

文章编号: 0253-2239(2004)11-1511-5

## 相移同轴无透镜傅里叶数字全息的分析与实验<sup>\*</sup>

吕晓旭<sup>1,2</sup> 张以谟<sup>1</sup> 钟丽云<sup>1,2</sup> 罗印龙<sup>2</sup> 余灿麟<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072)  
(<sup>2</sup> 昆明理工大学激光研究所, 昆明 650051)

**摘要:** 应用菲涅耳衍射和全息理论,详细分析了无透镜傅里叶变换数字全息图的记录、再现方法和再现像的特点,分析了相移数字全息图的记录和再现方法,并进行了相应的实验验证。结果表明:直接对无透镜傅里叶数字全息图进行傅里叶逆变换可同时得到与物体完全相同的再现像及其共轭像;同轴无透镜傅里叶数字全息术能最大程度满足 CCD 对采样条件的要求,从而可以增大记录物体的尺寸,减小记录距离,明显提高再现像的清晰度和分辨率;相移数字全息术能有效地消除数字再现光场中的零级光场和共轭像,显著提高再现像的信噪比。条件许可时,相移同轴无透镜傅里叶数字全息术是目前解决数字全息术中再现像的分离与满足采样条件之间矛盾的最佳方法。

**关键词:** 信息光学; 全息术; 数字全息; 相移; 无透镜傅里叶数字全息

中图分类号: TB877.1 文献标识码: A

## Analysis and Experiment of Phase-Shifting Coaxial Lensless Fourier Digital Holography

Lü Xiaoxu<sup>1,2</sup> Zhang Yimo<sup>1</sup> Zhong Liyun<sup>1,2</sup> Luo Yinlong<sup>2</sup> She Canling<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> School of Precision Instrument and Opto-Electronic Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)  
(<sup>2</sup> Laser Research Institute, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650051)

(Received 28 August 2003; revised 25 February 2004)

**Abstract:** By using Fresnel diffraction and holographic theory, some detailed analysis of the recording, numerical reconstructing method and the characters of the reconstructed image about lensless Fourier digital holography and phase-shifting digital holography is given. The experimental result shows: In the digital Fourier holography, the reconstructed image and the conjugate image can be obtained by use of Fourier inverse transform directly. Coaxial lensless Fourier digital holography can satisfy the sampling condition of CCD maximumly to enlarge the size of the object and decrease the distance between the object and CCD, so the resolution and definition of the reconstructed image are improved expediently. By using of phase-shifting digital holography, the zero-order diffraction and the conjugate image are deleted effectively, and the ratio of signal to noise is improved obviously. If the recording condition permit, phase-shifting coaxial lensless Fourier digital holography is optimal method to solve the difficulty between the separation of reconstructed images and the recording sampling condition in digital holography.

**Key words:** information optics; holography; digital holography; phase-shifting; lensless Fourier digital holography

## 1 引 言

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(60277032)和云南省自然科学基金(2002F0030M)资助课题。

E-mail: xiaoxulu@public.km.yn.cn

收稿日期:2003-08-28;收到修改稿日期:2004-02-25

记录数字全息图的主要器件是 CCD,由于目前 CCD 的成像面小(典型值约 1~4 cm<sup>2</sup>)、像元尺寸大(约 6~10 μm),空间采样频率低(小于 100 lp/mm),导致在菲涅耳衍射距离上难以记录较大空间频率的

物光场。采用离轴光路记录数字全息图时,要求参物光夹角非常小(约  $1^\circ \sim 2^\circ$ ),欲提高再现像的分辨率,将在实现再现像的分离与满足采样条件之间出现矛盾<sup>[1]</sup>。用同轴光路记录数字全息图可以在很大程度上解决满足采样条件的问题<sup>[2,3]</sup>,尤其是按无透镜傅里叶变换全息术的要求布置记录光路时,满足采样条件的问题几乎可以得到完全解决,而且可以记录更大物体的数字全息图,如果记录物体尺寸不太大,则记录距离可以更近,获得更多的信息,有利于提高再现像的分辨率<sup>[4,5]</sup>。但是用同轴光路记录数字全息图,存在再现像与直透光场及共轭像光场分离的困难<sup>[6,7]</sup>,相移技术与同轴无透镜傅里叶变换全息术相结合,是消除零级像和共轭像的有效方法,还可以明显提高再现像的质量<sup>[8,9]</sup>。

本文应用菲涅耳衍射和全息理论,详细分析了无透镜傅里叶变换全息图的记录过程、数字再现方法和再现像的分布规律,以及相移数字全息图的记

录和再现方法;根据分析的结果,结合相移技术与无透镜傅里叶数字全息术,记录了相移同轴无透镜傅里叶数字全息图,并对其进行了数字再现,得到了预期的结果。

## 2 相移同轴无透镜傅里叶变换数字全息图的记录和再现

### 2.1 无透镜傅里叶变换数字全息术的特点

假设物平面、CCD 记录面和再现像面分别记为  $x_0oy_0$ ,  $x_1oy_1$ , 物体和参考点源至 CCD 的距离相等均为  $d_0$ , 则所记录的全息图就是无透镜傅里叶变换全息图。如果位于  $x_0oy_0$  平面的物光场分布为  $O(x_0, y_0)$ , 其中心位于  $z$  轴上, 球面参考光点位于  $x_0oy_0$  面上的  $(x_{R0}, y_{R0})$  点, 则在 CCD 面上记录到的无透镜傅里叶变换数字全息图为<sup>[10]</sup>

$$I(x, y) = \frac{1}{k^2 d_0^2} |O|^2 + |R_0|^2 + \frac{j \exp(jkd_0)}{kd_0} O(x, y) R_0 \exp\left[-j \frac{2\pi}{\lambda d_0} (xx_{R0} + yy_{R0})\right] + \frac{\exp(-jkd_0)}{jkd_0} O^*(x, y) R_0 \exp\left[j \frac{2\pi}{\lambda d_0} (xx_{R0} + yy_{R0})\right], \quad (1)$$

式中  $O(x, y) = \mathcal{F}\{O(x_0, y_0) \exp[j(k/2d_0)(x_0^2 + y_0^2)]\}$ ,  $\mathcal{F}$  表示二维傅里叶变换, “\*” 号代表共轭。由(1)式可以看出, 无透镜傅里叶变换全息图中物光和参考光中的二次项相互抵消, 只剩下变化比较容易控制的一次项, 对数字全息记录中满足采样条件非常有利。

由于在实验中  $x_{R0}$  和  $y_{R0}$  的值不易精确测量, 另外也为了算法简单, 在数字全息的数字再现时, 通常将再现点源设置在  $z$  轴上。假设模拟再现光点位于  $x_0oy_0$  面的原点处, 其复振幅为 1, 则数字全息图上的再现光分布为  $C(x, y) = \exp[j(k/2d_0)(x^2 + y^2)]$ , 相应于数字全息图后  $d_1$  处  $x_1oy_1$  面上的数字再现光场分布为

$$A_1(x_1, y_1) = \frac{\exp(jkd_1)}{jkd_1} \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \times \exp\left[\frac{jk}{2d_0}(x^2 + y^2)\right] \times \exp\left\{\frac{jk}{2d_1}[(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2]\right\} dx dy, \quad (2)$$

如果  $d_1$  的数值与  $d_0$  相同, 且以数字全息图记录面  $x_0oy_0$  为参考平面, 则  $d_1 = -d_0$ , (2) 式变为

$$A_1(x_1, y_1) = \frac{j \exp(-jkd_0)}{kd_0} \times \exp\left[-\frac{jk}{2d_0}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \times \exp\left[j2\pi\left(x_1 \frac{x}{\lambda d_0} + y_1 \frac{y}{\lambda d_0}\right)\right] dx dy, \quad (3)$$

可以看出, 在上述条件下, 傅里叶变换数字全息图的数字再现可以通过直接对所记录的全息图进行傅里叶逆变换实现。

为了进一步了解傅里叶变换数字全息再现光场的性质, 将(1)式代入(3)式并将积分分为  $A_{10}(x_1, y_1)$ 、 $A_{1+1}(x_1, y_1)$  和  $A_{1-1}(x_1, y_1)$  三个部分, 其结果分别表示在下面的(3a)式、(3b)式和(3c)式中, 为方便应用, 式中的系数未做简化, 其中

$$A_{10}(x_1, y_1) = \frac{j \exp(-jkd_0)}{kd_0} \times \exp\left[-\frac{jk}{2d_0}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{k^2 d_0^2} |O|^2 + |R_0|^2\right] \times \exp\left[j2\pi\left(x_1 \frac{x}{\lambda d_0} + y_1 \frac{y}{\lambda d_0}\right)\right] dx dy, \quad (3a)$$

是通常意义下零频附近的衍射光场。

$$A_{+1}(x_1, y_1) = \frac{\lambda^2 R_0}{k^2} \times \exp\left[\frac{jk}{2d_0}(x_{R_0}^2 + y_{R_0}^2)\right] \times \exp\left[-\frac{j2\pi}{\lambda d_0}(x_1 x_{R_0} + y_1 y_{R_0})\right] \times O[(x_1 - x_{R_0}), (y_1 - y_{R_0})], \quad (3b)$$

为 +1 级再现光场, 其意义为平面波  $\exp[-j(2\pi/\lambda d_0)(x_1 x_{R_0} + y_1 y_{R_0})]$  被在记录平面后  $d_0$  处的整体平移了  $x_{R_0}$  和  $y_{R_0}$  的原物光场调制形成的复振幅, 其模平方即为原物光的强度。

$$A_{-1}(x_1, y_1) = -\frac{\lambda^2 R_0}{k^2} \times \exp\left[-\frac{jk}{2d_0}(x_{R_0}^2 + y_{R_0}^2)\right] \times \exp\left[-\frac{j2\pi}{\lambda d_0}(x_1 x_{R_0} + y_1 y_{R_0})\right] \times \exp(-j2kd_0) \times O^*[-(x_1 + x_{R_0}), -(y_1 + y_{R_0})] \times \exp\left[-\frac{2jk}{2d_0}(x_1^2 + y_1^2)\right] \quad (3c)$$

为 -1 级再现光场, 其意义为在记录平面前  $d_0$  处的平面波  $\exp[-j(2\pi/\lambda d_0)(x_1 x_{R_0} + y_1 y_{R_0})]$ , 被在记录平面前  $d_0$  处的整体平移了  $-x_{R_0}$  和  $-y_{R_0}$  的原物的共轭光场调制后, 再被一焦距  $f$  为  $d_0/2$  的等效正透镜在记录平面后  $d_0$  处所形成的横向放大率为 -1 的像, 其模平方即为原物共轭像的强度。

从(3a)、(3b)和(3c)式可以看出, 无透镜傅里叶变换数字全息图的数字再现光场成像面上可以同时得到清晰的原物体再现像及其共轭像, 使数字全息图的再现得到简化。也正由于再现时直接对无透镜傅里叶变换数字全息图进行傅里叶变换, 其再现像各频谱的能量没有经过成像集中, 再现像的信噪比较低。

从(3)式可以看出, 当  $x_{R_0}$  和  $y_{R_0}$  足够小时, 全息图上的干涉条纹几乎只有随物光场变化而变化, 可以最大程度满足数字全息记录对采样条件的要求, 但此时两个数字再现像将与零级再现光场产生部分或全部重叠, 这种情况可以称为同轴无透镜傅里叶数字全息术。

## 2.2 相移数字全息术的原理和特点

相移技术是通过在测量中引入已知的相位变化来进行相位测量的一种方法, 在光学测量中, 相移技术主要用于  $2\pi$  以内相位变化的高精度测量。在数字全息技术中, 目前应用相移技术的主要目的是实现再现光场中有效信息与无用信息及噪声的分离, 从而得到高信噪比的再现像。我们以四步相移技术为例, 介绍相移数字全息术的原理和特点。

对任意形式的数字全息记录光路, 其记录面上参考光的分布为

$$R(x, y) = R_0(x, y) \exp[j\varphi_R(x, y)],$$

如果分 4 次分别记录 4 幅数字全息图, 它们之间的区别是记录每一幅全息图时, 参考光  $R(x, y)$  中的各点依次引入已知的相移量  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ , 相应参考光波在全息图上的光场分布分别为

$$R_i(x, y) = R_0(x, y) \exp\{j[(i-1)\pi/2]\}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

则按全息术中常用的表述方法, 所记录的四幅数字全息图分别为

$$\begin{cases} I_1(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R_0(x, y)|^2 + O^*(x, y)R(x, y) + O(x, y)R^*(x, y), \\ I_2(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R_0(x, y)|^2 + jO^*(x, y)R(x, y) - jO(x, y)R^*(x, y), \\ I_3(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R_0(x, y)|^2 - O^*(x, y)R(x, y) - O(x, y)R^*(x, y), \\ I_4(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R_0(x, y)|^2 - jO^*(x, y)R(x, y) + jO(x, y)R^*(x, y), \end{cases} \quad (5)$$

分别用与记录时相同的数字模拟参考光对(5)式中的 4 幅全息图数字再现后进行复振幅叠加, 应用定积分的性质, 并将(4)式和(5)式代入(2)式得到再现光场

$$A_1(x_1, y_1) = \sum_{i=1}^4 \left\{ \frac{\exp(jkd_1)}{jkd_1} \iint_{-\infty}^{+\infty} [I_i(x, y)] R_i(x, y) \right\} \times \exp\left\{ \frac{jk}{2d_1} [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2] \right\} dx dy = \frac{\exp(jkd_1)}{jkd_1} \iint_{-\infty}^{+\infty} 4[O(x, y)R^*(x, y)] R(x, y) \times \exp\left\{ \frac{jk}{2d_1} [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2] \right\} dx dy, \quad (6)$$

其中

$$O(x, y)R^*(x, y) = \frac{I_1(x, y) + jI_2(x, y) - I_3(x, y) - jI_4(x, y)}{4}, \quad (7)$$

由(6)式可见, 利用 4 幅相位依次相差  $\pi/2$  的数字全息图再现像的叠加, 可以再现出只包含与原物光场完全

相同复振幅信息,其零级像和共轭像已经被消除;由于物光的振幅变为不相移时的4倍,因此噪声谱强度被抑制了16倍,再现像的信噪比得到很大的改善。利用(7)式,其算法可以简化为只用一个傅里叶变换来实现,因此虽然(7)式已经不是物理意义上的图像,但我们仍称其为相移数字全息图。

应用与(2)式相同的再现光进行再现,将(7)式代入(3)式,得到相移无透镜傅里叶变换数字全息图的再现光场

$$A_1(x_1, y_1) = \frac{j \exp(-jkd_0)}{kd_0} \exp\left[-\frac{jk}{2d_0}(x_1^2 + y_1^2)\right] \times \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{I_1 + jI_2 - I_3 - jI_4}{4} \exp\left[j2\pi\left(x_1 \frac{x}{\lambda d_0} + y_1 \frac{y}{\lambda d_0}\right)\right] dx dy =$$

$$\frac{\lambda^2 R_0}{k^2} \times \exp\left[\frac{jk}{2k_0}(x_{R_0}^2 + y_{R_0}^2)\right] \times \exp\left[-\frac{j2\pi}{\lambda d_0}(x_1 x_{R_0} + y_1 y_{R_0})\right] \times O[(x_1 - x_{R_0}), (y_1 - y_{R_0})]. \quad (8)$$

上面的推导可以得出如下结论:在保持记录条件不变的情况下,如果在参考光中引入间隔为 $\pi/2$ 的四个相移量,并分别记录相应的四幅全息图,然后用四个相应记录的参考光照明,最后将其叠加就可祛除零级和共轭像光场。

在相移数字全息术中,由于相移与横向位置 $(x, y)$ 无关,因此相移数字全息术既可用于离轴数字全息术,又可用于同轴数字全息术。相移同轴无透镜傅里叶变换数字全息术可以最大程度满足采样定理,相移数字全息术可以实现再现像的分离并使再现像的质量明显提高,因此相移同轴无透镜傅里叶变换数字全息术是目前解决数字全息术中再现像的分离与满足采样条件之间矛盾的最佳方法,尤其在大孔径数字全息图的记录和再现时,更能显示这种方法的优点。

### 3 实验及实验结果分析

图1所示为我们进行相移同轴无透镜傅里叶变换数字全息图记录的实验光路。其中准直后的He-Ne激光经分束镜 $BS_1$ 后分为两束,一束作为参考光,经反射镜 $M_1$ 反射和透镜(lens)会聚后,通过分束镜 $BS_2$ 反射到CCD上,其中相移是通过固定在反射镜 $M_1$ 上的压电陶瓷(PZT),由计算机控制来实现的;另一束经反射镜 $M_2$ 反射后被紧贴物体的毛玻璃散射,散射光透过物体,通过分束镜 $BS_2$ 透射形成物光,参考光和物光在CCD芯片上干涉形成全息图。透镜除了用于形成球面波外,还可调节会聚点至CCD的距离 $d$ 和位置,使其与物体到CCD的距离相等并基本与物光场的中心重合,以便于记录同轴无透镜傅里叶变换全息图。记录对象是一印有“女士”透明图案的胶片,尺寸约为 $7.5 \text{ mm} \times 7.5 \text{ mm}$ ,实验中物体与CCD的距离 $d_0 = 460 \text{ mm}$ ,用于实验记录数字全息图的CCD是卸去镜头的

MTV-1802CB摄像头,像素数为 $795 \text{ (H)} \times 596 \text{ (V)}$ ,像素大小为 $0.010 \text{ mm} \times 0.0108 \text{ mm}$ 。

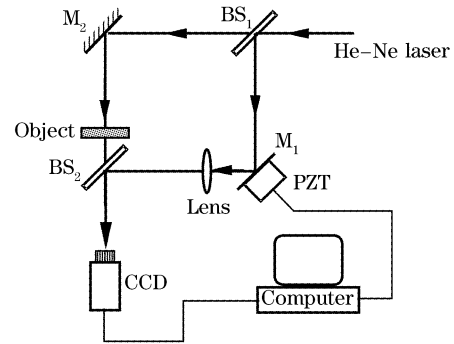


Fig. 1 Experimental configuration for phase-shifting coaxial lensless Fourier digital holography

按上述方法和要求调整好光路后,先采集一幅没有相移的同轴无透镜傅里叶变换全息图,然后通过计算机控制压电陶瓷的驱动电源,使压电陶瓷在参考光路中产生一个与记录前一幅数字全息图的参考光光程差相差 $\lambda/4$ 的微位移量,记录下 $\pi/2$ 相移同轴无透镜傅里叶变换全息图,使压电陶瓷产生 $\lambda/4$ 光程差微位移量的驱动电压是在数字全息图采集前就标定好的。按此步骤再依次得到 $\pi, 3\pi/2$ 的相移同轴无透镜傅里叶变换全息图。将采集到的4幅相移同轴无透镜傅里叶变换全息图直接调入用(7)式编出的MATLAB计算程序中,就可以得到实验的结果。由于篇幅限制,文章中只给出主要的结果。

图2是相移同轴无透镜傅里叶变换数字全息图记录和再现结果,其中图2(d)和图2(e)是用再现像的复振幅求模平方显示的。图2(a)是“女士”图案的扫描图;图2(b)是四幅相移数字全息图中一幅的局部,图中没有离轴无透镜傅里叶变换数字全息图所特有的直条纹;图2(c)是通过相移数字全息算法得到的四步相移数字全息图局部,它与图2(b)的差别是明显的,对比度和信噪比都得到了明显的改善;图2(d)中给出了用(7)式得到的再现光场,再现光

场中只有物体的数字再现像,零级像、共轭像和噪声基本被消除;为便于比较,图 2(e)给出了未用相移算法得到的数字再现光场分布,除了物体的数字再现像外,零级像、共轭像和噪声都同时存在,而且它们的平均强度比图 2(d)中物体数字再现像的平均强度低一个数量级以上,与(6)式的结果是一致的。值得注意的是,由于无透镜傅里叶变换数字全息图

再现像的信噪比较低,图 2(e)中 CCD 窗口的衍射(图中的十字亮线)十分明显,而在图 2(d)中也已经被抑制了。比较图 2(d)和图 2(e)可以看出,利用相移技术可以有效地消除数字全息图再现光场中的零级像和共轭像,提高再现像的信噪比,极大地增加了同轴数字全息术的可应用性。

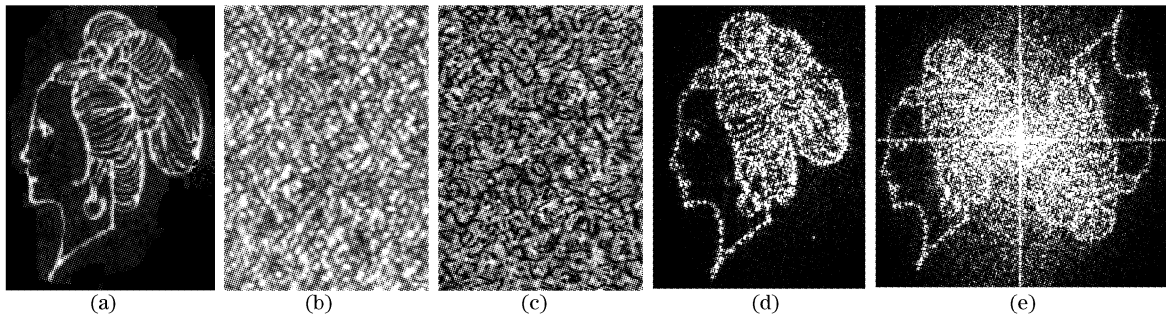


Fig. 2 Experimental results (a) lady image, (b) single digital hologram, (c) four-steps phase-shifting digital hologram, (d) numerical reconstruction of a phase-shifting digital hologram, (e) numerical reconstruction of a single digital hologram

**结论** 理论分析和实验证明,采用同轴无透镜傅里叶变换全息记录光路记录数字全息图,容易满足采样条件,可以增大记录物体的尺寸,减小记录距离,而且再现方法简单,将相移技术用于同轴无透镜傅里叶数字全息术能很好地消除数字再现中的零级像和共轭像,提高数字全息再现像的质量。

### 参 考 文 献

- 1 Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lu Xiaoxu *et al.*. Some fundamental issue analysis about digital hologram. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2004, **24**(4): 465~471 (in Chinese)
- 2 Xu L, Miao J M, Anand A. Properties of digital holography based on in-line configuration. *Opt. Engng.*, 2000, **39**(12): 3214~3219
- 3 Giancarlo P, Philipp F, Henrik F *et al.*. In-line digital holographic interferometry. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(26): 6262~6269
- 4 Jozwicki R. Fourier approach to digital holography. *Proc. SPIE*, 2002, **4607**: 161~167
- 5 Dieter Dirksen, Droste H, Kemper B *et al.*. Lensless Fourier holography for digital holographic interferometry on biological samples. *Optics and Lasers in Engng.*, 2001, **36**(3): 241~249
- 6 Liu Cheng, Li Liangyu, Li Yinzhong *et al.*. Digital holography free of zero-order diffraction and conjugate image. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(4): 427~431 (in Chinese)
- 7 Guo Chengshan, Wang Weitian, Li Jian *et al.*. Elimination of zero-order diffraction spot in digital reconstruction of hologram. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(8): 1073~1076 (in Chinese)
- 8 Yamaguchi I, Kato J I, Ohta S *et al.*. Image formation in phase-shifting digital holography. *Proc. SPIE*, 2000, **4101**: 330~338
- 9 Yamaguchi I, Ohta S, Kato J I. Surface contouring by phase-shifting digital holography. *Optics and Lasers in Engng.*, 2001, **36**(5): 417~428
- 10 Collier R J, Burckhardt C B, Lin L H. *Optical Holography* (光全息学). Sheng Erzhen Transl. Beijing: China Machine Press, 1983. 203~207 (in Chinese)