

文章编号: 0253-2239(2003)09-1045-4

Λ 型原子与单模光场的非共振作用制备四光子相干态

戴宏毅 李承祖 陈平形 梁林梅
(国防科技大学理学院, 长沙 410073)

摘要: 根据简并 Λ 型三能级原子与单模光场的改进型有效哈密顿量, 通过矩阵形式法推导出原子-光场系统的波函数, 提出利用简并 Λ 型三能级原子与单模光场的远离共振相互作用制备四光子相干态的有效方案。并且证明按照同样的方法不能制备出四成分以上的相干叠加态, 即在腔中注入的第三个原子的速度与第二个原子的速度相等时, 腔场将保持这种四光子相干叠加态不变。

关键词: 量子光学; 简并 Λ 型三能级原子; 四光子相干态; 波函数; 非共振相互作用; 原子选态测量

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

1 引 言

近年来, 由于叠加态所引起的量子干涉效应使得这种态呈现出非经典性质, 不同相干叠加态的研究引起了人们的兴趣^[1-6]。Hach III 和 Gerry^[5] 描述了一系列单模量子化电磁场的四光子相干态。这些态就是光子淹没算符的四次方的本征态, 能够看成是位于相空间的一个圆上的四个相干态的叠加, 即为四个一般相干态 $|\alpha\rangle$, $|- \alpha\rangle$, $|i\alpha\rangle$ 和 $|- i\alpha\rangle$ 的不同形式的叠加^[5,6]:

$$|\Psi_0\rangle = N_0[|\alpha\rangle + |- \alpha\rangle + |i\alpha\rangle + |- i\alpha\rangle], \quad (1a)$$

$$|\Psi_1\rangle = N_1[|\alpha\rangle - |- \alpha\rangle - i|i\alpha\rangle + i|- i\alpha\rangle], \quad (1b)$$

$$|\Psi_2\rangle = N_2[|\alpha\rangle + |- \alpha\rangle - |i\alpha\rangle - |- i\alpha\rangle], \quad (1c)$$

$$|\Psi_3\rangle = N_3[|\alpha\rangle - |- \alpha\rangle + i|i\alpha\rangle - i|- i\alpha\rangle], \quad (1d)$$

式中 $N_i (i = 0, 1, 2, 3)$ 为归一化因子, 其中 0, 1, 2, 3 表示对应的复合态中含有的最小数态。也就是说, 在 $|\Psi_0\rangle$ 的数态展开式中, 只含有 $|0\rangle$ 、 $|4\rangle$ 、 $|8\rangle$ 、 $|12\rangle$...; 在 $|\Psi_1\rangle$ 的数态展开式中, 只含有 $|1\rangle$ 、 $|5\rangle$ 、 $|9\rangle$ 、 $|13\rangle$...; 在 $|\Psi_2\rangle$ 的数态展开式中, 只含有 $|2\rangle$ 、 $|6\rangle$ 、 $|10\rangle$ 、 $|14\rangle$...; 在 $|\Psi_3\rangle$ 的数态展开式中, 只含有 $|3\rangle$ 、 $|7\rangle$ 、 $|11\rangle$ 、 $|15\rangle$...^[5,6]。四光子相干态具有更为显著的非经典特性^[5,6], 可以在色散介质的色散腔量子电动力学、离子阱量子计算机中产生, 因此研究四光子相干态在量子信息和量子计算中具有重要意义。

Gerry^[6] 提出了使用 Ξ 型三能级原子与光场的

拉曼相互作用在色散腔量子电动力学中制备四光子相干态的方案。文献[7,8]研究了 Λ 型三能级原子与光场的拉曼相互作用, 得出改进型的有效哈密顿量及其波函数。虽然其波函数可以严格求解, 但通常解方程的方法十分复杂。本文就是在文献[7,8]的基础上, 根据简并 Λ 型三能级原子与单模光场的改进型有效哈密顿量, 通过矩阵方法很简便地推导出原子-光场系统的波函数, 从而提出利用简并 Λ 型三能级原子与单模光场的远离共振相互作用制备四光子相干态的有效方案, 并且对能否继续利用这一方法制备出具有四成分以上的相干叠加态问题进行了研究, 得出了极有趣的结果。即与文献[6]不同的是, 当在腔中注入的第三个原子的速度与第二个原子速度完全相等时, 然后再对原子进行同样的探测, 腔场将保持这种四光子相干叠加态不变。

2 简并 Λ 型三能级原子与单模腔场的非共振相互作用

简并 Λ 型三能级原子与一单模腔场的相互作用情况如图 1 所示。在旋转波近似下, 原子与腔场系统的相互作用哈密顿量为^[7,8]

$$H = \lambda_1(a^\dagger |g\rangle\langle f| + a|f\rangle\langle g|) + \lambda_2(a^\dagger |e\rangle\langle f| + a|f\rangle\langle e|), \quad (2)$$

其中 λ_1, λ_2 是原子与场模的耦合常量, a 与 a^\dagger 分别表示光子的湮没与产生算符, $|g\rangle$ 、 $|e\rangle$ 和 $|f\rangle$ 分别表示 Λ 型三能级原子的三个能级, 其中基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 为两个退化的相等能量。当原子的跃迁频率 ω_0 与腔场频率 ω 之间的失谐量 $\Delta =$

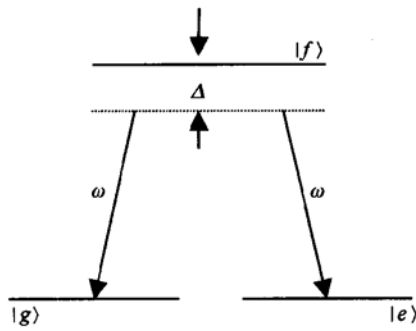


Fig. 1 Diagram of the degenerate Λ -type three level atom interacting with the single mode cavity field

$|\omega - \omega_0|$ 很大即远离共振时, 原子与腔场之间不交换能量, 这时, 原子的高能激发态 $|f\rangle$ 能级可从哈密顿量中绝热地消除。此时, 在相互作用绘景中系统的相互作用有效哈密顿量为^[7, 8]

$$H_{\text{eff}} = -ga^+ a(|g\rangle\langle e| + |e\rangle\langle g|) - a^+ a(\beta_1|g\rangle\langle g| + \beta_2|e\rangle\langle e|), \quad (3)$$

其中, $g = \lambda_1 \lambda_2 / \Delta$, $\beta_1 = \lambda_1^2 / \Delta$, $\beta_2 = \lambda_2^2 / \Delta$ 。为简单起见, 考虑简并非共振耦合情况, 取 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 因而

有 $g = \beta_1 = \beta_2 = \lambda^2 / \Delta$ 。取 $|g\rangle \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $|e\rangle \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, 则系统的相互作用有效哈密顿量可以写成下列矩阵形式:

$$H_{\text{eff}} = -ga^+ a \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = -ga^+ a \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - ga^+ a \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

设原子初始时刻处于态 $u|g\rangle + v|e\rangle$, 光场被制备成相干态 $|\alpha\rangle$, 则整个系统的初态是

$$|\Psi(0)\rangle = N(u|g\rangle + v|e\rangle) \otimes |\alpha\rangle, \quad (5)$$

其中 N 为归一化常量 $N = 1 / \sqrt{|u|^2 + |v|^2}$ 。

在相互作用绘景中, 系统的态矢满足方程:

$$i \frac{d|\Psi(t)\rangle}{dt} = H_{\text{eff}} |\Psi(t)\rangle, \quad (6)$$

利用 Baker-Campbell-Hausdorff 公式:

$$e^{A+B} = e^A e^B e^{-[A, B]/2}, \quad (7)$$

则在场的粒子数态集 $\{|n\rangle\}$ 和原子能量本征矢构成的表象中, 任意时刻 t 的波函数经过计算为

$$|\Psi(t)\rangle = e^{-iH_{\text{eff}}t} |\Psi(0)\rangle = N e^{i\text{ngt}} \{ [u \cos(\text{ngt}) + iv \sin(\text{ngt})] |g\rangle + [iu \sin(\text{ngt}) + v \cos(\text{ngt})] |e\rangle \} \otimes |\alpha\rangle = \frac{N}{2} \{ [u(|\alpha\rangle + |\alpha e^{i2gt}\rangle) - v(|\alpha\rangle - |\alpha e^{i2gt}\rangle)] |g\rangle + [-u(|\alpha\rangle - |\alpha e^{i2gt}\rangle) + v(|\alpha\rangle + |\alpha e^{i2gt}\rangle)] |e\rangle \}. \quad (8)$$

3 四光子相干态的制备

当 Λ 型三能级原子初始时刻处于激发态 $|e\rangle$, 腔场初态处于相干态 $|\alpha\rangle$ 时, 经过相互作用时间 t_1 以后, 描述原子和腔场系统的态为

$$|\Psi(t_1)\rangle = \frac{1}{2} [(|\alpha\rangle + |\alpha e^{i2gt_1}\rangle) |e\rangle - (|\alpha\rangle - |\alpha e^{i2gt_1}\rangle) |g\rangle], \quad (9)$$

通过调节原子的速度, 控制原子与腔场的相互作用时间 t_1 , 使得 $gt_1 = \pi/2$, 此时系统的态为

$$|\Psi(t_1)\rangle = \frac{1}{2} [(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) |e\rangle - (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle) |g\rangle], \quad (10)$$

现在对原子进行探测, 设原子处于激发态 $|e\rangle$, 则腔场将坍缩为偶相干态:

$$|\Psi(0)_e\rangle = N_e (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle), \quad (11)$$

式中 N_e 是归一化因子。

当腔场坍缩到偶相干态(11)式以后, 把第二个同样制备的原子注入腔中, 经过相互作用时间 t_2

后, 系统的态为

$$|\Psi(t_2)\rangle = e^{-iH_{\text{eff}}t_2} N_e (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle) \otimes |e\rangle = \frac{N_e}{2} \{ [(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle + |\alpha e^{i2gt_2}\rangle + |-\alpha e^{i2gt_2}\rangle) |e\rangle - [(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle - |\alpha e^{i2gt_2}\rangle - |-\alpha e^{i2gt_2}\rangle) |g\rangle] \}, \quad (12)$$

这时再调节原子的速度以控制相互作用时间, 使得 $gt_2 = \pi/4$, 则(12)式为

$$|\Psi(t_2)\rangle = \frac{N_e}{2} \{ [(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle + |i\alpha\rangle + |-i\alpha\rangle) |e\rangle - [(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle - |i\alpha\rangle - |-i\alpha\rangle) |g\rangle] \}, \quad (13)$$

此时再对原子进行探测, 当探测到原子处于激发态 $|e\rangle$, 则腔场将坍缩到态:

$$|\Psi_0\rangle = N_0 (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle + |i\alpha\rangle + |-i\alpha\rangle), \quad (14)$$

如果探测到原子处于基态 $|g\rangle$, 则腔场将坍缩到态:

$$|\Psi_2\rangle = N_2 (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle - |i\alpha\rangle - |-i\alpha\rangle), \quad (15)$$

同样地, 对于(10)式来说, 如果对原子进行探测, 假设原子处于基态, 则腔场将坍缩为奇相干态:

$$|\Psi(0)_o\rangle = N_o (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle), \quad (16)$$

当腔场坍缩到奇相干态(16)式以后, 如果把制备成

处于基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 的叠加态原子 $(|e\rangle - i|g\rangle)/\sqrt{2}$ 注入腔中, 经过相互作用时间 t_2 之后, 系统的态演化为

$$|\Psi(t_3)\rangle = e^{-iH_{eff}t_2} N_1 (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle) \otimes \frac{|e\rangle - i|g\rangle}{\sqrt{2}} = N'_1 [(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle - i|i\alpha\rangle + i|-i\alpha\rangle) |e\rangle - (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle + i|i\alpha\rangle - i|-i\alpha\rangle) |g\rangle], \quad (17)$$

这时, 再对原子进行探测, 当探测到原子处于激发态 $|e\rangle$, 则腔场将坍缩到态:

$$|\Psi_1\rangle = N_1 (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle - i|i\alpha\rangle + i|-i\alpha\rangle), \quad (18)$$

如果探测到原子处于基态 $|g\rangle$, 则腔场将坍缩到态:

$$|\Psi_3\rangle = N_3 (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle + i|i\alpha\rangle - i|-i\alpha\rangle), \quad (19)$$

(14) 式、(15) 式和 (18) 式、(19) 式就是我们制备的四光子相干叠加态。

还需要指出的是, 在方程 (12) 式中, 如果注入腔中的原子是处于基态 $|g\rangle$, 其它条件不变, 可以制备出四光子相干态 (14) 式、(15) 式^[6, 10]; 同样地, 在方程 (17) 式中, 如果注入腔中的原子是处于基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 的叠加态 $(|g\rangle - i|e\rangle)/\sqrt{2}$ 形式, 其它条件不变, 则也可以制备出四光子相干态 (18) 式、(19) 式。

4 讨 论

我们能否通过不断地注入适当制备的原子与腔场发生相互作用, 来制备四成分以上的相干叠加态呢?

当腔场处于 (14) 式以后, 把第三个适当制备的原子注入腔中, 这时并调节原子的速度与第二个原子的速度相等以控制作用时间 t_3 , 使得满足 $gt_3 = \pi/4$, 系统的态经演算为

$$|\Psi(t_3)\rangle_0 = e^{-iH_{eff}t_3} N_0 (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle + |i\alpha\rangle + |-i\alpha\rangle) \otimes |e\rangle = N_0 (|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle + |i\alpha\rangle + |-i\alpha\rangle) |e\rangle, \quad (20)$$

这时对原子进行探测时, 原子只能处于激发态 $|e\rangle$, 即腔场的态保持 (14) 式不变, 也就是说我们不能通过同样的方法制备出更多成分的相干叠加态。

按照同样的道理, 当腔场处于 (18) 式以后, 把下一个同样制备的原子注入腔中, 这时再调节第三个原子的速度与第二个原子的速度相等以控制相互作用时间 t_3 , 使得满足 $gt_3 = \pi/4$, 系统的态经演算为

$$|\Psi(t_3)\rangle_1 = e^{-iH_{eff}t_3} N_1 (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle - i|i\alpha\rangle + i|-i\alpha\rangle) \otimes (|e\rangle - i|g\rangle)/\sqrt{2} = N'_1 (|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle - i|i\alpha\rangle + i|-i\alpha\rangle) |e\rangle, \quad (21)$$

这时对原子进行探测时, 原子只能处于激发态 $|e\rangle$, 即腔场的态保持 (18) 式不变。

至于 (15) 式和 (19) 式, 其讨论方法分别与上述讨论相同, 在此不再赘述。

由式可见, 不能通过不断地注入适当制备的原子与腔场发生相互作用, 来制备四成分以上的相干叠加态。也就是说, 当注入与第二个原子速度完全相等的第三个原子后, 再对原子进行同样的探测, 腔场将保持这种四光子相干叠加态不变。

结束语 本文提出了利用简并 Λ 型三能级原子与单模光场的非共振相互作用制备四光子相干态的有效方案。与文献 [6] 提出的使用 Ξ 型三能级原子与光场相互作用在色散腔量子电动力学中制备四光子相干态的方案相比, 本方案只需要一个冉赛 (Ramsey) 区, 而文献 [6] 必须使用两个冉赛区来操作原子; 其次, 由于本方案利用了简并的 Λ 型三能级原子的两个低能态, 因此原子的自发发射可得到很好地抑制, 原子的相干性可得到很好的保持。为使本方案易于实现, 必须选择 Q 因子很高的光腔, 另外还要求原子跃迁频率与光场频率相差很大, 以满足光场与原子发生拉曼相互作用所需的足够的时间和原子的高激发态能级可从哈密顿量中绝热地消除条件。随着量子拍光谱学和冉赛干涉等实验技术的发展, 表明了本方案在不久的将来有可能实现。

参 考 文 献

- 1 Monroe C, Meekhof D M, King B E. A Schrödinger cat superposition state of an atom. *Science*, 1996, **272**(5263): 1131~ 1136
- 2 Brune M, Haroche S, Raimond J M *et al.*. Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling: quantum-nondemolition measurements and generation of Schrödinger cat states. *Phys. Rev. (A)*, 1992, **45**(7): 5193~ 5214
- 3 Janszky J, Domokos D, Adam P. Coherent states on a circle and quantum interference. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **48**(3): 2213~ 2219
- 4 Guo G C, Zheng S B. Generation of cat states via the Jaynes-Cummings model with large detuning. *Phys. Lett. (A)*, 1996, **223**(5): 332~ 336

- 5 Hach III E E, Gerry C C. Four-photon coherent states properties and generation. *J. Mod. Opt.*, 1992, **39**(12): 2501~ 2517
- 6 Gerry C C. Generation of four-photon coherent states in dispersive cavity QED. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **53**(6): 3818~ 3821
- 7 Xu L, Luo Z F, Zhang Z M. Validity of the effective Hamiltonian for the degenerate Raman process. *J. Phys. (B)*, 1994, **27**(8): 1649~ 1656
- 8 Zhang Zhiming. Modified effective Hamiltonian for the nondegenerate Raman-coupled model. *Acta Sinica Quantum Optics* (量子光学学报), 1996, **2**(1): 32~ 36 (in Chinese)
- 9 Lin Xiu, Li Hongcai. Teleportation of a two-qubit atomic state through the Raman atom-cavity-field interaction. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2003, **23**(2): 137 ~ 141 (in Chinese)
- 10 Yao Chunmei, Fan Xiping, Guo Guangcan. A new scheme for preparing the four-photon coherent states. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 2001, **30**(2): 142~ 144 (in Chinese)

Generation of Four-Photon Coherent States Through Far-Off Non-Resonant Interaction of Λ -Type Atom with Cavity Field of Single Mode

Dai Hongyi Li Chengzu Chen Pingxing Liang Linmei

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

(Received 15 July 2002; revised 23 September 2002)

Abstract: Based on the modified effective Hamiltonian for the atom-field system, the wave function of the system is derived by means of matrix forms. A feasible scheme is presented to generate the four-photon coherent states via far-off resonant interaction of a degenerate Λ -type three-level atom with coherent state cavity field. It is also proved that the superposition states of four-photon coherent states with more than four-component cannot be generated by using the above same method. That is, the four-photon coherent states can remain unchanged in the cavity when the third atom with the same velocity as the second atom is injected into the cavity.

Key words: quantum optics; a degenerate Λ -type three-level atom; four-photon coherent states; wave function; far-off resonant interaction; atom selective measurement