

文章编号: 0253-2239(2004)02-243-4

等效腔法研究低损介质镜的反射特性

兰 岚 陈建国 林晓东 李大义 冯国英
(四川大学光电科学技术系, 成都 610064)

摘要: 利用多光束干涉原理的等效腔模型对四分之一波长多层介质镜进行了研究。证明在反射镜中心频率 ω_0 附近, 形为 $\rho(\omega)\exp[i\psi(\omega)]$ 的反射系数中的 $\rho(\omega)$ 等于 $\rho(\omega_0)$, $\psi(\omega)$ 与频率成正比。求得了在介质具有微弱吸收情况下, 吸收引起的四分之一波长镜反射下降和反射时延的表达式, 研究了反射率下降以及反射时延与膜层数目的奇偶性的关系。在此基础上还引入了一个具有一定普适性的权重因子, 通过这个权重因子可以定量描述镜子中各层对多层介质镜反射率下降、反射时延等重要特性的影响。

关键词: 薄膜光学; 四分之一波长多层介质镜; 反射率; 反射时延; 吸收

中图分类号: O484.41 文献标识码: A

Reflection Properties of Dielectric Mirror with Weak Absorption Using Equivalent-Cavity Model

Lan Lan Chen Jian'guo Lin Xiaodong Li Dayi Feng Guoying
(*Opto-Electronics Department, Sichuan University, Chengdu 610064*)
(Received 9 December 2002; revised 3 March 2003)

Abstract: By using equivalent-cavity model, quarter-wave multilayer dielectric mirrors are studied. For the reflection coefficient with the form as $\rho(\omega)\exp[i\psi(\omega)]$, it is proved that around the central frequency ω_0 of the mirror, $\rho(\omega)$ is equal to $\rho(\omega_0)$ and $\psi(\omega)$ is proportional to the frequency ω . And the expressions for the reflectivity reductions and reflection delays of the weakly absorptive quarter-wave multilayer dielectric mirrors are derived. Studies are made on the dependence of the reflectivity reductions and reflection delays on the parity of the layer number. Based upon these studies, A set of weighting factors is extracted, which can be used to quantify the contributions of any individual layer to such important mirror characteristics as reflection reduction, reflection delay, etc.

Key words: film optics; quarter-wave multilayer dielectric mirror; reflectivity; reflection delay; absorption

1 引 言

多层介质膜在激光领域中有着十分广泛的用途。随着超短脉冲技术和啁啾脉冲放大技术的发展, 人们能获得的脉宽越来越短, 峰值功率越来越高^[1,2]。在这种情况下, 人们对介质膜的研究越来越深入, 要求越来越苛刻。与短脉宽有直接关系的特性包括了膜堆的色散特性^[3~5], 与功率有直接关

系的特性则包括膜堆的吸收和抗损伤能力^[6,7]。人们甚至制作了具有特定色散特性的多层啁啾镜^[8]来对飞秒脉冲进行压缩^[9], 为短脉冲的获取提供了新的手段, 为单周期脉冲的实现铺平了道路^[1]。

为了研究层厚为四分之一波长(QW)的多层介质镜的色散问题, 人们引入了反射镜的反射时延和穿透深度的概念^[3]。在对四分之一波长高反镜的反射率和反射相位曲线进行了仔细的观察后, Babic 等假设: 对于无损耗四分之一波长镜, 在中心频率 ω_0 附近, 形如 $\rho(\omega)\exp[i\psi(\omega)]$ 的频率为 ω 的光的复反射系数中的 $\rho(\omega)$ 就等于中心波长的反射系数

E-mail: 111pinpang@sohu.com

收稿日期: 2002-12-09; 收到修改稿日期: 2003-03-03

$\rho(\omega_0)$, 而 $\psi(\omega)$ 则与频率成正比。在此基础上, Babic 成功地导出了四分之一波长镜的反射时延和穿透深度, 并对弱吸收四分之一波长镜进行了评估, 这里所谓的中心频率指的是定义膜层光学厚度为四分之一波长的那个波长所对应的频率。

在本文中, 用多光束干涉原理的等效腔方法^[10]对四分之一波长多层介质镜进行了研究, 证明了在 ω_0 附近, $\rho(\omega)$ 等于 $\rho(\omega_0)$, $\psi(\omega)$ 与频率成正比; 求得了在介质具有微弱吸收情况下引起的四分之一波长镜反射下降和反射时延的表达式, 并发现反射率下降和反射时延还与膜层数的奇偶有关; 在此基础上, 引入了一个具有一定普适性的权重因子来衡量四分之一波长镜中各层的影响。

2 反射系数

为了方便后边的讨论, 在图 1 中画出了一个由 m 层弱吸收介质构成的膜堆的示意图。假定各层介质的复折射率分别为 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m$, 厚度分别为 d_1, d_2, \dots, d_m , 第 j 层和第 $(j+1)$ 层介质间的界面称为第 j 界面, 其坐标为 z_j , 基底介质和入射介质的折射率分别为 μ_0 和 μ_{m+1} , 光线沿 $-z$ 方向入射。当只有第 j 和第 $(j+1)$ 层介质存在时, 它们构成的第 j 界面的反射系数为 r_j^+ 和 r_j^- (上标“+”“−”分别表示光线从 $+z$ 和 $-z$ 方向射入); 对于由基底加第 1 至第 j 层介质构成的膜堆而言, 沿 $-z$ 方向射入的光的反射系数为 ρ_j^- ; 照此定义, 四分之一波长多层介质镜的反射系数就应该是 ρ_m^- 。由于在实践中, 基底和入射介质都可以看成半无穷大介质, 而且人们往往有意识地使基片两面成一定的角度, 因而在讨论中我们不考虑来自基底以及入射介质另一面的反射。

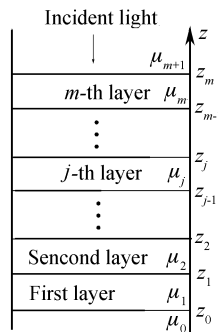


Fig. 1 Schematic of an m -layer dielectric mirror

根据等效腔原理^[10], 可以把基底和第一层的效果用一个处在 z_1 的等效面来代替, 对于沿 $-z$ 方向

入射的光来说, 该等效面的反射系数为 ρ_1^- ; 然后再用处于 z_2 的等效面的反射系数 ρ_2^- 来描述基片加第一层和第二层介质的效果; \dots 。依此类推, 可以求得多层介质膜堆的反射系数 ρ_m^- 。

利用多光束干涉原理, 可以导出以下递推公式^[11]:

$$\rho_j^- = \frac{r_j^- + \rho_{j-1}^- D_j^2}{1 + r_j^- \rho_{j-1}^- D_j^2}, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

式中 D_j^2 描述光线(电场)在第 j 层介质中往返一周后的变化。此外, 考虑到第 j 层和第 $(j+1)$ 层中总有一个是光密介质, 另一个是光疏介质, 因而在推导(1)式时我们应用了 $r_j^+ = -r_j^-$ 这个条件。根据教科书^[12]知道

$$r_j^- = \frac{\mu_{j+1} - \mu_j}{\mu_{j+1} + \mu_j} \quad (2)$$

对于第 j 层介质, 其折射率可表示为

$$\mu_j = n_j + \frac{i\alpha_j c}{2\omega} \quad (3)$$

参量 D_j^2 为

$$D_j^2 = \exp(-\alpha_j d_j) \exp(2in_j d_j \omega / c) \quad (4)$$

式中 n_j 和 α_j 分别为第 j 层介质的折射率和吸收系数, c 为真空中的光速。在膜堆中心频率 ω_0 附近, D_j^2 可改写为

$$D_j^2 = \exp(i\pi\delta) \exp(i\pi - \alpha_j d_j) \quad (5)$$

式中

$$\delta = (\omega - \omega_0) / \omega_0 \quad (6)$$

我们可以按照讨论四分之一波长镜的色散等特性的惯用办法^[3], 把 r_j^- 和 ρ_j^- 写成下边的形式:

$$r_j^- = r_j \exp(i\theta_j) \quad (7a)$$

$$\rho_j^- = \rho_j \exp(i\phi_j + \phi_j) \quad (7b)$$

式中 $r_j, \theta_j, \rho_j, \phi_j$ 和 ϕ_j 均为实数。其中 ϕ_j 为反射相移, ϕ_j 表征了吸收对反射系数的影响, 而从后面的(8a)式和以后的推导中我们可以看出 r_j 和 ρ_j 分别表示介质无损条件下中心频率的光在两层膜界面和膜堆的反射系数。对弱吸收介质, 由(2)式近似有

$$r_j = \frac{n_{j+1} - n_j}{n_{j+1} + n_j} \quad (8a)$$

$$\theta_j = \frac{c}{\omega_0} \frac{n_j \alpha_{j+1} - n_{j+1} \alpha_j}{(n_{j+1} - n_j)(n_{j+1} + n_j)} \quad (8b)$$

如果 δ_j 也为一阶小量, 把(5)式代入(1)式后, 在一阶近似下经过冗长但直接的数学运算, 对 $j \geq 1$ 的情况可以导出以下递推公式:

$$\rho_j = (r_j - \rho_{j-1}) / (1 - r_j \rho_{j-1}), \quad (9a)$$

$$\phi_j = I_j(\pi\delta + \phi_{j-1}) + K_j \theta_j, \quad (9b)$$

$$\phi_j = I_j(\phi_{j-1} - \alpha_j d_j), \quad (9c)$$

上面诸式中

$$I_j = \frac{1 - r_j^2}{(1 - r_j \rho_{j-1})(1 - r_j / \rho_{j-1})}, \quad (10a)$$

$$K_j = I_j - \frac{1 + r_j / \rho_{j-1}}{1 - r_j / \rho_{j-1}}. \quad (10b)$$

这里,引入中间参量 I 和 K 是为了简化(9b)和(9c),它们的物理意义在后边的推导中会逐渐显现出来。至此,我们就求得弱吸收多层四分之一波长镜的反射系数的递推公式。为了能够实施递推,还需要找到起始条件。从图 1 可以看到, ρ_0^- 就是 r_0^- 。换句话说,我们知道了 $\rho_0 = r_0$, $\psi_0 = \theta_0$ 和 $\phi_0 = 0$, 而 r_0 和 θ_0 可分别由(8a)和(8b)式求得。

关于(7a)和(7b)两式,我们还想补充说明一下,从(7a)式可以看到, r_j 实际上是介质无损时第 j 界面处的反射系数;事实上,可以证明 ρ_j 就是所有介质均无损时由基底至第 j 层介质构成的膜堆对中心频率的光波的反射系数 $\rho_j(\omega_0)$, 把(8a)式代入(9a)之后,利用数学归纳法或正切函数法^[3],可以证明 ρ_j 与用矩阵法^[12]导出的 $\rho_j(\omega_0)$ 是一致的。对具有周期结构的四分之一波长反射镜,当 $j < m$ 时,可以证明 r_j 和 ρ_{j-1} 反号,因而 I_j 为正数。事实上,还可以证明,在镜子的层数 m 足够大时, $|\rho_{m-2}| \rightarrow 1$, 此时有 $I_{m-1} \cong \frac{1 - |r_{m-1}|}{1 + |r_{m-1}|}$, 如果镜子工作在空气中,对偶数层膜构成的高反镜,它的 I_m 的渐近值为 n_m , 奇数层膜构成的高反镜的 I_m 的渐近值为 $1/n_m$ 。

3 分析与讨论

3.1 反射率

在上一节中,我们已经证明了 ρ_m^2 实际上就是无损介质镜的反射率 R_{m0} 。在介质对光有微弱吸收时,镜子的反射率 R_m 比 R_{m0} 低。利用起始条件和(9c)式后,可以求得参量 ϕ_m :

$$\phi_m = -[I_m \alpha_m d_m + (I_m I_{m-1}) \alpha_{m-1} d_{m-1} + \dots + (I_m I_{m-1} \dots I_1) \alpha_1 d_1], \quad (11a)$$

最后利用(7b)式可导出

$$R_m/R_{m0} = \exp(2\phi_m). \quad (11b)$$

图 2 画出了“G(HLHL \dots)A”镜在中心频率处有吸收和无吸收的反射率之比 R_m/R_{m0} 随四分之一波长镜包含的膜层数目 m 变化的曲线。镜子的“G”代表玻璃基底(折射率 1.45, 吸收系数 1 cm^{-1}), “L”介质为 SiO_2 (折射率 1.45, 吸收系数 1 cm^{-1}), “H”介质则分别为 HfO_2 (折射率 1.9, 吸收系数 6 cm^{-1}) 和 TiO_2 (折射率 2.25, 吸收系数 50 cm^{-1}), 中心波长

$\lambda_0 = 1.053 \text{ } \mu\text{m}$ 。为了便于观察 R_m/R_{m0} 随膜层数的变化特征,在图中(及下面的图 3 中)人为地用线将相邻点连接起来。从图中可以看出,有吸收和无吸收的反射率的比值随镜子的膜层数发生了跳变,即与层数的奇偶有关。究其原因,是由于上面所说的因子 I_m 的渐近值随层数发生了跳变。层数为奇数时, I_m 的渐近值 $1/n_m$ 明显要比层数为偶数时的 I_m 的渐近值 n_m 小,于是层数为奇数时, ϕ_m 的绝对值也小一些,即反射率比值就大一些。由此可知,随着层数的奇偶变化,反射率比值要发生跳变。从图中还可以看到,当镜子的层数大到一定程度时,层数同为奇(或偶)的镜子的反射率比值相差不大。从(11a)和(11b)式可以看到,多层四分之一波长反射镜顶层(紧邻入射介质的那一层)的损耗对镜子反射率下降的影响最大,其余各层依次递减,当层数多了以后,由于靠近基底的膜层对反射率比值下降不起多大作用,所以多两层或少两层对反射率比值的下降已无多大影响。

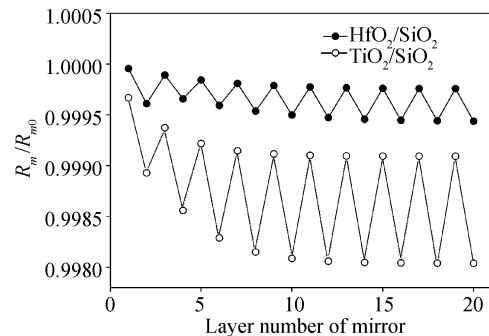


Fig. 2 Variations of R_m/R_{m0} of quarter-wave mirrors against the layer number

3.2 反射时延

从(9b)式可以看到,光线经多层四分之一波长镜反射后有一个相移。考虑到 $\psi_0 = \theta_0$, 由(9b)式可得

$$\begin{aligned} \phi_m = & (K_m \theta_m + I_m K_{m-1} \theta_{m-1} + I_m I_{m-1} K_{m-2} \theta_{m-2} + \\ & \dots + I_m I_{m-1} \dots I_2 K_1 \theta_1 + I_m I_{m-1} \dots I_1 \theta_0) + \\ & \pi \delta (I_m + I_m I_{m-1} + \dots + I_m I_{m-1} \dots I_1), \end{aligned} \quad (12a)$$

上式中第一个括号内的各项分别表示中心频率的光波在各层膜上产生的相移,后面括号内各项则表示偏移中心频率的光波在各层膜上产生的相移。在不考虑介质材料色散的情况下,(12a)式中只有后一项与频率有关。由于反射时延正比于反射相移的一阶导数^[4],于是可求得反射时延 τ_m 为

$$\tau_m = \frac{\pi}{\omega_0} (I_m + I_m I_{m-1} + \dots + I_m I_{m-1} \dots I_1), \quad (12b)$$

由表达式(12b)可见,介质的弱吸收对反射时延并没有什么影响。

在图3中,我们画出了“G(HLHL...)A”镜的反射时延随四分之一波长镜包含的膜层数目 m 变化的曲线,作图时使用的参量与图2相同。图中出现的反射时延随膜层数发生的跳变也是由 I_m 引起的。从该图还可以看到,高低折射率介质的折射率差越大,反射时延越小,光线的穿透深度也越小。这是因为折射率差值大时,实现高反射所需的膜层数目少些,故而光线穿透深度应该小些。在镜子的反射率接近1之后,入射能量在达到靠近基底的几层之前早就被反射回去了,因而在 m 较大时,反射时延不会再随膜层数目的增加而有较大的变化。

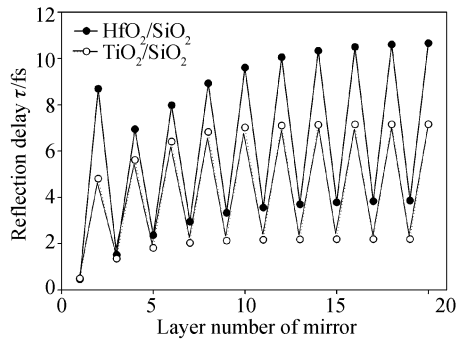


Fig. 3 Variations of reflection delay of quarter-wave mirrors against the layer number

从(11a)和(12b)式,可以归纳出一个权重因子 W_{mj} :

$$W_{mj} = \prod_{k=j}^m I_k, \quad (13)$$

下标“ m ”表示反射镜为 m 层膜堆,“ j ”表示 m 层膜镜中的第 j 层。权重因子 W_{mj} 可以用来定量分析多层介质镜中各层的作用。例如,在弱吸收引起介质镜的反射率下降的情况下,反射率下降等于各层吸收的加权求和,即(11b)式可写为

$$\frac{R_m}{R_{m0}} = \exp(2\phi_m) = \exp\left[-2 \sum_{j=1}^m (W_{mj} \alpha_j d_j)\right], \quad (14)$$

而在反射镜的反射时延中,各层的贡献则分别为 (π/ω_0) 乘以 W_{mj} ,即(12b)写为

$$\tau_m = \frac{\pi}{\omega_0} \sum_{j=1}^m 2W_{mj}, \quad (15)$$

由此可见,权重因子 W_{mj} 可以作为研究介质镜各层作用的重要参量,而在前面我们对 I_m 的讨论,实际上就是对权重因子的影响的讨论。

参 考 文 献

- 1 Brabec T, Krausz F. Intense few-cycle laser fields: frontiers of nonlinear optics. *Rev. Mod. Phys.*, 2000, **72**(2):545~591
- 2 Yang Lisong, Wang Zhongyang, Wang Guiying *et al.*. Focusing of femtosecond gaussian beam by lenses. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2001, **A28**(6):518~522 (in Chinese)
- 3 Babić D I, Corzine S W. Analytic expressions for the reflection delay, penetration depth, and absorptance of quarter-wave dielectric mirrors. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1992, **28**(2):514~524
- 4 Szipocs R, Kohazi-Kis A, Lako S *et al.*. Negative dispersion mirrors for dispersion control in femtosecond lasers: chirped dielectric mirrors and multi-cavity Gires-Tournois interferometers. *Appl. Phys. (B)*, 2000, **70**:S51~S57
- 5 Takada H, Kakehata M, Torizuka K. Broadband high-energy mirror for ultrashort pulse amplification system. *Appl. Phys. (B)*, 2000, **70**:S189~S192
- 6 Jasapara J, Nampoothiri A V V, Rudolph W *et al.*. Physical mechanisms of femtosecond pulse induced damage in dielectric thin-films. *Proc. SPIE*, 2001, **4347**:35~44
- 7 Blaschke H, Arens W, Ristau D *et al.*. Thickness dependence of damage thresholds for 193 nm dielectric mirrors by predamage sensitive photothermal technique. *Proc. SPIE*, 2000, **3902**:242~248
- 8 Chen Xiaowei, Yang Tianxin, Yang Shaoying *et al.*. Design and analysis of double-chirped dielectric mirrors. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(5):586~591 (in Chinese)
- 9 Shirakawa A, Sakane I, Takasaka M *et al.*. Sub-5-fs visible pulse generation by pulse-front-matched noncollinear optical parametric amplification. *Appl. Phys. Lett.*, 1999, **74**(16):2268~2270
- 10 Zhou X, Chen J, Lu Y. Analytical characterization of grating-tuned external-cavity semiconductor lasers. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(18):4138~4141
- 11 Wang J, Chen J. Tracing amplified spontaneous emission inside multi-segment semiconductor lasers. *J. Opt. Commun.*, 1999, **20**(1):8~11
- 12 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. Cambridge Univ. Press, 1999, 65