

# 光学层析重建算法改进的研究

姚红兵 贺安之

(南京理工大学信息物理与工程系, 南京 210094)

**摘要:** 光学层析技术在温度、密度等流场的非接触测试中有着广泛的应用前景,然而光学层析的重建是非完全数据的投影重建,通常采用的代数迭代法不能很好地解决重建精度这一难题。为此提出了一种新的光学层析技术的代数迭代重建算法,在算法中引入了包含先验知识的属性矩阵,并摒弃了通常所采用的对超松弛系数人为的确定取法,采用了变超松弛系数。实验计算结果表明,引入属性矩阵和变超松弛系数的代数迭代法能够较好的重建非完全数据投影的待测场,极大地提高重建精度,较好地与实测结果吻合。

**关键词:** 信息光学; 算法理论; 光学层析; 重建; 属性矩阵; 变超松弛系数

中图分类号: TP391 文献标识码: A

## Improvement of The Reconstruction Algorithm of Optical Computerized Tomography

Yao Hongbing He Anzhi

(Department of Information Physics and Engineering,

Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

(Received 3 December 2002; revised 22 January 2003)

**Abstract:** Optical computerized tomography (OCT) has found wide applications in the noncontact detection of the flow field such as temperature field, density field etc. However, the reconstruction of OCT is a projection reconstruction of incomplete data, and the algebra reconstruction technique usually adopted cannot solve the problem of reconstruction precision very well. A new kind of algebra reconstruction technique is presented. The property matrix including the prior knowledge is introduced. The fixed ultra-relaxation coefficient usually determined artificially is abandoned and an unfixed ultra-relaxation coefficient is adopted in the algorithm. The reconstruction results indicate that the algorithm with property matrix and unfixed ultra-relaxation coefficient can reconstruct the flow field of incomplete data satisfactorily, improve the reconstruction precision greatly, and match the measured results.

**Key words:** information optics; algorithm theory; optical computerized tomography (OCT); reconstruction; property matrix; unfixed ultra-relaxation coefficient

## 1 引 言

在现代航空航天领域,经常需要研究各种待测场的密度或温度分布,例如导弹周围的流场分布、风洞里的温度和压力分布等等<sup>[1,2]</sup>。由于本身有着非接触、无干扰等优点,光学层析技术(OCT)在这类

测试中有着广泛的应用前景。然而,通常情况下,光学层析的重建是非完全数据的投影重建,也就是,相位物体的投影处于有限的观察角范围内或者待测场里含有遮挡物,从而使得光学层析技术和利用完全数据进行重建的医学层析技术有着很大的区别。由于非完全数据的重建方程本身是病态的,因此现阶段通常采用代数迭代法重建技术(ART)进行重建<sup>[3~8]</sup>,但直到现在,还没有一种算法能很好地解决该难题。在本文中,对光学层析的重建方程计算法

E-mail: haz@mail.njust.edu.cn

收稿日期:2002-12-03; 收到修改稿日期:2003-01-22

作了改进,并将之应用于三维温度场的重建,取得了满意的结果。

## 2 光学层析重建算法的改进

对于非完全数据的重建,通常采用的有效算法是代数迭代法。假设一条光线以直线穿过待测三维温度场,则光线在某一层面沿光线通过相位物体路径方向上的光程差可以用下式表示:

$$M = \int_L [n(x, y, z_0) - n_0] ds, \quad (1)$$

式中  $M$  代表光程差,可以由干涉条纹的漂移获得, $n$  和  $n_0$  分别表示被测场折射率和真空折射率,从而可以得到相位差

$$m(P, \theta) = \frac{1}{\lambda} \cdot M(P, \theta), \quad (2)$$

为了重建方便,我们根据图 1 引入如下坐标变换:

$$P = -x \sin \theta + y \cos \theta, \quad \varphi = \arctan(y/x), \quad (3)$$

式中  $\theta$  为观察角, $P$  确定了探测光线的位置。

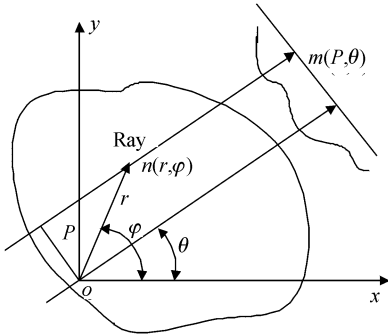


Fig. 1 Schematic of the coordinate transform

通过坐标变换,干涉方程可以用(4)式表示如下:

$$M(P, \theta) = \iint [n(r, \varphi) - n_0] \times \delta[P - \sin(\varphi - \theta)] dx dy, \quad (4)$$

其中, $\delta$  是狄拉克函数,(4)式右端的曲线积分表示了折射率变化率 $[\Delta n(r, \varphi) = n(r, \varphi) - n_0]$ 沿光线通过相位物体路径方向的线积分。上述变换称为拉东(Radon)变换,(4)式右端是 $\Delta n(r, \varphi)$ 的二维拉东变换。由此可见,相位物体的干涉图实际上就是 $\Delta n(r, \varphi)$ 的拉东变换等高图。

对(4)式进行拉东反变换,可得 $\Delta n(r, \varphi) = n(r, \varphi) - n_0$ 的精确解:

$$\Delta n(r, \varphi) = n(r, \varphi) - n_0 = \frac{1}{2\pi^2} \int d\theta \int \frac{[\partial M(P, \theta) / \partial P] dP}{r \sin(\varphi - \theta) - P}. \quad (5)$$

然而,与阿贝尔变换相似,由于实验中只能获得一系

列离散的条纹偏移量 $M(P, \theta)$ ,因而 $M(P, \theta)$ 的具体解析形式不能确定。因此,(5)式在实验中并不实用,通常采用的是代数迭代法。

首先对重建区域进行离散化处理,将重建区域划分成 $L \times N$ 个网格,假设每一个网格里的折射率变化量 $\Delta n_k(x, y)$ 为常量,于是(4)式变为

$$M_i(l, \theta) = \sum_{k=1}^N \Delta n_k(x, y) \cdot A_{ik}, \quad (6)$$

上式中 $i = 1, 2, \dots, I, I = L \times N, L$ 是投影方向数, $N$ 是网格数, $A_{ik}$ 是第 $k$ 个网格里面第 $i$ 根光线的长度,给定初值 $\Delta n_k^{(0)}(x, y)$ ,迭代方程如下:

$$\Delta n_k^{(i)}(x, y) = \Delta n_k^{(i-1)}(x, y) + \omega \frac{M_i(l, \theta) - \sum_{k=1}^n \Delta n_k^{(i-1)}(x, y) A_{ik}}{\sum_{k=1}^n A_{ik} - A_{ik}} \cdot A_{ik}, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (7)$$

然而投影矩阵 $\{A_{ik}\}$ 为一超稀疏矩阵,大部分元素为零,且为不满秩、非负矩阵,从而重建方程是病态的,如果仅仅根据(7)式进行重建,将会和实际结果有明显的出入。

因此,在迭代过程中,我们引入了含有先验知识的属性矩阵 $\mathbf{B}_K (K = 1, 2, \dots, M)$ ,先验知识包括:折射率非负,遮挡物的尺寸、几何形状、空间位置等信息。因此,迭代方程可用下式表示:

$$\chi_k^{(i)} = \mathbf{B}_K \Delta n_k^{(i)}, \quad (8)$$

$$\chi_k^{(i)} = \chi_k^{(i-1)} +$$

$$\omega \frac{M_i(l, \theta) - \sum_{k=1}^n \Delta n_k^{(i-1)}(x, y) A_{ik}}{\sum_{k=1}^n A_{ik} - A_{ik}} \cdot A_{ik}, \quad (9)$$

式中 $\omega$ 为超松弛迭代系数,对迭代过程的收敛性有着重要的影响。通常在迭代中,一般取 $\omega$ 为0到2之间的常量。然而在实际运算中,不同的松弛系数会导致不同的重建精度,因此这种人为的取法是有缺陷的。在我们的迭代算法中,采用了变超松弛系数来获得较佳的重建结果,其步骤如下:

1) 给定初值 $\chi_k^{(0)} = \mathbf{B}_K \Delta n_k^{(0)}$ ;

2) 取超松弛系数 $0 < \omega^{(i)} < 2$ ,这里 $i$ 是迭代次数;

3) 迭代公式如下:

$$\chi_k^{(i)} = \chi_k^{(i-1)} + \omega^{(i)} \frac{M_i(l, \theta) - \sum_{k=1}^n \Delta n_k^{(i-1)}(x, y) A_{ik}}{\sum_{k=1}^n A_{ik} - A_{ik}} \cdot A_{ik}.$$

4) 若  $|M - \chi^{(i)} A|^2 \leq |M - \chi^{(i-1)} A|^2$ , 表明迭代朝最小二乘方向进行, 所选超松弛系数  $\omega^{(i)}$  符合条件, 可继续进行下一步迭代; 反之, 若  $|M - \chi^{(i)} A|^2 > |M - \chi^{(i-1)} A|^2$ , 表明所选超松弛系数不正确, 放弃该次迭代, 跳到 2), 重新选择超松弛系数;

5) 如果  $|\chi^{(i)} - \chi^{(i-1)}| < \epsilon$  ( $\epsilon$  为一极小正数), 迭代结束。

根据以上算法, 我们可以重建任一截面的折射率分布, 结合 Gladstone-Dale 公式和气体状态方程, 可以得到该截面的密度和温度场的分布。

### 3 实验结果及分析

实验中, 待测场为一飞机发动机叶片所产生的温度场, 由法布里-珀罗旋转干涉仪得到的部分多方向干涉图如图 2 所示, 取距叶片表面 10 mm 的截面为重建截面。

根据(7)式所得到的重建结果如图 3 所示, 其中图 3(a)为温度三维分布图, 图 3(b)为等温曲线。迭代中选  $\omega = 0.8$ 。图 4 为引入属性矩阵  $B_k$  和变超松弛系数  $\omega$  后的重建结果, 其中图 4(a)为温度三维分布图, 图 4(b)为等温曲线。

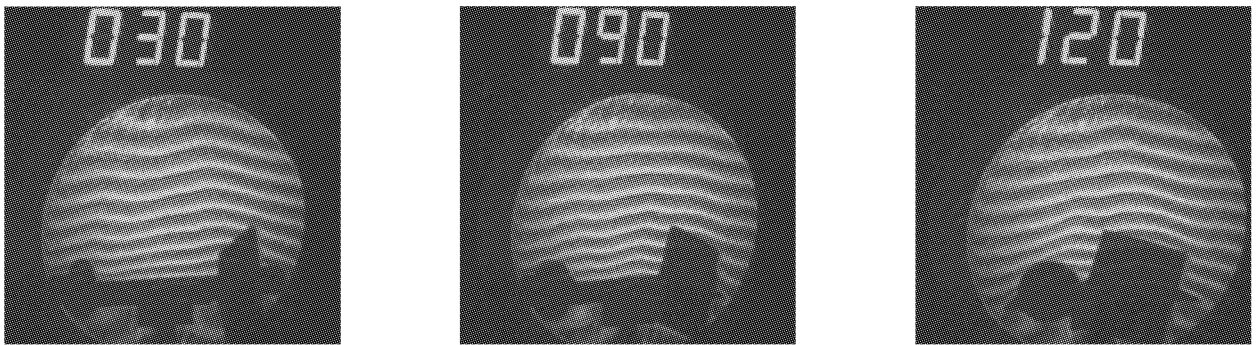


Fig. 2 Three projection interferograms at 30°, 90°, 120° view angles

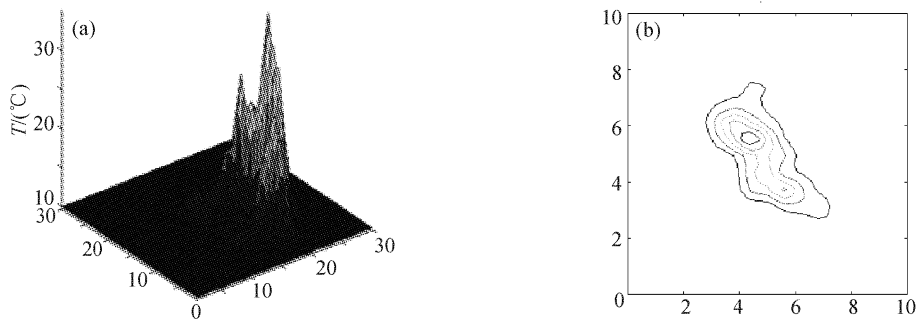


Fig. 3 (a) Three-dimensional temperature distribution of the reconstructed section, (b) temperature topography of the reconstructed section

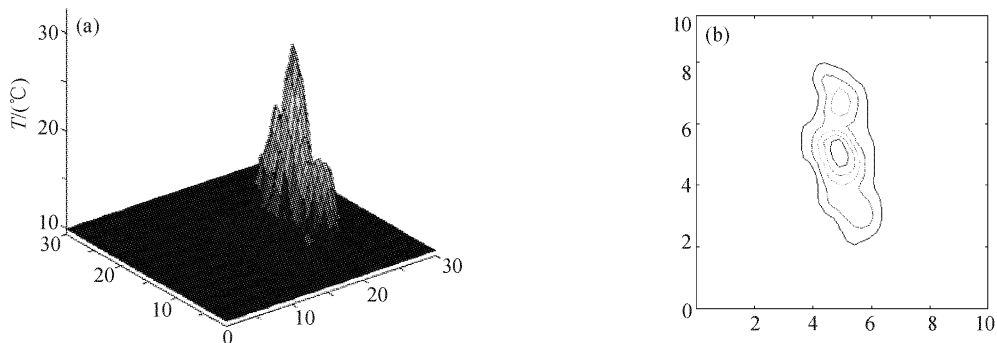


Fig. 4 (a) Three-dimensional temperature distribution of the reconstructed section with  $\omega$  and  $B_k$ , (b) temperature topography of the reconstructed section

比较图 3 与图 4 的重建结果可知,未引入属性矩阵、采用确定超松弛系数的代数迭代法重建场不能分辨出飞机发动机叶片所产生的温度分布,只能给出温度场的大致分布范围,即重建场的分辨率低;同时,在重建场周围有锐利的尖峰存在。图 4 是引入属性矩阵和变超松弛系数后的重建结果,由重建结果可以得知,改进的代数迭代法能够较好的重建待测场,可以较准确地描绘出待测截面的温度分布特征,且边缘无尖峰,这是与客观实际一致的。

实验表明,引入属性矩阵和变超松弛系数的代数迭代法能够较好的重建非完全数据投影的待测场;而未引入属性矩阵和变超松弛系数的代数迭代法重建结果,由于其重建场的分辨率低和边缘尖峰的存在,不符合实际温度场的分布特征。实验表明包含先验知识的属性矩阵以及变超松弛系数在代数迭代法重建三维温度场中起到了关键性的作用。

#### 参 考 文 献

- 1 Hertz H M. Experimental determination of 2-D flame temperature field by interferometric tomography. *Opt. Commun.*, 1985, **54**(3):731~736
- 2 Soller C, Wenskus R. Interferometric tomography for flow visualization of density fields in supersonic jets and connective flow. *Appl. Phys.*, 1994, **33**(14):2921~2932
- 3 Vest C M. Tomography by iterative convolution; empirical study and application to interferometry. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(14):2433~2440
- 4 Wang Zhendong, Shi Mingquan, Li Zhenhua *et al.*. Three-dimensional flow field reconstruction based on parallel projection. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(5):556~559 (in Chinese)
- 5 Dolovich A T, Gladwell G M L. Generalized iterative approach to curved-ray tomography. *Opt. Lasers in Engng.*, 1992, **17**(3~5):684~690
- 6 Yao Wei, Li Zhenhua, He Anzhi. Algebraic reconstruction technique fused with pointwise measurement. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(5):684~690 (in Chinese)
- 7 Natter F. *The Mathematics of Computerized Tomography*. New York: Wiley, 1986. 158~179
- 8 Yao Wei, He Anzhi He. Application of Gabor transformation to the two-dimensional projection extraction in interferometric tomography. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1999, **16**(2):258~261