

文章编号: 0253-2239(2004)12-1683-5

# 光纤光栅法布里-珀罗腔中受激布里渊散射的 理论研究\*

沈一春 章献民 陈抗生

(浙江大学信息与电子工程学系, 杭州 310027)

**摘要:** 对光纤光栅法布里-珀罗腔中稳态受激布里渊散射模型进行了理论分析,在其耦合强度方程组基础上,推导出仅产生一阶斯托克斯波时,耦合强度方程组的解析表达式,由此计算出光纤光栅法布里-珀罗腔中抽运波与斯托克斯波透射功率和反射功率。对于光纤光栅法布里-珀罗腔中二阶斯托克斯波的产生,推导出光纤光栅法布里-珀罗腔入射端抽运波的解析表达式和忽略光纤损耗时能量守恒方程,利用 Shooting 和 L-M 算法数值求解出耦合强度方程组。分析讨论了抽运波,一阶斯托克斯波和二阶斯托克斯波的反射与透射功率随着入射波功率变化的情况。最后,仿真出光纤光栅法布里-珀罗腔中,抽运波与斯托克斯波沿腔长分布的情况。

**关键词:** 光通信技术; 法布里-珀罗腔; 光纤光栅; 受激布里渊散射

中图分类号: TN253 文献标识码: A

## Theoretical Analysis of Stimulated Brillouin Scattering in Fiber Grating Based Fabry-Perot Resonator

Shen Yichun Zhang Xianmin Chen Kangsheng

(Department of Information and Electronic Engineering,

Zhejiang University, Hangzhou 310027)

(Received 17 January 2004; revised 30 April 2004)

**Abstract:** The model of stimulated Brillouin scattering in fiber grating based Fabry-Perot resonator is studied. The analytical solution of steady state stimulated Brillouin scattering equations for the first-order Stokes wave is given, and its transmission power and reflection power are calculated. The analytical solution of pump wave at incident end and the equation of energy conservation with neglecting fiber attenuation are obtained. Numerical solution for second-order Stokes wave is then given using Shooting and Levenberg-Marguardt (L-M) methods under the boundary conditions. The dependence of the transmission power and reflection power of pump wave and Stokes wave on incident wave power is investigated. Furthermore, the distribution of the power of pump wave and Stokes wave in the Fabry-Perot resonator is simulated and discussed.

**Key words:** optical communication technology; Fabry-Perot resonator; fiber grating; stimulated Brillouin scattering

## 1 引 言

受激布里渊散射(SBS)是光纤通信和光纤传感

中主要的非线性现象之一<sup>[1~4]</sup>。光纤环、光纤谐振腔中的受激布里渊散射现象可以广泛应用于光纤激光器、微波光子学、光纤传感等领域<sup>[5~7]</sup>。由于光反射的存在,光纤环、光纤谐振腔中的受激布里渊散射与常规光纤中的受激布里渊散射有着很大的不同,其理论分析方法也有着较大的区别。存在光反射时,光纤中受激布里渊散射会发生周期、准周期和混沌等现

\* 国家自然科学基金(60271010)、浙江省自然科学基金(602064)资助课题。

E-mail: zhangxm@zju.edu.cn

收稿日期:2004-01-17;收到修改稿日期:2004-04-30

象<sup>[8~10]</sup>。Randoux 等研究后发现,光纤环和光纤谐振腔的光纤长度对受激布里渊散射的稳定影响较大,只有在光纤长度足够短时,才会对任意的输入抽运波产生稳定的布里渊输出<sup>[11]</sup>。而光纤光栅法布里-珀罗腔理论上可以有任意短的腔长,如果将光纤光栅重叠刻写,甚至可以实现负腔长,因而利用光纤光栅法布里-珀罗腔可以得到稳定的布里渊输出。Ogusu 研究了光纤谐振腔内的受激布里渊散射<sup>[12,13]</sup>。与光纤谐振腔不同,光纤光栅法布里-珀罗腔由于其反射率可调谐,腔长可变等特性,使得光纤光栅法布里-珀罗腔中的受激布里渊散射变得更加复杂。Lecoeuche 初步研究了超窄带光纤光栅布里渊激光器,但至今未见有关光纤光栅法布里-珀罗腔中稳态受激布里渊散射的研究报道<sup>[14]</sup>。本文对光纤光栅法布里-珀罗腔中稳态受激布里渊散射模型进行了理论研究。

## 2 理论分析

光纤中布里渊散射过程是抽运波、斯托克斯波通过声波进行的非线性相互作用,用来描述布里渊

散射过程中参量特性的经典数学模型是三个耦合振幅方程。但在连续抽运或准连续抽运条件下,假设声波在布里渊散射过程中会很快地衰减,三个耦合方程可以简化为稳态条件下耦合强度方程

$$dI_s/dz = -g_B I_p I_s + \alpha I_s, \quad (1)$$

$$dI_p/dz = -g_B I_p I_s - \alpha I_p, \quad (2)$$

式中  $I_s$  是斯托克斯光强,  $I_p$  是抽运光强,  $\alpha$  为光纤衰减系数,  $g_B$  为布里渊增益系数。

但是在光纤光栅法布里-珀罗腔中,由于光反射的存在,受激布里渊散射很容易产生高阶斯托克斯波。如图 1 所示,正向抽运波达到阈值后,产生负向一阶斯托克斯波,同时在腔长的末端受到反射,形成负向抽运波,与负向一阶斯托克斯波在光纤入射端反射后形成的正向一阶斯托克斯波相互作用。与此类似,一阶斯托克斯波达到阈值后会产生二阶斯托克斯波,二阶斯托克斯波会产生三阶斯托克斯波,这里假设产生的最高阶斯托克斯波为  $N$  阶。因而光纤光栅法布里-珀罗腔中受激布里渊散射耦合强度方程与(1)式、(2)式不再相同,而是

$$\frac{\partial I_p^\pm(z)}{\partial z} = \mp \alpha I_p^\pm(z) \pm \mu g_B I_p^\pm(z) I_{s1}^\mp(z), \quad (3)$$

$$\frac{\partial I_{s1}^\pm(z)}{\partial z} = \mp \alpha I_{s1}^\pm(z) \pm g_B [I_p^\mp(z) - I_{s2}^\mp(z)] I_{s1}^\pm(z), \quad (4)$$

$$\frac{\partial I_{s2}^\pm(z)}{\partial z} = \mp \alpha I_{s2}^\pm(z) \pm g_B [I_{s1}^\mp(z) - I_{s3}^\mp(z)] I_{s2}^\pm(z), \quad (5)$$

.....

$$\frac{\partial I_{sN}^\pm(z)}{\partial z} = \mp \alpha I_{sN}^\pm(z) \pm g_B I_{s(N-1)}^\mp(z) I_{sN}^\pm(z), \quad (6)$$

(3)式~(6)式中  $I_p(z)$  和  $I_{sj}(z)$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ) 分别对应着光纤光栅法布里-珀罗腔中抽运波强度和第  $j$  阶斯托克斯波强度,符号“+”和“-”是指图 1 中的正向和负向。

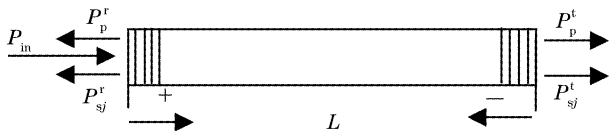


Fig. 1 SBS in fiber grating based F-P resonator

设光纤光栅法布里-珀罗腔长为  $L$ , 由于其两端存在光的反射,受激布里渊散射中的抽运波和各阶斯托克斯波强度必须满足如下边界条件:

$$I_p^+(0) = (1 - R_{p0}) I_{in} + R_{p0} I_p^-(0), \quad (7)$$

$$I_{sj}^+(0) = R_{sj0} I_{sj}^-(0), \quad (8)$$

$$I_p^-(L) = R_{pL} I_p^+(L), \quad (9)$$

$$I_{sj}^-(L) = R_{sjL} I_{sj}^+(L), \quad (10)$$

这里  $I_{in}$  是光纤光栅法布里-珀罗腔入射波光强,  $R_{p0}$ 、 $R_{sj0}$  和  $R_{pL}$ 、 $R_{sjL}$  是抽运波和各阶斯托克斯波在光纤光栅法布里-珀罗腔初始端和末端的反射率。

这样由(3)式~(10)式就可以描绘出受激布里渊散射在光纤光栅法布里-珀罗腔中强度分布的稳态特性。构成光纤光栅法布里-珀罗腔的光纤光栅多样性,使得受激布里渊散射在光纤光栅法布里-珀罗腔中和光纤法布里-珀罗腔、光纤环中大为不同。超窄带(带宽小于布里渊频移)对称光纤光栅法布里-珀罗腔可以作为光纤布里渊激光器,抑制高阶斯托克斯波,仅产生一阶斯托克斯波。合理的设计光纤光栅,使得 1 到  $j$  阶斯托克斯波在光纤的两端完全反射,  $j+1$  阶斯

托克斯波部分反射, 就可以得到  $j+1$  阶斯托克斯波, 这给光纤传感和微波信号的产生带来很大的方便。由非对称宽带光纤光栅构成的光纤法布里-珀罗腔中产生的受激布里渊散射现象会更加复杂。

### 3 数值计算和讨论

光纤光栅法布里-珀罗腔的受激布里渊散射的耦合强度方程组没有解析解, 数值计算也相对较为复杂。采用文献[15]的 Shooting 算法和文献[16]中 L-M 算法相结合来数值求解耦合强度方程组。具体如下: 首先假设入射端负向抽运波强度  $I_p^-(0)$  和各阶负向斯托克斯强度  $I_{sj}^-(0)$  一组初值, 给定入射光强  $I_{in}$ , 利用(7)式、(8)式计算出入射端正向抽运波强度  $I_p^+(0)$  和正向斯托克斯波强度  $I_{sj}^+(0)$ , 将  $I_p^-(0)$ 、 $I_{sj}^-(0)$ 、 $I_p^+(0)$ 、 $I_{sj}^+(0)$  代入(3)式~(6)式中, 利用 Shooting 算法计算出光纤光栅法布里-珀罗腔末端正向负向的抽运波强度  $I_p^-(L)$ 、 $I_p^+(L)$  和各阶斯托克斯波强度  $I_{sj}^-(L)$ 、 $I_{sj}^+(L)$ , 通过 L-M 算法调整  $I_p^-(0)$ 、 $I_{sj}^-(0)$  的初值直至满足边界条件(9)式、(10)式。可以计算出光纤光栅法布里-珀罗腔受激布里渊散射的强度分布和反射、透射光功率:

$$P_p^r = R_{p0} I_{in} A_{eff} + (1 - R_{p0}) I_p^-(0) A_{eff}, \quad (11)$$

$$P_p^t = (1 - R_{pL}) I_p^+(L) A_{eff}, \quad (12)$$

$$P_{sj}^r = (1 - R_{sj0}) I_{sj}^-(0) A_{eff}, \quad (13)$$

$$P_{sj}^t = (1 - R_{sjL}) I_{sj}^+(L) A_{eff}, \quad (14)$$

式中  $P_p^r, P_p^t$  分别为抽运波的反射功率和透射功率,  $P_{sj}^r, P_{sj}^t$  分别为各阶斯托克斯波的反射功率和透射功率,  $A_{eff}$  为光纤有效截面积。

考虑仅一阶斯托克斯波产生情况。光纤法布里-珀罗腔由两个对称布拉格光栅构成, 如图 1 所示。使用了 1 m 保偏光纤以减小偏振态的影响和产生稳定的输出。对于 1550 nm 的抽运光, 布里渊频移  $V_B$  为 11 GHz 左右, 增益谱宽  $\Delta V_B$  约为 30 MHz。光纤光栅法布里-珀罗腔的自由频谱 (FSR: 100 MHz) 比布里渊增益谱宽要大, 因此是单模输出。布拉格光纤光栅的中心频率调谐到斯托克斯波的频率, 其带宽小于布里渊频移  $V_B$ , 避免高阶斯托克斯波的产生。抽运波和一阶斯托克斯波在布拉格光栅的反射率分别为  $R_{p0} = R_{pL} = 0.3$  和  $R_{s10} = R_{s1L} = 0.8$ , 其他高阶斯托克斯波的反射率为 0, 由于光纤比较短, 忽略光纤损耗 ( $\alpha = 0$ ), 光纤光栅法布里-珀罗腔的强度耦合方程组有解析解:

$$I_p^\pm(z) = [I_p^\pm(0) - I_{s1}^\pm(0)] \frac{I_p^\pm(0) \exp\{\pm g_B [I_p^\pm(0) - I_{s1}^\pm(0)] z\}}{I_p^\pm(0) \exp\{\pm g_B [I_p^\pm(0) - I_{s1}^\pm(0)] z\} - I_{s1}^\pm(0)}, \quad (15)$$

$$I_{s1}^\pm(z) = [I_{s1}^\pm(0) - I_p^\pm(0)] \frac{I_{s1}^\pm(0)}{I_p^\pm(0) \exp\{\mp g_B [I_p^\pm(0) - I_{s1}^\pm(0)] z\} - I_{s1}^\pm(0)}. \quad (16)$$

布里渊增益参量  $g_B = 5.0 \times 10^{-11}$  m/W, 光纤有效截面积  $A_{eff} = 30 \mu\text{m}^2$ , 由(7)式~(16)式计算出光纤光栅法布里-珀罗腔的反射功率及透射功率如图 2 所示。

图 2 中, 入射光功率较小时, 抽运透射光功率和反射光功率随着入射的光功率的增加而增加, 而斯托克斯光的透射功率和反射光功率很小, 处于自发

散射状态。当入射光功率增至 270 mW 左右后, 斯托克斯波达到了阈值, 其透射和反射功率迅速增加, 抽运光的透射功率则很快下降, 而反射功率只是缓慢增加。入射光功率达到 640 mW 左右后, 受激布里渊散射处于饱和状态, 抽运波的透射功率开始增加。但斯托克斯波由于达到饱和状态, 其反射功率

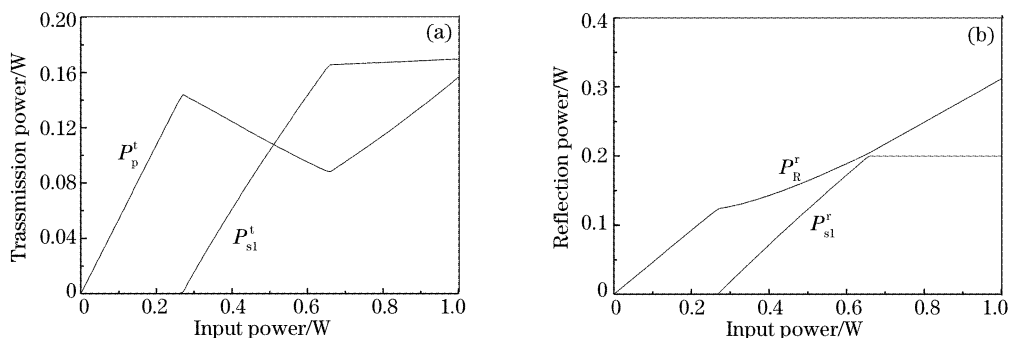


Fig. 2 Transmission (a) and reflection (b) power of the pump wave and the 1st order Stokes wave as functions of input power

和透射功率几乎保持不变。从图 2 中可以看出,由于抽运波和斯托克斯波在光纤光栅法布里-珀罗腔内反射,一阶斯托克斯波的受激布里渊散射阈值仅为 270 mW 左右,远小于 Smith 方法估算的 1 m 光纤的布里渊散射阈值 (12.6 W)。图 3 为入射光为 800 mW 时,光纤光栅法布里-珀罗腔的抽运波和斯托克斯波的功率分布图。腔内斯托克斯波功率要大于抽运波功率,正向抽运波和负向斯托克斯波的功率沿着腔长不断的减小,而负向抽运波和正向斯托克斯波的功率则增加很小。

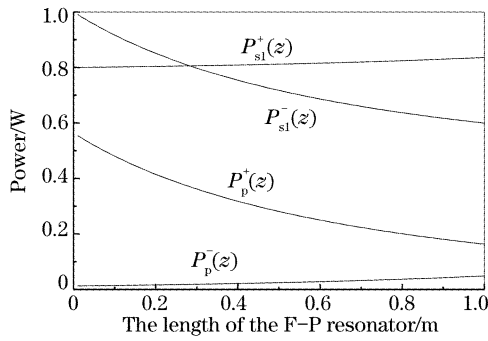


Fig. 3  $z$ -profile of the pumping power and Stokes power

光纤光栅法布里-珀罗腔中的受激布里渊散射容易产生高阶斯托克斯波,将布拉格光栅的中心频率调谐到一阶斯托克斯波频率,其余光纤光栅法布里-珀罗腔的参量和图 2 一样,则会产生二阶斯托克斯波。在布拉格光栅处,抽运波和斯托克斯波的反射率分别为  $R_{p0} = R_{pL} = 0.3$ ,  $R_{s10} = R_{s1L} = 0.8$ ,  $R_{s20} = R_{s2L} = 0.3$ 。忽略光纤损耗,由耦合强度方程组推出

$$I_p^+(z) + I_{s2}^+(z) - I_{s1}^-(z) = A, \quad (17)$$

$$I_p^-(z) + I_{s2}^-(z) - I_{s1}^+(z) = B, \quad (18)$$

$$I_p^+(z) I_{s2}^+(z) = C, \quad (19)$$

$$I_p^-(z) I_{s2}^-(z) = D, \quad (20)$$

式中  $A, B, C, D$  均为常数。由 (19) 式、(20) 式和边界条件 (7) 式 ~ (10) 式可以得到

$$I_p^+(0) = \frac{1 - R_{p0}}{1 - R_{p0} R_{pL} R_{s20} R_{s2L}} I_{in}, \quad (21)$$

$$I_p^-(0) = \frac{(1 - R_{p0}) R_{pL} R_{s20} R_{s2L}}{1 - R_{p0} R_{pL} R_{s20} R_{s2L}} I_{in}, \quad (22)$$

忽略光纤损耗,由 (17) 式、(18) 式和边界条件 (7) 式 ~ (10) 式可以得到,光纤光栅法布里-珀罗腔受激布里渊散射稳态条件下,能量守恒方程

$$\begin{aligned} & (1 - R_{p0}) I_p^-(0) + (1 - R_{s10}) I_{s1}^-(0) + \\ & (1 - R_{s20}) I_{s2}^-(0) + (1 - R_{pL}) I_p^+(L) + \\ & (1 - R_{s1L}) I_{s1}^+(L) + (1 - R_{s2L}) I_{s2}^+(L) - \\ & (1 - R_{p0}) I_{in} = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

(21) 式、(22) 式为耦合方程组的初始条件之一,结合能量守恒式 (23) 作为约束条件,利用 Shooting 和 L-M 算法可以计算出抽运波,一阶斯托克斯波和二阶斯托克斯波随入射波的变化关系图,如图 4 所示。从图 4 可以看出,入射波功率很小时,光纤光栅法布里-珀罗腔中的受激布里渊散射处于自发散射状态,一阶斯托克斯和二阶斯托克斯透射波和反射波几乎为零。入射波功率的增加到 100 mW 左右时开始出现一阶斯托克斯波,此时的二阶斯托克斯波则是自发散射,功率很小。抽运波的透射波一部分能量转给了一阶斯托克斯波,缓慢的增加。一阶斯托克斯波的透射波几乎是线性增加。当入射光功率增大到 350 mW 左右后,二阶斯托克斯波从自发状态变为受激状态,功率得以迅速增大。入射光功率达到 700 mW 左右后,二阶斯托克斯波的透射功率和反射功率已经超过一阶斯托克斯波,逐渐占据主导地位。当入射波功率大于 2.6 W 时,光纤光栅法布里-珀罗腔中受激布里渊散射达到饱和状态,一阶斯托克斯波的透射波和反射波功率随着入射波功率的增加几乎不变,入射波的功率大部分转给了抽运波和二阶斯托克斯波,此时随着入射波功率的增加,抽运波的透射波和二阶斯托克斯波的反射波功率迅速增加。从图 4 中可以看出,随着入射波功率的增加,

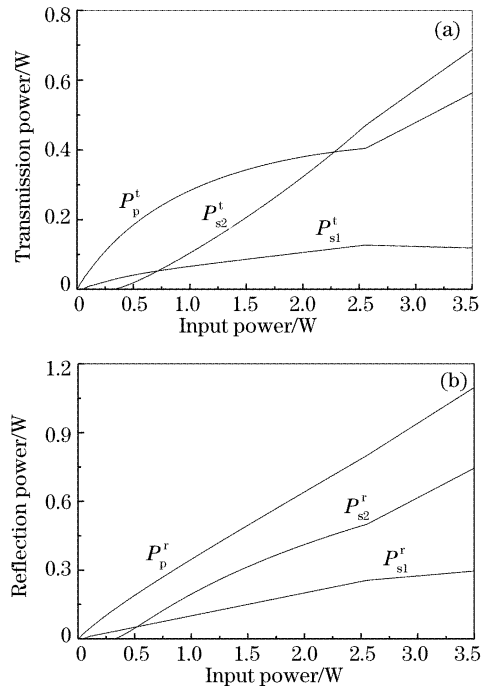


Fig. 4 Transmission (a) and reflection (b) power of the pump wave, the 1st and 2nd order Stokes wave as functions of input power

抽运波的反射波功率是几乎是线性增加,其斜率大约为  $R_{p0}$ 。

入射功率为 3.5 W 时,光纤光栅法布里-珀罗腔中的抽运波,一阶斯托克斯波和二阶斯托克斯波的功率沿着腔长分布如图 5。从图中可以看出,抽运波正向波,一阶斯托克斯波正负向波,二阶斯托克斯波的负向波的光功率均沿着腔长减小,而仅有抽运波负向波和二阶斯托克斯波正向波的光功率沿着腔长增加。抽运波的正向波衰减最厉害,损耗了一半以上的功率。二阶斯托克斯波正向波的光功率增长幅度最大,增加了两倍以上的功率,大概在腔长 0.86 m 处光功率就已经超过了所有其他波的光功率。一阶斯托克斯波负向波光功率沿腔长不断地减小。其余波光功率则变化幅度较小。由于布里渊散射受激饱和,一阶斯托克斯波的正向负向波在腔长 0.6 m 以后几乎保持不变,抽运波的负向波由于布里渊损耗,成为所有波中沿腔长功率最小的波。

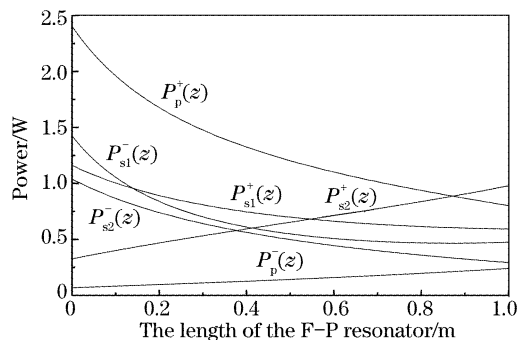


Fig. 5  $z$ -profile of the pumping power and 1st, 2nd order Stokes power

**结论** 理论分析了光纤光栅法布里-珀罗腔模型,推导出耦合强度方程组的解析表达式,由此计算出光纤光栅法布里-珀罗腔中抽运波与斯托克斯波透射功率和反射功率,并加以讨论。光纤光栅法布里-珀罗腔中受激布里渊散射的理论分析和仿真对于研究可调谐光纤布里渊激光器提供了一定的指导意义,能够更好地研究和设计超窄带大功率全光纤激光器。

### 参 考 文 献

1 Agrawal G P. *Nonlinear Fiber Optics & Application of Nonlinear Fiber Optics* (非线性光纤光学原理及应用). Jia Dongfang transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2002, 14~15 (in Chinese)

2 Yang Jianliang, Tu Tao, Zha Kaide. Influence of incident polarization state on performance for SBS suppression of CATV transmitter. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(1): 28~31 (in Chinese)

3 Jiang Hongtao, Zha Kaide. Laser dithering to suppress stimulated Brillouin scattering in optical fiber AM CATV externally modulated transmission system. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(8): 1034~1039 (in Chinese)

4 Yang Jianliang, Guo Zhaonan, Zha Kaide. Experimental study of phase modulation for SBS suppression in optical fiber CATV system. *Chin. J. Lasers* (中国激光), 2001, **28**(5): 439~442 (in Chinese)

5 Leconuche V, Randoux S, Ségard B *et al.*. Dynamics of a Brillouin fiber ring laser: off-resonant case. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **53**(4): 2822~2828

6 Norcia S, Tonda-Goldstein S, Dolfi D *et al.*. Efficient single-mode Brillouin fiber laser for low-noise optical carrier reduction of microwave signals. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(20): 1888~1890

7 Stepanov Dmitrii Yu, Basette Ian M, Cowle Greg J. Bidirectional Brillouin/erbium fiber ring laser and its application to current sensing. CLEO '98 CWR3

8 Harrison R G, Uppal J S, Johnstone A *et al.*. Evidence of chaotic stimulated Brillouin scattering in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**(2): 167~170

9 Dammig M, Zinner G, Mitschke F *et al.*. Stimulated Brillouin scattering in fibers with and without external feedback. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **48**(4): 3301~3309

10 Harrison Robert G, Ripley Paul M, Lu Weiping. Observation and characterization of deterministic chaos in stimulated Brillouin scattering with weak feedback. *Phys. Rev. (A)*, 1994, **49**(1): R24~R27

11 Randoux S, Lecoeuche V, Ségard B *et al.*. Dynamical analysis of Brillouin fiber lasers: an experimental approach. *Phys. Rev. (A)*, 1995, **51**(4): R4345~R4348

12 Ogusu Kazuhiko, Sakai Akane. Generation and dynamics of cascaded stimulated Brillouin scattering in a high-finesse fiber Fabry-Perot resonator. *J. Appl. Phys.*, 2002, **41**(2A): 609~616

13 Ogusu Kazuhiko. Analysis of steady-state cascaded stimulated Brillouin scattering in a fiber Fabry-Perot resonator. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2002, **4**(7): 947~949

14 Lecoeuche V, Niay P, Douay M *et al.*. Bragg grating based Brillouin fibre laser. *Opt. Commun.*, 2002, **177**(15): 303~306

15 Ja Y H. Using the shooting method to solve boundary-value problems involving nonlinear coupled-wave equations. *Opt. Quant. Electron.*, 1983, **15**(9): 529~538

16 Budil D E, Lee S, Saxena S *et al.*. Nonlinear-least-squares analysis of slow-motion EPR spectra in one and two dimensions using a modified Levenberg-Marquardt algorithm. *J. Magnetic Resonance*, 1996, **Series A 120** (0113): 155~189