup>,如等效折射率模型<sup>[2,3]</sup>、利用各种正交基函数展开的矢量模型<sup>[4~6]</sup>、平面波法<sup>[7]</sup>、时域射线传输法<sup>[8]</sup>、散射矩阵法<sup>[9]</sup>、有限时域差分法、有限元法等等。平面波法是光子晶体理论研究中物理概念最明晰的一种方法,但其数值计算的速度和精度都比较低,一般主要用于分析光子晶体的能带结构。有限时域差分法和有限元法是电磁场数值分析中比较精确的常用算法,这两种算法可以用于分析复杂结构的光纤传输特性,但实际程序编写和算法设计过程都非常复杂,目前还没有有限时域差分法和有限元法方法研究光

E-mail: zhiwang@center.njtu.edu.cn

收稿日期: 2002-12-31

子晶体光纤的报道。利用各种正交基函数展开的方法报道较多,尤其利用厄米-高斯函数展开的全矢量模型<sup>[4~6]</sup>,可以比较准确地分析光子晶体光纤的模式性质、色散特性以及偏振特性,而且算法相对比较简单。Birks 等人最早研究光子晶体光纤时,将其与传统的阶跃折射率光纤类比<sup>[2]</sup>,提出了等效折射率模型<sup>[2,3]</sup>,主要用于解释全反射型光子晶体光纤的单模特性<sup>[3]</sup>,并指出对于光子晶体包层空气孔较大的情况不能使用此方法<sup>[3,6]</sup>,而且很少用于分析光纤的色散特性<sup>[10,11]</sup>,主要原因是一般认为其近似精度比较低<sup>[3~6]</sup>。

我们利用等效折射率模型对光子晶体光纤进行了比较详尽的研究,主要包括模式特性、传输常量、模场分布、功率限制特性、瑞利散射损耗特性、色散特性,等等。研究表明,等效折射率模型的计算精度并不象文献<sup>[3~6]</sup>指出的那么低,我们的分析结果与矢量方法<sup>[12]</sup>得到的结论一致性比较好。本文主要利用等效折射率模型研究光子晶体光纤的模式特

性、传输常量、模场分布、功率限制特性等,损耗特性和色散特性已经在其它论文<sup>[13~15]</sup>中详细研究。

## 2 等效折射率模型

图 1 为光子晶体光纤的横截面示意图,将光子晶体光纤横截面分为半径为  $a$  的芯层和光子晶体包层。关于芯径  $a$ ,有不同的考虑<sup>[2,3,11]</sup>,本文选取  $a = \Lambda$ 。包层由石英材料上周期性三角排列的均匀圆空气柱构成,按照周期性,芯层中心位置本应该有一个相同的空气柱,但实际的光子晶体光纤正是通过改变该空气柱的尺寸而引入一个缺陷,从而实现光传输,图 1(b)所示的  $r_c$  即为中心空气柱的半径。 $r_c = 0$  时,相当于由一个石英圆柱代替一个空气柱,即全反射导光型光子晶体光纤; $r_c > 0$  时,仍然存在一个空气柱,是光子带隙导光型光子晶体光纤。光子晶体光纤的结构参量还包括孔距  $\Lambda$ ,孔径  $d$ ,一般用  $\Lambda$  和相对孔径  $f = d/\Lambda$  来描述。

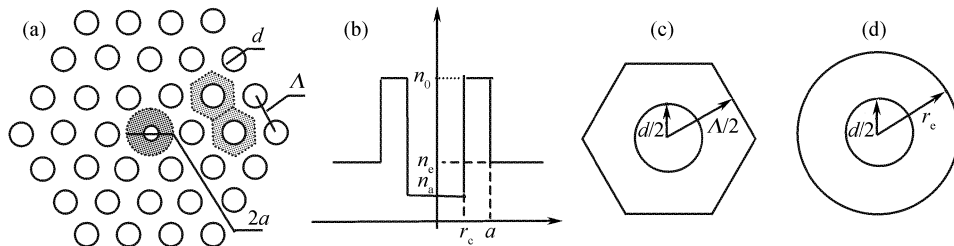


Fig. 1 The cross section of photonic crystal fiber. (a) Cross section, (b) effective index profile, (c) cladding cell, (d) effective cladding cell

### 2.1 光子晶体包层的等效折射率

等效折射率模型提出基空间填充模式(FSM)<sup>[3]</sup>,即完美光子晶体光纤中允许的最大传输常量  $\beta_{\text{FSM}}$  所对应的模式。

这样,光子晶体包层可以等效成一个均匀外包层,其等效折射率为

$$n_e = \beta_{\text{FSM}}/k_0, \quad (1)$$

其中  $k_0 = 2\pi/\lambda$ 。为了得到  $\beta_{\text{FSM}}$ ,将光子晶体包层近

似为无限大周期性结构,图 1(c) 是包层中的一个单元,在空气柱直径  $d$  不是很大的情况下,将其正六边形外边界近似为图 1(d) 中半径为  $r_c$  的圆, $r_c = [\sqrt{3}/(2\pi)]^{1/2} \Lambda$ 。

在图 1(d) 所示的一个周期性单元中,采用标量近似,标量场可以表示为  $\psi \exp[i(\omega t - \beta z + m\varphi)]$ ,其中  $\psi$  满足标量波动方程:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \left( \beta^2 - k_0^2 n_a^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) \psi &= 0, \quad r \leq A, \\ \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \left( k_0^2 n_0^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \psi &= 0, \quad A \leq r \leq r_c, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

其中  $n_0$  为石英的折射率, $n_a$  为空气的折射率, $A = d/2$ 。如果记

$$U_c^2 = A^2 (k_0^2 n_0^2 - \beta^2)^2, \quad W_c^2 = A^2 (\beta^2 - k_0^2 n_a^2)^2,$$

可以得到标量场的形式为

$$\left. \begin{aligned} \psi &= I_m(W_c r/A), & r \leq A, \\ \psi &= C_1 J_m(U_c r/A) + C_2 N_m(U_c r/A), & A \leq r \leq r_c, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中  $I_m$ 、 $J_m$ 、 $N_m$  以及下文将出现的  $K_m$  是四种形式的贝塞尔函数。利用周期性边界条件： $d\psi/dr|_{r=r_c}=0$ ，以及场分量连续条件： $r=A$  时， $\psi$ 、 $d\psi/dr$  连续，由式(3)，可以得到  $m=0$  时关于传输常量  $\beta$  的特征方程为

$$\frac{U_c I_0(W_c)}{W_c I_1(W_c)} = \frac{J_1(U_c r_c/A) N_0(U_c) - J_0(U_c) N_1(U_c r_c/A)}{J_1(U_c) N_1(U_c r_c/A) - J_1(U_c r_c/A) N_1(U_c)}, \quad (4)$$

该方程的最大的根就是  $\beta_{\text{FSM}}$ ，由(1)式即可得到光子晶体包层的等效折射率  $n_e$ 。

## 2.2 场和特征方程

根据上节得到的包层等效折射率，我们可以将光子晶体光纤等效成阶跃折射率的普通光纤，折射率剖面如图 1(b)所示。

$r_c=0$  时，对应的全反射型光子晶体光纤等效成阶跃光纤后，利用标量波动方程可以得到芯层和包层区域的场分布，如(5)式所示。

$$\left. \begin{aligned} E_y &= J_m(Ur/a), & 0 \leq r \leq a, \\ E_y &= A_4 K_m(Wr/a), & r \geq a, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中  $U^2 = (k_0^2 n_0^2 - \beta^2) a^2$ ， $W^2 = (\beta^2 - k_0^2 n_e^2) a^2$ 。利用边界上的场分量连续条件可以得到系数  $A_4$  的表达式和关于传输常量  $\beta$  的特征方程：

$$\left. \begin{aligned} A_4 &= J_m(U)/K_m(W), \\ UJ'_m(U)K_m(W) - WJ_m(U)K'_m(W) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

根据特征方程得到传输常量后，从式(5)就可以得到全反射导光型光子晶体光纤中的电场分布。

$r_c > 0$  时，对应带隙导光型光子晶体光纤，可以将其等效成空气芯阶跃光纤，继而利用标量波动方程得到三个不同区域的场分布，如(7)式所示。

$$\left. \begin{aligned} E_y &= I_m(W_1 r/a), & 0 \leq r \leq r_c, \\ E_y &= A_1 J_m(Ur/a) + A_2 N_m(Ur/a), & r_c \leq r \leq a, \\ E_y &= A_3 K_m(Wr/a), & r \geq a, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中  $W_1^2 = (\beta^2 - k_0^2 n_a^2) a^2$ 。利用边界连续条件，得到系数  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$  的形式和关于  $\beta$  的特征方程，如下所示：

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{U I_m(W_1 r_c/a) N'_m(Ur_c/a) - W_1 I'_m(W_1 r_c/a) N_m(Ur_c/a)}{U J_m(Ur_c/a) N'_m(Ur_c/a) - U J'_m(Ur_c/a) N_m(Ur_c/a)}, \\ A_2 &= \frac{W_1 J_m(W_1 r_c/a) I'_m(W_1 r_c/a) - U J'_m(Ur_c/a) I_m(W_1 r_c/a)}{U J_m(Ur_c/a) N'_m(Ur_c/a) - U J'_m(Ur_c/a) N_m(Ur_c/a)}, \\ A_3 &= \frac{A_1 J_m(U) + A_2 N_m(U)}{K_m(W)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\frac{U I_m(W_1 r_c/a) N'_m(Ur_c/a) - W_1 I'_m(W_1 r_c/a) N_m(Ur_c/a)}{W_1 J_m(Ur_c/a) I'_m(W_1 r_c/a) - U J'_m(Ur_c/a) I_m(W_1 r_c/a)} = \frac{W K'_m(W) N_m(U) - U K_m(W) N'_m(U)}{U K_m(W) J'_m(U) - W K'_m(W) J(U)}, \quad (9)$$

同样根据特征方程得到传输常量后，从(7)式、(8)式可以得到光子带隙导光型光子晶体光纤中的电场分布。

## 3 传输常量和单模

根据光纤理论，导模的传输常量  $\beta$  必须满足： $k_0 n_e < \beta < k_0 n_0$ ，为了使数值分析结果更明晰，我们定义“归一化传输常量”为： $b = (\beta - k_0 n_e)/(k_0 n_0 - k_0 n_e)$ ，这一定义与传统光纤中的定义不同<sup>[16,17]</sup>，那么  $0 < b < 1$ 。

在本文的分析中， $\Lambda = 2.3 \mu\text{m}$ ， $d = 0.6 \mu\text{m}$ ，对光子带隙导光型光子晶体光纤， $r_c = 0.5 \mu\text{m}$ 。利用

这些结构参量，我们得到两种光子晶体光纤的归一化传输常量  $b$  随工作波长的变化关系曲线，如图 2 所示。图 2(a)是全反射导光型光子晶体光纤中  $LP_{01}$  模和  $LP_{11}$  模的  $b \sim \lambda$  曲线，图 2(b)是光子带隙导光型光子晶体光纤的  $LP_{01}$  模和  $LP_{11}$  模的  $b \sim \lambda$  曲线。

显然，两种光子晶体光纤的传输常量存在明显差异，对相同阶模式，全反射导光型光子晶体光纤的传输常量比光子带隙导光型光子晶体光纤大得多，而且都随波长增大而减小。值得注意的是，波长超过  $2.5 \mu\text{m}$  时， $LP_{01}$  模仍然存在，这正是基模，而  $LP_{11}$  模在较短波长处截止，对全反射导光型和光子带隙导光型光子晶体光纤，截止波长  $\lambda_c$  分别约为  $0.74$

$\mu\text{m}$  和  $0.56 \mu\text{m}$ , 单模工作范围明显比普通单模光纤要宽, 当然  $\lambda_c$  与光子晶体光纤的结构参量有密切关系, 文献[3]将光子晶体光纤的这一性质称为无尽单

模(endless single mode)。利用  $b(\lambda)$  或者  $\beta(\lambda)$ , 可以进一步得到光子晶体光纤的时延特性和色散特性, 本文不再赘述。

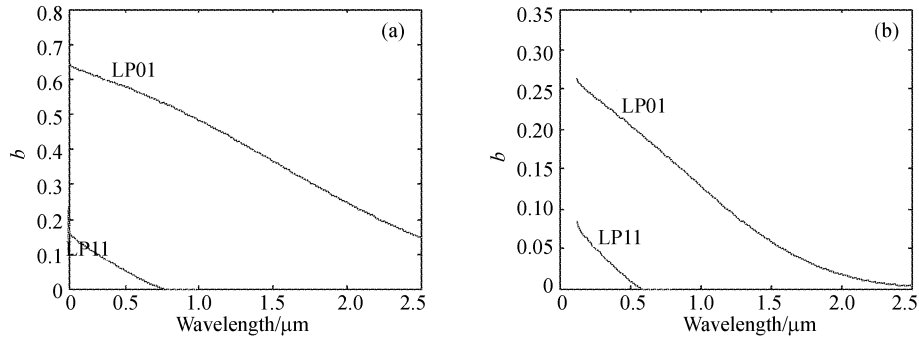


Fig. 2 Normalized propagation constant. (a) TIR-PCF, (b) PBG-PCF

#### 4 模场分布和功率限制因子

利用第 3 节得到的传输常量, 根据(5)式和(7)式可以得到两种光子晶体光纤中的  $\text{LP}_{01}$  模归一化电场分布, 如图 3 所示。

图 3(a)和图 3(b)分别显示工作波长为  $980 \text{ nm}$

和  $1550 \text{ nm}$  时全反射导光型和光子带隙导光型两种光子晶体光纤的基模场分布。可以看到, 波长较长的光在光纤包层区域的穿透深度较大, 而波长较短的光更集中在芯层区域。由于芯层存在一半径为  $r_c$  的空气柱, 光子带隙导光型光子晶体光纤的电场最大值偏离纤芯, 呈环状分布。

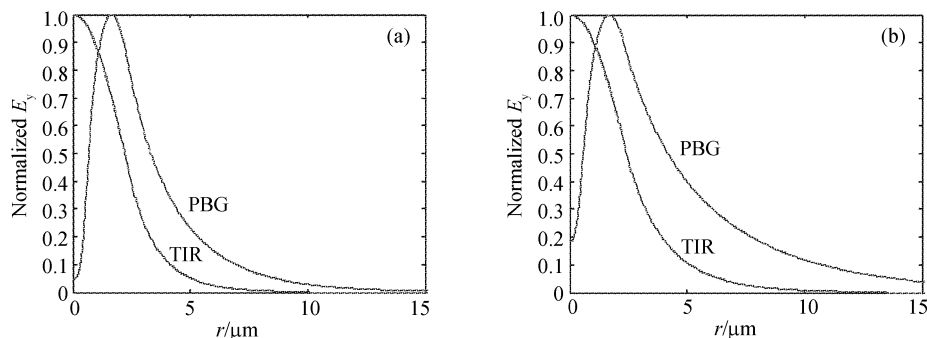


Fig. 3 The fundamental modal electric field of TIR- and PBG-PCFs. (a)  $980 \text{ nm}$ , (b)  $1550 \text{ nm}$

为了更准确地描述不同波长的光功率在光纤中的分布情况, 我们引用光纤理论中的“功率限制因子”  $\Gamma(\lambda, r)$ <sup>[17]</sup>, 其定义为

$$\Gamma(\lambda, r) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^r [\mathbf{E}(\lambda, r, \varphi) \times \mathbf{H}(\lambda, r, \varphi)] \cdot \mathbf{e}_z r dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{+\infty} [\mathbf{E}(\lambda, r, \varphi) \times \mathbf{H}(\lambda, r, \varphi)] \cdot \mathbf{e}_z r dr d\varphi}, \quad (10)$$

$\Gamma(\lambda, r)$  反映了波长为  $\lambda$  的光, 在横截面内半径为  $r$  的区域中的光功率与总光功率之比。对于弱导光波导, 在标量近似条件下, (10) 式化简为

$$\Gamma(\lambda, r) = \frac{\int_0^r n(\lambda, r) E_y^2(\lambda, r) r dr}{\int_0^{+\infty} n(\lambda, r) E_y^2(\lambda, r) r dr}, \quad (11)$$

其中  $n(\lambda, r)$  为波长  $\lambda$  时位置  $r$  处的折射率, 利用上节得到的电场分布可以得到基模功率限制因子, 如图 4 所示。图 4(a)、图 4(b) 分别是  $980 \text{ nm}$  和  $1550 \text{ nm}$  时全反射导光型和光子带隙导光型光子晶体光

纤以及两种不同结构的单包层阶跃光纤的基模功率限制因子, 单包层阶跃光纤的结构参量分别为: SMF-1: 半径  $4.5 \mu\text{m}$ ,  $\Delta = 0.3\%$ ; SMF-2: 半径  $2.3 \mu\text{m}$ ,  $\Delta = 0.3\%$ 。SMF-1 即普通 G. 652 单模光

纤, SMF-2 的结构参量是考虑到将 G. 652 光纤与光子晶体光纤对比而选取的, 而且与一般的掺铒光纤结构参量基本一致。

从图 4 看到, 全反射导光型光子晶体光纤的功率限制因子最大, 980 nm 时, SMF-2 在靠近芯层处的功率限制比 SMF-1 和光子带隙导光型光子晶体光纤都强; 1550 nm 时, SMF-2 的功率限制却最弱。图 5 是在半径  $2.3 \mu\text{m}$  的圆形区域内四种光纤的功率限制因子随波长的变化。显然全反射导光型光子

晶体光纤最大; SMF-2 因其纤芯半径较小, 波长变大时, 功率限制因子迅速下降; SMF-1 的纤芯半径比较大, 因而功率限制因子随波长变化较慢, 波长约  $1.3 \mu\text{m}$  时与 SMF-2 相等; 光子带隙导光型光子晶体光纤的功率限制因子随波长变化速度处于两种 SMF 之间, 波长较长时功率限制因子明显比 SMF-2 大。由于功率限制因子较大, 如果在光子晶体光纤的芯层石英区掺入  $\text{Er}^{3+}$ , 预期可以制作比目前商用掺铒光纤放大器效率更高的掺铒光纤放大器<sup>[18,19]</sup>。

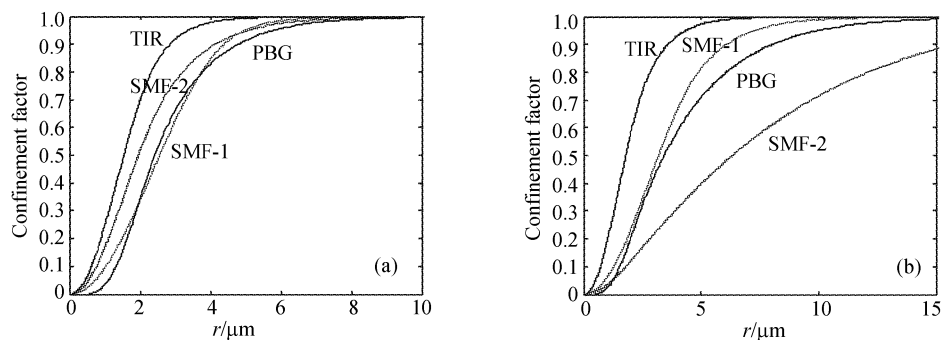


Fig. 4 The power confinement factor of the fundamental mode. (a) 980 nm, (b) 1550 nm

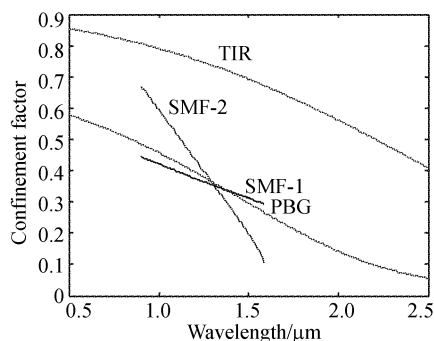


Fig. 5 The relationship between the power confinement factor and the wavelength at radius  $2.3 \mu\text{m}$

**结论** 本文利用等效折射率模型, 将光子晶体光纤等效成阶跃折射率光纤, 根据标量波动方程得到其传输常量和模场分布, 并通过功率限制因子这一参量将光子晶体光纤与 SMF 型光纤进行了简单的比较。研究表明, 光子晶体光纤 LP<sub>11</sub> 模的截止波长比 SMF 型光纤小得多, 因而单模工作波长范围比较宽; 全反射导光型光子晶体光纤的功率限制因子比光子带隙导光型光子晶体光纤、掺铒光纤和 G. 652 光纤高, 光子带隙导光型光子晶体光纤的功率限制因子在短波长处比掺铒光纤低, 在长波长处比掺铒光纤高, 如果在光子晶体光纤的芯层石英区掺铒, 可以制作更高效率的掺铒光纤放大器。

## 参 考 文 献

- 1 Bjarklev A, Broeng J, Barkou S E *et al.*. Photonic crystal fiber modeling and applications. *OFC '2000*, TuC1, 345~347
- 2 Birks T A, Mogilevtsev D, Knight J C *et al.*. the analogy between photonic crystal fibres and step index fibres. *OFC '98*, FG4, 114~116
- 3 Birks T A, Knight J C, Russell P S J. Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(8):961~963
- 4 Monroe T M, Richardson D J, Broderick N G R *et al.*. Holey optical fibers: An efficient modal model. *J. Lightwave Technol.*, 1999, **17**(5):1093~1102
- 5 Monroe T M, Richardson D J, Broderick N G R. Efficient modeling of holey fibers. *OFC '99*, FG3, 111~113
- 6 Monroe T M, Richardson D J, Broderick N G R *et al.*. Modeling large air fraction holey optical fibers. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(1):50~56
- 7 Barkou S E, Broeng J, Bjarklev A. Dispersion properties of photonic bandgap guiding fibers. *OFC '98*, FG5, 117~119
- 8 Koshiba M, Tsuji Y, Hikari M. Time-domain beam propagation method and its application to photonic crystal circuits. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(1):102~109
- 9 Yonekura J, Ikeda M, Baba T. Analysis of finite 2-D photonic crystals of columns and lightwave devices using the scattering matrix method. *J. Lightwave Technol.*, 1999, **17**(7):1500~1508
- 10 Birks T A, Mogilevtsev D, Knight J C *et al.*. Single material fibres for dispersion compensation. *OFC '99*, FG2, 108~110

- 11 Bjarklev A, Broeng J, Dridi K *et al.*. Dispersion properties of photonic crystal fibres. ECOC '98, 135 ~ 136
- 12 Ferrando A, Silvestre E, Andres P *et al.*. Designing the properties of dispersion-flattened photonic crystal fibers. *Opt. Exp.*, 2001, **9**(5):687~697
- 13 Wang Zhi, Ren Guobin, Lou Shuqin *et al.*. Loss properties due to Rayleigh Scattering in different fibers. accepted by *Opt. Exp.*
- 14 Ren Guobin, Wang Zhi, Lou Shuqin *et al.*. Investigation on Rayleigh Scattering in Ultra Low Loss Fibers. to be published by *J. China Railway Society* (铁道学报), (in Chinese)
- 15 Ren Guobin, Wang Zhi, Lou Shuqin *et al.*. Study on Dispersion Properties of Photonic Crystal Fiber by Effective-index Model. to be published by *Acta Optica Sinica* (光学学报) (in Chinese)
- 16 Wu Chongqing. *Optical Waveguide Theory* (光波导理论). Beijing: Tsinghua University Press, 2000, 42~48 (in Chinese)
- 17 Chen Genxiang, Jian Shuisheng. *Fundamental of Lightwave Technology* (光波技术基础). Beijing: China Railway Press, 2000, 41 (in Chinese)
- 18 Cregan R F, Knight J C, Russell P S J *et al.*. Spontaneous emission from an erbium doped photonic crystal fibre, CLEO '99, 559
- 19 Selleri S, Cucinotta A, Poli F *et al.*. Amplification properties of erbium doped photonic crystal fibers, ECOC '2002, Symposium 1.8