

文章编号: 0253-2239(2004)12-1612-5

## 利用超格子模型对布拉格光纤的研究\*

王 智<sup>1</sup> 荆 涛<sup>1</sup> 周志华<sup>1</sup> 任国斌<sup>2</sup> 娄淑琴<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 北京交通大学电子信息工程学院现代通信网实验中心, 北京 100044)  
(<sup>2</sup> 北京交通大学光波所, 北京 100044)

**摘要:** 为了研究布拉格光纤的模式特征和传输特性,提出了超格子模型,利用傅里叶级数表示光纤横向折射率分布,利用平面波展开法分析布拉格光纤的能带结构,基于厄米-主斯函数的局域正交函数展开法,从全矢量耦合波动方程出发,得到关于模式传播常量和电场展开系数的本征方程,从而分析布拉格光纤的模式特征。以高折射率芯布拉格光纤为例,实现了该算法,得到基模与二次模的横向电场分布、基模色散曲线和模式双折射。基模的模式双折射可用于衡量算法的精度,结果表明该算法精度较高。超格子模型不仅可以用于研究高折射率芯布拉格光纤,而且同样可以研究低折射率区域导光的布拉格光纤。

**关键词:** 导波与光纤光学; 布拉格光纤; 超格子; 模式特征

中图分类号: TN929.11 文献标识码: A

## Investigation of the Supercell Model for the Bragg Fibers

Wang Zhi<sup>1</sup> Jing Tao<sup>1</sup> Zhou Zhihua<sup>1</sup> Ren Guobin<sup>2</sup> Lou Shuqin<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> *Modern Communication Network Lab, School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044*  
<sup>2</sup> *Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044*)

(Received 4 July 2003; revised 2 April 2004)

**Abstract:** The supercell model for the Bragg fibers is proposed for investigating the mode characteristics and propagation properties. The transverse refractive index profile is expressed by Fourier series, and the energy band structure is obtained by the plane wave expansion method. The mode propagation constant and the expansion coefficients of the electric field can be obtained from the eigen system which is deduced from the full-vectorial coupling wave equations based on the localized orthogonal Hermite-Gaussian functions. The supercell mode is implemented when the high-index core Bragg fiber is taken into account. Some lower-order modes are analyzed, and the mode birefringence of the fundamental pairs can be used to scale the accuracy of this algorithm. The supercell model is also efficient for the hollow core Bragg fibers.

**Key words:** guided wave and fiber optics; Bragg fibers; supercell; mode characteristics

## 1 引 言

在普通光纤发展初期,人们曾研究环形光纤,提出了传输矩阵法<sup>[1]</sup>,理论上已经解决了环形光纤的一些问题,但由于没有得到更多的新特性,并没有引

起广泛关注。直到 20 世纪 90 年代末期,人们大胆地使用折射率差很大的介质材料制作环形光纤,发现了一些新的特征,才再度成为光纤研究的热点之一,并有了新的名称:“布拉格光纤(Bragg fiber)”,“全向导波光导(omniguide fiber)”或“同轴光纤(coaxial fiber)”<sup>[2,3]</sup>。布拉格光纤在横截面内具有径向周期性,常看作一维光子晶体。

由空气孔和石英构成的光子晶体光纤<sup>[4]</sup>是一种二维光子晶体结构,可在全介质波导中实现二维光

\* 国家自然科学基金(60402006)、北京交通大学攀登基金资助课题。

E-mail: zhiwang@center.njtu.edu.cn

收稿日期:2003-07-04;收到修改稿日期:2004-04-02

子带隙(PBG)导光,使光在中空区域传输<sup>[5~8]</sup>,减小材料的非线性效应和吸收损耗,而且光子带隙导光可实现极小弯曲半径时的低损耗传输。但是基模具有二重旋转对称性<sup>[7,8]</sup>,不能克服传输过程中偏振态演化问题。

布拉格光纤综合了金属同轴电缆和光子带隙介质波导的结构,是一种全介质的同轴波导,具有许多新的特性:在同轴区域(空气区域)支持类似同轴电缆中 TEM 模基模传输<sup>[7,8]</sup>;基模场分布圆周方向均匀,传输过程中偏振态不变<sup>[9,10]</sup>;可在很宽波长范围内单模工作<sup>[11]</sup>;通过结构设计可使零色散波长位于单模范围,光传输过程中保持脉冲形状不变<sup>[12,13]</sup>;弯曲半

径小到波长量级时仍保持良好的导光能力<sup>[7,8]</sup>。

本文以具有高折射率芯的布拉格光纤<sup>[14]</sup>为例,在以前研究工作基础上,介绍用于布拉格光纤研究的超格子模型,分析其能带结构和模式特征。

## 2 超格子

图 1 是一种高折射率芯布拉格光纤,介电常量为  $\epsilon_1$  和  $\epsilon_2$  的两种介质沿径向构成周期性结构,周期为  $\Lambda$ ,占据的径向尺度为  $(\Lambda - a)$  和  $a$ ,纤芯半径为  $R = \Lambda - a$ 。将整个布拉格光纤作为一个超元胞(supercell),沿  $x, y$  两个方向形成四方形的超格子周期结构,超格子周期为  $D$ 。

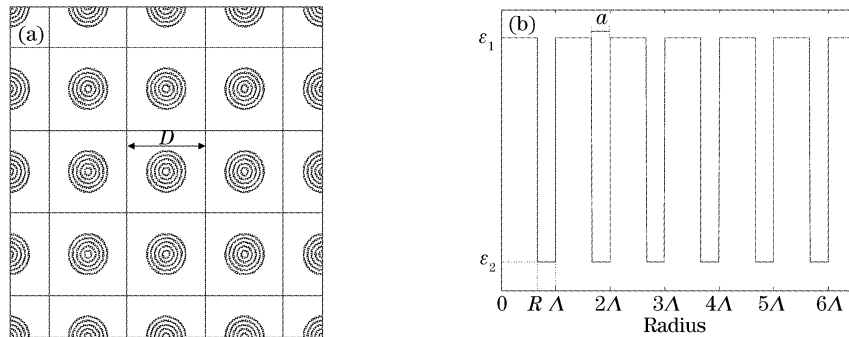


Fig. 1 Supercell constructed by the high-index-core Bragg fiber, (a) is the supercell and (b) is the dielectric distribution along the radius

在图 1(a)所示的边长为  $D$  的超元胞里,介电常量的傅里叶变换形式为

$$\epsilon_F(\mathbf{k}) = \frac{1}{A} \iint_A \epsilon(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) ds, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{r} = (x, y)$  为空间位置,  $A = D^2$  为超元胞面积,  $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$  为超格子周期结构对应的倒格子空间矢量,由倒格子空间基矢  $(2\pi/D, 2\pi/D)$  线性组合而成,  $\epsilon(\mathbf{r})$  为超元胞内介电常量分布,可以分区域表示为

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \begin{cases} \epsilon_i, & r_{i-1} < r < r_i \\ \epsilon_b, & r > r_m \end{cases} = \epsilon_b + \begin{cases} \epsilon_i - \epsilon_b, & r_{i-1} < r < r_i \\ 0, & r > r_m \end{cases} \quad (2)$$

$r_i$  为每层半径,如  $r_1 = R = \Lambda - a, r_2 = \Lambda, r_3 = 2\Lambda - a, r_4 = 2\Lambda$  等等,并取  $r_0 = 0$ ,共有  $m$  层,  $\epsilon_b$  为布拉格光纤周围背景介电常量,本文取  $\epsilon_b = 1$ 。那么(1)式可以解析表示为<sup>[15]</sup>

$$\begin{aligned} \epsilon_F(\mathbf{k}) &= \frac{1}{A} \iint_A \epsilon_b \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) ds + \frac{1}{A} \iint_A \sum_{i=1}^m (\epsilon_i - \epsilon_b) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) ds = \\ &= \epsilon_b \delta(\mathbf{k}) + \sum_{i=1}^m (\epsilon_i - \epsilon_b) \left[ \frac{2f_i J_1(kr_i)}{kr_i} - \frac{2f_{i-1} J_1(kr_{i-1})}{kr_{i-1}} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $k = |\mathbf{k}|$ ,  $f_i = \pi r_i^2 / A$  为占空比,定义为第  $i$  层介质区域与超元胞的面积之比,当  $k = 0$  时,(3)式按极限取值。

## 3 能带结构

光子晶体结构的传输特性由其中存在的能带决

定,研究能带结构的方法有很多种,其中平面波展开法(PWM)物理概念清晰,数学手段简单,是广为使用的算法之一。平面波法在很多文献<sup>[15~17]</sup>中都有详细介绍,本文不再赘述,只给出利用该方法得到的布拉格光纤的能带结构。

为了简化计算,将布拉格光纤的横向环形周期

结构看作多层介质,利用形式简单的一维光子晶体的本征方程研究能带结构。本文研究的布拉格光纤的结构参量选取为: $\epsilon_1 = 1.457^2$  (石英在 632.8 nm 时的介电常量), $\epsilon_2 = 1.0$  (空气),周期  $\Lambda = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $a = 0.3 \mu\text{m}$ ,  $m = 20$  (即 10 个周期)。图 2(a)和

图 2(b)分别是 TE 模和 TM 模的能带结构随归一化频率  $\Lambda/\lambda$  的变化,图中白色区域为光子带隙 (PBG),阴影区域为导带。图 2(c)是 TE 与 TM 模的混合能带结构,其中同时给出了  $\text{HE}_{11}$ 、 $\text{HE}_{21}$ 、 $\text{TE}_{01}$  和  $\text{TM}_{01}$  的色散曲线。

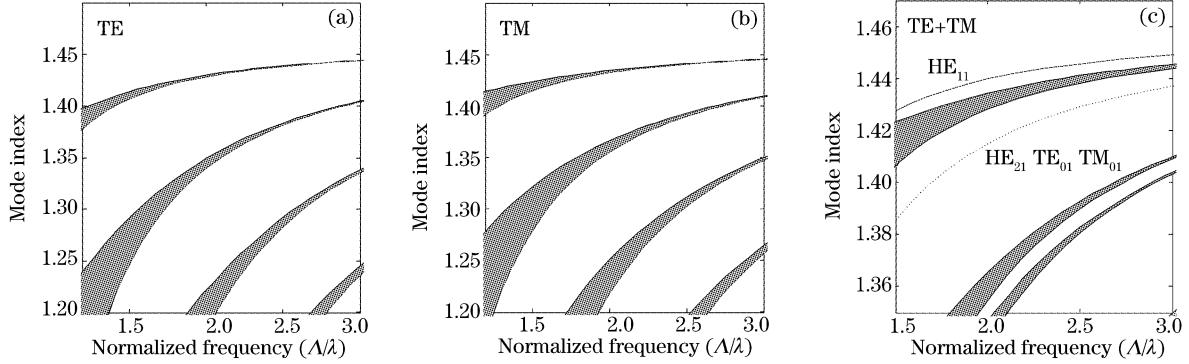


Fig. 2 Band structure of the Bragg fiber with structure parameters  $\epsilon_1 = 1.457^2$ ,  $\epsilon_2 = 1.0$ ,  $\Lambda = 1.5 \mu\text{m}$ ,  $a = 0.3 \mu\text{m}$ . (a) For TE mode and (b) for TM mode, (c) the fundamental and the second order mode in the combined band structure of both TE and TM

#### 4 模式的特征方程

平面波法可以方便地得到布拉格光纤中的能带结构,但是,如果研究其中存在的束缚模式(导模),需要用大量平面波来展开磁场,这样将导致运算效率急剧下降。为了更有效地分析布拉格光纤中的模式,利用具有局部性的厄米-高斯函数将横向电场展开成

$$e_x(x, y) = \sum_{a,b=0}^{F-1} \epsilon_{ab}^x \psi_a(x) \psi_b(y), \quad e_y(x, y) = \sum_{a,b=0}^{F-1} \epsilon_{ab}^y \psi_a(x) \psi_b(y), \quad (4)$$

其中  $F$  是展开项数,  $\psi_i(s)$  ( $i = a, b, s = x, y$ ) 是正交归一化厄米-高斯函数,定义为

$$\psi_i(s) = \frac{2^{-i/2} \pi^{-1/4}}{\sqrt{i! \omega}} \exp\left(-\frac{s^2}{2\omega^2}\right) H_i\left(\frac{s}{\omega}\right), \quad (5)$$

其中  $H_i(s/\omega)$  是  $i$  阶厄米函数,  $\omega$  是数值计算中选取的特征宽度。由于布拉格光纤介电常量分布关于坐标轴对称,可以将其表示成余弦形式,即

$$\epsilon(\mathbf{r}) = \epsilon(x, y) = \sum_{a,b=0}^P P_{ab} \cos \frac{2\pi ax}{D} \cos \frac{2\pi by}{D}, \quad \ln \epsilon(\mathbf{r}) = \ln \epsilon(x, y) = \sum_{a,b=0}^P P_{ab}^{\ln} \cos \frac{2\pi ax}{D} \cos \frac{2\pi by}{D}, \quad (6)$$

其中展开式的项数为  $(P+1)$ ,  $P_{ab}$ ,  $P_{ab}^{\ln}$  是各项展开系数,可以由(3)式的傅里叶变换  $\epsilon_F(\mathbf{k})$  得到  $P_{ab}$  的解析形式:

$$P_{ab} = \epsilon_F(\mathbf{k}_{a+p, b+p}) + \epsilon_F(\mathbf{k}_{a+p, -b+p}) + \epsilon_F(\mathbf{k}_{-a+p, b+p}) + \epsilon_F(\mathbf{k}_{-a+p, -b+p}), \quad (7a)$$

$$P_{ab} = \epsilon_F(\mathbf{k}_{a+p, b+p}) + \epsilon_F(\mathbf{k}_{a+p, -b+p}), \quad a = 0 \text{ or } b = 0 \quad (7b)$$

$$P_{00} = \epsilon_F(\mathbf{k}_{p, p}), \quad a = 0 \text{ and } b = 0 \quad (7c)$$

其中  $\mathbf{k}_{m,n} = (k_x, k_y) = 2\pi/D \times (m, n)$ 。同样,  $P_{ab}^{\ln}$  可以通过  $\ln \epsilon(\mathbf{r})$  的傅里叶变换系数求得。根据(6)式,利用(3)式和(7)式可以得到数值计算时的介电常量仿真结果,如图3所示,结构参量与图2相同,超格子周期  $D = 30 \mu\text{m}$ ,  $P = 500$ ,可以看到,仿真结果精度很高。

如果认为光纤纵向均匀,且不考虑吸收损耗,横向场满足矢量耦合波动方程<sup>[18]</sup>:

$$(\nabla_i^2 - \beta^2 + k^2 \epsilon) e_x = -\frac{\partial}{\partial x} \left( e_x \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial x} + e_y \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial y} \right), \quad (\nabla_i^2 - \beta^2 + k^2 \epsilon) e_y = -\frac{\partial}{\partial y} \left( e_x \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial x} + e_y \frac{\partial \ln \epsilon}{\partial y} \right), \quad (8)$$

其中  $\beta$  是与模场分布  $(e_x, e_y)$  对应的传播常量。将场和折射率的展开式代入上式,可以得到特征方程<sup>[19,20]</sup>:

$$\mathbf{L} \begin{bmatrix} e^x \\ e^y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{abcd}^{(1)} + k^2 I_{abcd}^{(2)} + I_{abcd}^{(3)x} & I_{abcd}^{(4)x} \\ I_{abcd}^{(4)y} & I_{abcd}^{(1)} + k^2 I_{abcd}^{(2)} + I_{abcd}^{(3)y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{bmatrix} = \beta^2 \begin{bmatrix} \epsilon^x \\ \epsilon^y \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{L}$  是一个四维向量,  $I^{(1)}, I^{(2)}, I^{(3)}, I^{(4)}$  为交迭积分, 其形式比较复杂, 在以前的工作中已经详细论述<sup>[19,20]</sup>。

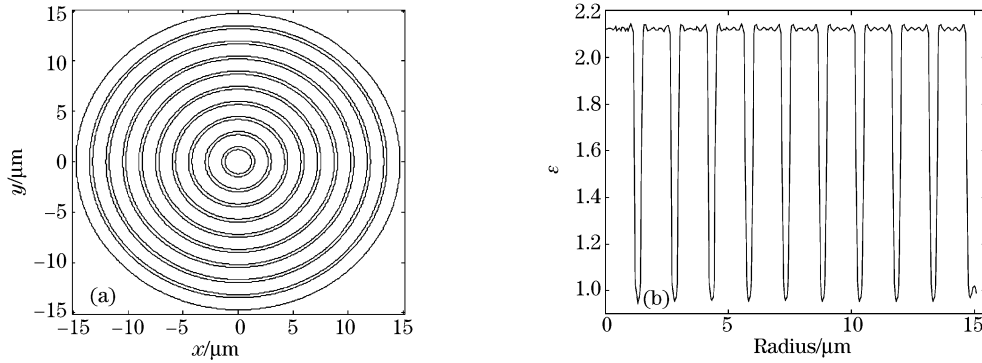


Fig. 3 Simulation results of the dielectric structure using  $P=500$  and  $D=30 \mu\text{m}$ , (a) the contour lines, and (b) the distribution of the  $y=0$  cross section

特征方程(9)的特征值对应传播常量  $\beta^2$ , 特征向量对应展开式(4)中的模场展开系数。通过下标变换, 矩阵  $\mathbf{L}$  和特征向量可以分别变为二维  $[2 \times F^2] \times [2 \times F^2]$  阶矩阵和一维  $2 \times F^2$  个元素的向量, 便于直接求解特征值问题。该算法所涉及的各种关于厄米-高斯函数的积分均有解析形式, 介电常量展开系数可以从傅里叶变换得到解析形式, 而且厄米-高斯函数的局域性使数值分析效率很高, 计算量较少时可以获得比较好的计算精度。

### 5 数值分析

对本文选取的布拉格光纤进行数值分析, 场展开项数  $F=30$ , 可以得到各阶模式的色散特性和模场分布。图 4 是  $632.8 \text{ nm}$  时, 基模与二次模的电场强度分布等高线。可以看到, 周期性环形结构的布拉格反射将光很强地束缚在高折射率芯层, 光功率几乎没有穿透到外层区域。但是该布拉格光纤并没

有实现类似 TEM 模传输, 主要原因是其中心不是空气, 而是折射率较高的介质。在图 2 所示的能带结构中,  $\text{HE}_{11}$  模处于最高的带隙里, 既可以解释为全反射导光, 也可用光子带隙导光机制来解释, 因此它仍然是布拉格光纤中的基模, 而不会使二次模成为最低阶模。

由于麦克斯韦方程的比例性质<sup>[16]</sup>, 通过调整结构参量可预先设计波导色散量, 获得合适的色散特性。图 5 是布拉格光纤的色散特性, 结构与图 2 相同, 图中同时给出材料色散  $D_m$ 、波导色散  $D_w$  和总色散  $D_t$ 。关于布拉格光纤的色散特性, 将在其它后续研究工作中详细论述。

具有 2 阶以上旋转对称性的光波导, 其中的模式要么具有与波导结构相同的对称性, 要么与另一个模式形成简并对, 该简并对叠加后的场分布具有与波导结构相同的对称性<sup>[19,21,22]</sup>。因此, 超格子模型用于布拉格光纤研究时, 基模的模式双折射

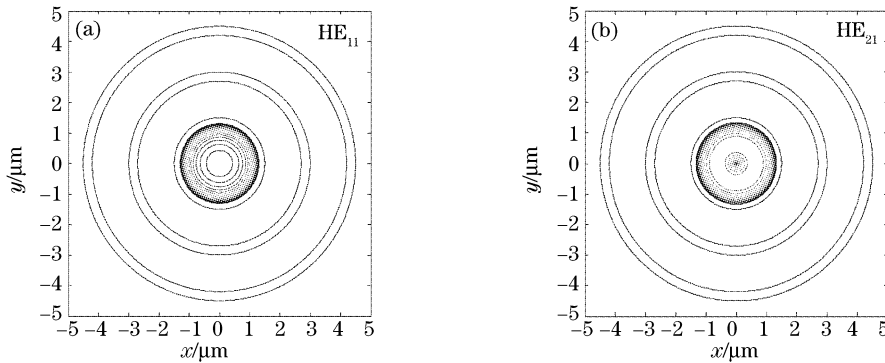


Fig. 4 Mode electric field of  $\text{HE}_{11}$  (a) and  $\text{HE}_{21}$  (b) modes, the contour spacing is 2 dB and superposition with the contour of dielectric constant of the Bragg fiber

$\Delta n = |n_x - n_y|$  可以从一个方面来衡量数值研究的精度。由于计算得到的模式双折射非常小,为了便于观察,对  $\Delta n$  取对数后,在图 6 中给出它随归一化频率的变化。显然在计算范围内,  $\Delta n < 10^{-13}$ , 所以从这一角度看,超格子模型精度非常高,如果提高数值计算中的参量  $P$  和  $F$ ,可以获得更高的精度。

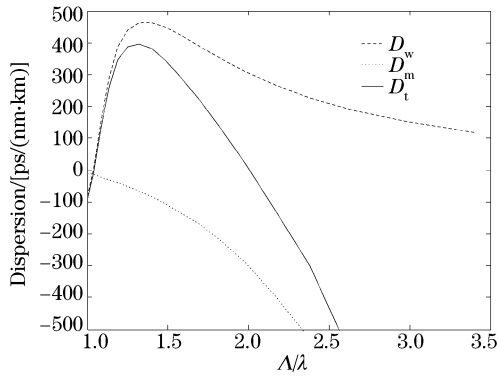


Fig. 5 Dispersion profile

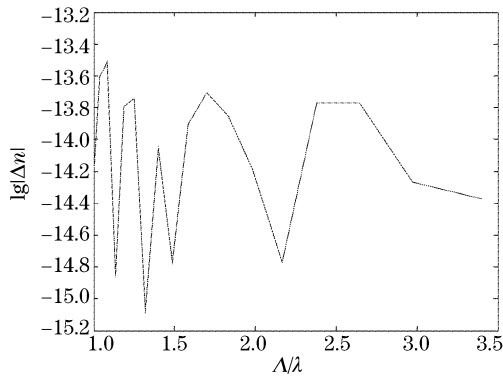


Fig. 6 Birefringence of the fundamental mode due to the numerical calculation

**结论** 本文提出超格子模型,研究布拉格光纤的传输特性,利用平面波展开法得到能带结构,利用局域正交函数展开法研究其模式特征。以高折射率芯布拉格光纤为例,实现超格子模型,得到基模与二次模的横向电场分布、基模色散曲线和模式双折射。超格子模型不仅可以用于研究高折射率芯布拉格光纤,而且同样可以研究低折射率区域导光的布拉格光纤。基模的模式双折射可用于衡量算法的精度。

### 参 考 文 献

- 1 Yeh P, Yariv A, Marom E. Theory of Bragg fibers. *J. Opt. Soc. Am.*, 1978, **68**(9): 1196~1201
- 2 Fink Y, Winn J N, Fan S H *et al.*. A dielectric omnidirectional reflector. *Science*, 1998, **282**(11): 1679~1682
- 3 Fink Y, Ripin D J, Fan S *et al.*. Guiding optical light in air using an all-dielectric structure. *J. Lightwave Technol.*, 1999, **17**(11): 2039~2041
- 4 Russell P. Photonic crystal fibers. *Science*, 2003, **299**(1): 358~362
- 5 Knight J C, Russell P S. New ways to guide light. *Science*, 2002, **296**(4): 276~277
- 6 Broeng J, Libori S E B, Sondergaard T *et al.*. Analysis of air-guiding photonic bandgap fibers. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(2): 96~98
- 7 Ibanescu M, Fink Y, Fan S *et al.*. An all-dielectric coaxial waveguide. *Science*, 2000, **289**(5478): 415~419
- 8 Hart S D, Maskaly G R, Temelkuran B *et al.*. External reflection from omnidirectional dielectric mirror fibers. *Science*, 2002, **296**(4): 510~513
- 9 Ibanescu M, Johnson S G, Soljacic M *et al.*. Analysis of mode structure in hollow dielectric waveguide fibers. *Phys. Rev. (E)*, 2003, **67**(4): 046608-1~046608-8
- 10 Bassett I M, Argyros A. Elimination of polarization degeneracy in round waveguides. *Opt. Express*, 2002, **10**(23): 1342~1346
- 11 Johnson S G, Ibanescu M, Skorobogatiy M *et al.*. Low-loss asymptotically single-mode propagation in large-core omniguide fibers. *Opt. Express*, 2001, **9**(13): 748~779
- 12 Ourang G, Xu Yong, Yariv A. Theoretical study on dispersion compensation in air-core Bragg fibers. *Opt. Express*, 2002, **10**(17): 899~908
- 13 Engeness T D, Ibanescu M, Johnson S G *et al.*. Dispersion tailoring and compensation by modal interactions in omniguide fibers. *Opt. Express*, 2003, **11**(10): 1175~1196
- 14 Mosoriu J A, Silvestre E, Ferrando A *et al.*. High-index-core Bragg fibers: dispersion properties. *Opt. Express*, 2003, **11**(12): 1400~1405
- 15 Guo Shangping, Albin Sacharia. Simple plane wave implementation for photonic crystal calculations. *Opt. Express*, 2003, **11**(2): 167~175
- 16 Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N. *Photonic Crystals: Molding the Flow of Light*. New York: Princeton University Press, 1995
- 17 Sakoda K. *Optical Properties of Photonic Crystals*. Heidelberg: Springer, 2001
- 18 Snyder A W. *Optical Waveguide Theory*. New York: Chapman and Hall, 1983
- 19 Bin R G, Zhi W, Qin L S *et al.*. Mode classification and degeneracy in photonic crystal fiber. *Opt. Express*, 2003, **11**(11): 1310~1321
- 20 Zhi W, Bin R G, Qin L S *et al.*. Supercell lattice method for photonic crystal fibers. *Opt. Express*, 2003, **11**(9): 980~991
- 21 McIsaac P R. Symmetry-induced modal characteristics of uniform waveguides-I: summary of results, and II: Theory. *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, 1975, **MIT-23**(5): 421~433
- 22 Steel M J, White T P, Sterke C M *et al.*. Symmetry and degeneracy in microstructured optical fibers. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(8): 488~490