

文章编号: 0253-2239(2004)12-1701-4

非常偏振光在单轴晶体表面的反射-透射研究*

宋 哲 刘立人 周 煜 刘德安

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 为分析非常偏振光在晶体表面的能量损耗, 给出一种求解反射率和透射率的方法, 即根据电磁场的边值关系以及晶体的双折射和双反射现象, 求解晶体光轴在入射面内时, 非常偏振光从各向同性介质入射到晶体和从晶体出射到各向同性介质两种情况的反射率和透射率的方法, 并给出反射率和透射率的解析解, 同时得到对于晶体光轴在入射面内的情况, 光轴的取向对非常偏振光反射率的大小几乎没有影响, 但对产生全反射的临界角 θ_c 影响较大的结论。实验上用 LiNbO_3 晶体验证了非常偏振光从各向同性介质入射到晶体时的反射率公式。求解方法简单实用, 所给的表达式具有一般性, 可以直接使用。

关键词: 物理光学; 反射率; 透射率; 双折射; 菲涅耳反射

中图分类号: O43 文献标识码: A

Reflection and Transmission of Extraordinary Beam at Uniaxial Crystal Surfaces

Song Zhe Liu Liren Zhou Yu Liu Dean

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 26 June 2003; revised 6 April 2004)

Abstract: For analyzing the energy loss of an extraordinary beam at crystal surfaces, a simple method is proposed to calculate the corresponding reflectivity and transmissivity. According to the boundary relations of the electromagnetic field, and based on the phenomena of double refraction and double reflection in crystals, the reflectivity and transmissivity are deduced at boundary when an extraordinary beam is incident from an isotropic medium upon a crystal or from a crystal to an isotropic medium with optical axis in the incident plane. The change of the direction of the optic axis has influence on the critical angle θ_c but little influence on reflectivity. The reflectivity for e-beam incident upon a crystal from an isotropic medium is experimentally verified with LiNbO_3 crystal. The formulate given in this paper are general and representative.

Key words: physical optics; reflectivity; transmissivity; double refraction; Fresnel reflection

1 引 言

在光学系统中, 菲涅耳反射是引起能量损耗的一个重要因素, 反射率和透射率是反映反射光、折射光与入射光之间能量关系的两个参量。人们熟悉的表示反射光、折射光与入射光振幅和相位关系的菲涅耳公式以及表示能量关系的反射率和透射率^[1,2]

只适用于光在两种各向同性介质分界面上的反射和折射。而晶体是光学各向异性介质, 当光波入射到晶体和从晶体出射时, 在晶体中将发生双折射和双反射现象, 因此对于非常偏振光已有的公式都不再适用。Wooten^[3,4]利用电磁场理论来分析光从空气入射到晶体时界面的菲涅耳反射, 给出三种特殊情况的反射率, 即晶体光轴垂直入射面、光轴垂直界面和光轴在入射面内并平行界面三种情况的反射率。本文根据电磁场边值关系以及晶体的双折射和双反射现象, 分析了光轴在入射面内并与界面成任意角时, 非常偏振光从各向同性介质入射到单轴晶体和

* 国家自然科学基金(60177016)、国家科技部(2002CCA03500)资助课题。

E-mail: zhesong@eyou.com

收稿日期: 2003-06-26; 收到修改稿日期: 2004-04-06

从单轴晶体出射到各向同性介质两种情况的菲涅耳反射,并给出反射率和透射率的一般表达式。

2 非常偏振光从各向同性介质入射到晶体时的情况

对于晶体光轴在入射面内并与界面成 θ 角的情况,电矢量 \mathbf{E} 平行入射面的平面波是非常光。当一电矢量为 \mathbf{E}_1 的非常光射到晶体表面时,将分成一个反射波和一个折射波,均是平面波,电矢量分别为 \mathbf{E}'_1 和 \mathbf{E}_2 ,且都平行入射面。为叙述方便,文中用 \mathbf{F}_1 表示入射量, \mathbf{F}'_1 表示反射量, \mathbf{F}_2 表示折射量。

电矢量的正向和相联系的磁矢量的方向如图 1 所示(磁矢量 \mathbf{H} 垂直纸面并指向纸外)。

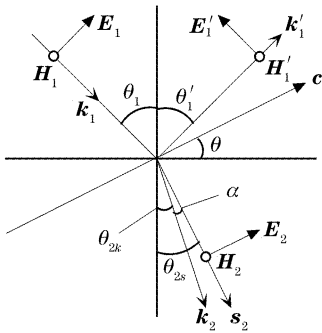


Fig. 1 Directions of \mathbf{E} and \mathbf{H} , when an extraordinary beam incident upon a crystal from an isotropic medium

假设在界面处入射波、反射波和折射波同时取正向或负向,则由电磁场的边值关系式可得到

$$E_1 \cos \theta_1 - E'_1 \cos \theta'_1 = E_2 \cos \theta_{2s}, \quad (1)$$

$$H_1 + H'_1 = H_2, \quad (2)$$

和相位匹配关系:

$$\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}'_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}, \quad (3)$$

其中 $E_1, E'_1, E_2, H_1, H'_1, H_2$ 分别为对应矢量的模。 $\theta_1, \theta'_1, \theta_{2s}$ 分别表示光线入射角、反射角和折射角, \mathbf{k} 是波矢量, \mathbf{r} 是位置矢量。对于各向同性介质,波矢 \mathbf{k} 与光线 \mathbf{s} 平行,所以

$$|\mathbf{H}| = \frac{1}{\mu} |\mathbf{B}| = \frac{1}{\omega\mu} |\mathbf{k} \times \mathbf{E}| = \frac{1}{\omega\mu} |\mathbf{k}| \cdot |\mathbf{E}| \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |\mathbf{E}|, \quad (4)$$

而晶体是各向异性介质, \mathbf{k} 与 \mathbf{s} 之间存在一个离散角 α ,由于 \mathbf{E} 垂直于 \mathbf{s} ,因而

$$|\mathbf{H}| = \frac{1}{\omega\mu} |\mathbf{k}| \cdot |\mathbf{E}| \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cos \alpha |\mathbf{E}|, \quad (5)$$

式中 n 为波矢折射率。将(4)式和(5)式代入(2)式得

$$n_1 E_1 + n_1 E'_1 = n_2 \cos \alpha E_2, \quad (6)$$

将平面波方程和(3)式代入(1)式和(6)式得到

$$A_1 \cos \theta_1 - A'_1 \cos \theta_1 = A_2 \cos(\theta_{2k} + \alpha), \quad (7)$$

$$A_1 \sin \theta_{2k} + A'_1 \sin \theta_{2k} = A_2 \cos \alpha \sin \theta_1, \quad (8)$$

其中 θ_{2k} 是光波折射角, A 是波振幅。求解(7)式和(8)式可得到非常偏振光从各向同性介质入射到晶体时的菲涅耳公式,即

$$\text{反射系数: } r_e = \frac{A'_1}{A_1} = \frac{\sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \alpha - \cos(\theta_{2k} + \alpha) \sin \theta_{2k}}{\sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \alpha + \cos(\theta_{2k} + \alpha) \sin \theta_{2k}}, \quad (9)$$

$$\text{透射系数: } t_e = \frac{A_2}{A_1} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_{2k}}{\sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \alpha + \cos(\theta_{2k} + \alpha) \sin \theta_{2k}}. \quad (10)$$

根据晶体的双折射现象,可求得^[5,6]

$$\tan \theta_{2k} = \frac{2(n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta)}{(n_e^2 - n_o^2) \sin 2\theta + 2n_o n_e \sqrt{(n_o^2 \cos^2 \theta + n_e^2 \sin^2 \theta)/(n_o^2 \sin^2 \theta_1) - 1}}, \quad (11)$$

$$\tan \alpha = \left(\frac{n_o^2}{n_e^2} - 1\right) \frac{\cot(\theta - \theta_{2k})}{1 + (n_o^2/n_e^2) \cot^2(\theta - \theta_{2k})}. \quad (12)$$

由(9)式~(12)式就可得到反射系数和透射系数以入射角 θ_1 和光轴与界面夹角 θ 为自变量的函数表达式。

入射光、反射光和折射光的能量关系可用反射率和透射率表示。因为电磁场的能量密度为

$$w = (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{H} \cdot \mathbf{B})/2,$$

对于各向同性介质,电位移矢量 \mathbf{D} 与电矢量 \mathbf{E} 平行,因而

$$w = \frac{1}{2} \left(\epsilon E^2 + \frac{1}{\mu} B^2 \right) = \epsilon E^2,$$

光强度为

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T v_s w dt = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} A^2, \quad (13)$$

而在各向异性介质中,电位移矢量 \mathbf{D} 与电矢量 \mathbf{E} 不平行的,它们之间有一夹角 α ,所以

$$\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} = |\mathbf{E}| \cdot |\mathbf{D}| \cos \alpha = |\mathbf{E}| (\epsilon_0 n^2 \cos \alpha |\mathbf{E}|) \cos \alpha = \epsilon_0 n^2 |\mathbf{E}|^2 \cos^2 \alpha,$$

$$\text{又根据(5)式可知} \quad \mathbf{H} \cdot \mathbf{B} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}^2 = \frac{1}{\mu} (\sqrt{\epsilon \mu} \mathbf{k} \times \mathbf{E})^2 = \epsilon_0 n^2 |\mathbf{E}|^2 \cos^2 \alpha,$$

因而能量密度 $w = \epsilon_0 n^2 E^2 \cos^2 \alpha$, 光强度为

$$I = \frac{1}{T} \int_0^T \nu_s w dt = \frac{1}{2} \nu_s \epsilon_0 n^2 \cos^2 \alpha A^2 = \frac{1}{2} \frac{\nu_k}{\cos \alpha} \epsilon \cos^2 \alpha A^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \cos \alpha A^2, \quad (14)$$

式中 ν_s 是光线速度, ν_k 是光波的相速度。因此
反射率:

$$R_e = \frac{I'_1 \cos \theta'_1}{I_1 \cos \theta_1} = \frac{A_1'^2}{A_1^2} = r_e^2, \quad (15)$$

透射率:

$$T_e = \frac{I_2 \cos \theta_{2s}}{I_1 \cos \theta_1} = \frac{n_{2k} \cos \alpha \cos \theta_{2s} A_2^2}{n_1 \cos \theta_1 A_1^2} = \frac{\cos \alpha \sin \theta_1 \cos(\theta_{2k} + \alpha)}{\sin \theta_{2k} \cos \theta_1} t_e^2. \quad (16)$$

(15)式、(16)两式相加可以得到

$$R_e + T_e = 1, \quad (17)$$

遵守能量守恒定律,证明反射率和透射率表达式是正确的。

图 2 是非常偏振光从空气入射到铌酸锂晶体 ($n_1 = 1, n_o = 2.2864, n_e = 2.2024$), 光轴与界面分别成 $-45^\circ, 0^\circ$ 和 90° 时, 根据公式计算求得的反射率 R_e 随 θ_1 变化的曲线。图中三条曲线基本重合, 说明光轴的取向对反射率影响不大。当光正入射或近正入射到铌酸锂晶体时反射率约为 15%, 这在实际应用中将引起很大的反射损耗, 因此在晶体透光面需加增透膜。

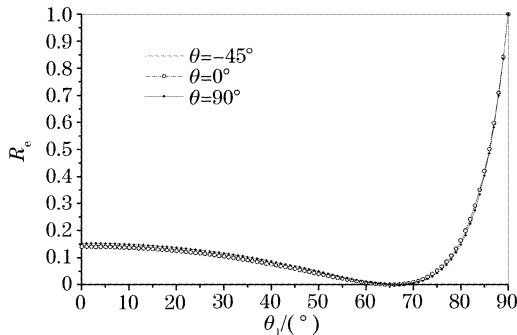


Fig. 2 Dependences of reflectivity R_e on θ_1 when an e-beam incident upon LiNbO₃ crystal from air.

$$(n_1 = 1, n_o = 2.2864, n_e = 2.2024)$$

图 3 是光轴与界面成 45° 时, 反射率的实验值与理论值的比较。实验值与理论值基本吻合, 其中不吻合之处主要是由于实验中所用仪器精度较低和读数有误差等因素造成的。

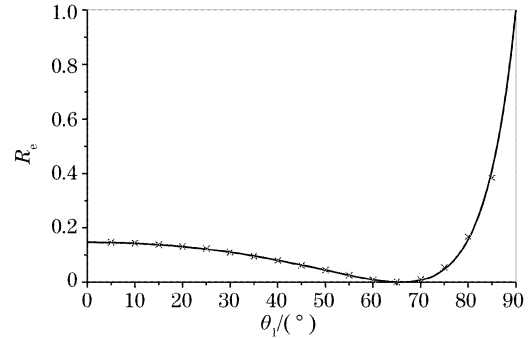


Fig. 3 Dependences of reflectivity R_e on θ_1 when an e-beam incident upon LiNbO₃ crystal from air, the line is theoretic value, and the "x" is experimental value. ($n_1 = 1, n_o = 2.2864, n_e = 2.2024, \theta = 45^\circ$)

3 非常偏振光从晶体出射到各向同性介质时的情况

由于晶体的光学各向异性, 入射光和反射光的波矢量与光线矢量均不重合, 设入射光波矢 \mathbf{k}_1 与光线矢量 \mathbf{s}_1 间的离散角为 α , 反射光波矢 \mathbf{k}'_1 与光线矢量 \mathbf{s}'_1 间的离散角为 α' , 光波入射角为 θ_{1k} 、反射角为 θ'_{1k} , 光线入射角为 θ_{1s} 、反射角为 θ'_{1s} , θ_2 表示折射角, 光轴与界面成 θ 角, 如图 4 所示。

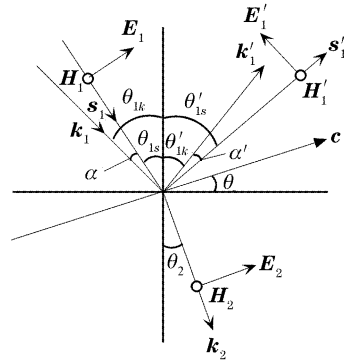


Fig. 4 Directions of \mathbf{E} and \mathbf{H} , when an extraordinary beam incident upon an isotropic medium from a crystal
则根据电磁场边值关系可得到

$$E_1 \cos \theta_{1s} - E'_1 \cos \theta'_{1s} = E_2 \cos \theta_2, \quad (18)$$

$$n_1 E_1 \cos \alpha + n'_1 E'_1 \cos \alpha' = n_2 E_2, \quad (19)$$

将平面波方程和(3)式代入(18)式和(19)式得

$$A_1 \cos \theta_{1s} - A'_1 \cos(\theta'_{1k} + \alpha') = A_2 \cos \theta_2, \quad (20)$$

$$A_1 \sin \theta'_{1k} \sin \theta_2 \cos \alpha + A'_1 \sin \theta_{1k} \sin \theta_2 \cos \alpha' = \sin \theta_{1k} \sin \theta'_{1k} A_2. \quad (21)$$

求解(20)式、(21)式可得到非常偏振光从晶体出射到各向同性介质时的菲涅耳公式

$$r_e = \frac{A'_1}{A_1} = \frac{\cos \theta_{1s} \sin \theta_{1k} \sin \theta'_{1k} - \sin \theta'_{1k} \sin \theta_2 \cos \theta_2 \cos \alpha}{\cos(\theta'_{1k} + \alpha') \sin \theta_{1k} \sin \theta'_{1k} + \sin \theta_{1k} \sin \theta_2 \cos \theta_2 \cos \alpha'}, \quad (22)$$

$$t_e = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\cos \theta_{1s} \sin \theta_{1k} \sin \theta_2 \cos \alpha' + \sin \theta'_{1k} \sin \theta_2 \cos \alpha \cos(\theta'_{1k} + \alpha')}{\cos(\theta'_{1k} + \alpha') \sin \theta_{1k} \sin \theta'_{1k} + \sin \theta_{1k} \sin \theta_2 \cos \theta_2 \cos \alpha'}, \quad (23)$$

同样根据晶体的双反射现象,可以求出 $\theta_{1k}, \theta'_{1k}, \alpha, \alpha'^{[1,5,6]}$, 从而得到反射系数和透射系数以光线入射角 θ_{1s} 和光轴与界面夹角 θ 为自变量的函数表达式。值得注意的是,当光线正入射或近正入射时,由于晶体的光学各向异性,光波法线与光线不重合,会出现光波法线与光线在界面法线两侧的情况,即 $\theta_{1k} < 0$, 因此在这种情况下相应的 θ'_{1k} 也应取负值。

在实际应用中通常光是从晶体出射到空气中,则 $n_2 < n_1, n_2 < n'_1$, 所以当 θ_{1s} 大于临界角 θ_c 时将发生全反射,此时 r_e 为复数,其模表示反射光与入射光的实振幅比,幅角表示反射时的相位变化。

反射率和透射率可表示为

$$R_e = \frac{I'_1 \cos \theta'_{1s}}{I_1 \cos \theta_{1s}} = \frac{n'_1 \cos \alpha' \cos \theta'_{1s}}{n_1 \cos \alpha \cos \theta_{1s}} \left(\frac{A'_1}{A_1} \right)^2 = \frac{\sin \theta_{1k} \cos \alpha' \cos(\theta'_{1k} + \alpha')}{\sin \theta'_{1k} \cos \alpha \cos \theta_{1s}} \cdot (r_e)^2, \quad (24)$$

$$T_e = \frac{I_2 \cos \theta_2}{I_1 \cos \theta_{1s}} = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \alpha \cos \theta_{1s}} \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 = \frac{\sin \theta_{1k} \cos \theta_2}{\sin \theta_2 \cos \alpha \cos \theta_{1s}} (t_e)^2. \quad (25)$$

图 5 是非常偏振光从铌酸锂晶体出射到空气 ($n_o = 2.2864, n_e = 2.2024, n_2 = 1$), 光轴与界面分别成 $-75^\circ, -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ$ 和 90° 时,根据公式计算求得的反射率 R_e 随 θ_{1s} 变化的曲线。从图中可以看出反

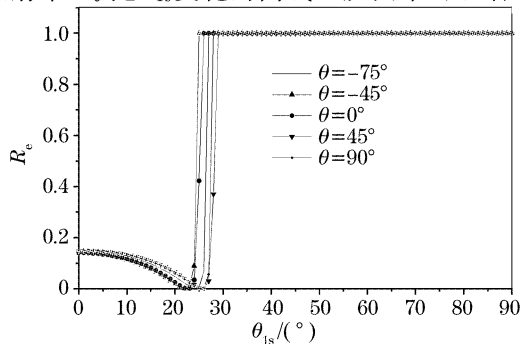


Fig. 5 Dependences of reflectivity R_e on θ_{1s} when an e-beam incident upon air from LiNbO_3 crystal.

$$(n_2 = 1, n_o = 2.2864, n_e = 2.2024)$$

射率的大小与光轴的取向几乎没有关系,但改变光轴的取向对产生全反射的临界角 θ_c 影响较大,光轴与界面的夹角 θ 约在 $-65^\circ < \theta < 15^\circ$ 时 e 光产生全反射的临界角 θ_c 小于 o 光的临界角

$$\theta_{co} = \arcsin(1/n_o) \approx 25.9^\circ,$$

其余情况大于 o 光临界角,在实际应用中应注意。

结论 给出一种求解反射率和透射率的方法。根据电磁场的边界条件,以及晶体的双折射和双反射现象,推导出晶体光轴在入射面内时,非常偏振光从各向同性介质入射到晶体和从晶体出射到各向同性介质两种情况,表示反射光、折射光和入射光的振幅和相位关系的菲涅耳公式,以及表示他们能量关系的反射率和透射率表达式,并通过理论计算,得到晶体光轴的取向对 e 光反射率的大小几乎没有影响,但对产生全反射的临界角 θ_c 影响较大的结论,实验上利用 LiNbO_3 晶体验证了非常偏振光从各向同性介质入射到晶体表面时的反射率公式。这种计算方法简单,所得的公式具有普遍性,在实际应用中可以直接利用。

参 考 文 献

- 1 Liang Quanting. *Physics Optics* (物理光学). Beijing: Mechanic and Industry Press, 1987 (in Chinese)
- 2 Born M, Wolf E. *Principles of Optics*. 7th. ed. Cambridge: Cambridge University Press, Seventh edition, 1999
- 3 Mosteller L P, Wooten F. Optical properties and reflectance of uniaxial absorbing crystals. *J. Opt. Soc. Am.*, 1968, **58**(4): 511~518
- 4 Wooten F. Reflectivity of uniaxial absorbing crystals. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(23): 4226~4227
- 5 Yariv A, Yeh P. *Optical Waves in Crystals*. New York: John Wiley and Sons Inc., 1984
- 6 Jiang Minhua. *Crystal Physics* (晶体物理). Ji'nan: Shandong Technology Press, 1980 (in Chinese)