

基于相位跳变区划分的相位展开方法*

彭震君 钱 锋 钟向红 路元刚 王向朝

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 提出了一种相位跳变区域的确定方法,在此基础上提出一种基于相位跳变区划分的相位展开方法。计算机模拟和实验结果均证明:此方法对噪声有很强的抗干扰能力,能有效地实现带噪声的主值相位图的相位展开。

关键词: 信号检测; 相位跳变区; 相位展开; 移相干涉术

中图分类号: 文献标识码: A

1 引 言

随着光学面阵探测器和计算机的快速发展,激光干涉术已经成为人们进行高精度测量的主要手段^[1~3]。在绝大多数干涉测量中,所测得的干涉信号是一周期函数。从干涉信号中由反三角函数求出的相位值是被限制在 $-\pi$ 到 π 之间的的主值相位值。为了重建被测物理量的真实相位图,必须对主值相位图进行相位展开来消除主值相位图中的 2π 跳变。对此问题,国内外科研人员已经提出了许多相位展开方法^[4~12],但是在信噪比不高的情况下,现有的各类相位展开方法总会出现种种相位展开错误,无法得到正确的真实相位图。

针对带噪声的主值相位图,本文提出了利用相位分布特征来划分出相位跳变区,利用相位跳变区分割非相位跳变区。由于相位跳变线只会位于相位跳变区内,非相位跳变区的相位跳变点(与相邻点相位差超过 π 的点)可以确定为是由噪声引起的,在相位展开过程中不被考虑,从而避免了噪声对相位展开的影响。所以,各非相位跳变区只需要进行简单的整体相位补偿就可以实现相位展开。这样,可能存在的相位展开误差就被限制在狭小的相位跳变区内,而且不会在图像内传播。再利用非相位跳变区的信息对相位跳变区进行细化和相位补偿,可以最大限度地减少可能出现的相位展开错误。计算机模拟和实验结果均证明:此相位展开方法有很强的抗噪声干扰能力,能有效实现带噪声的主值相位图的

相位展开。

2 相位跳变区域及其划分

首先,分析主值相位图中相位值分布特点。图 1(a)和图 1(b)分别是无噪声主值相位图和带噪声主值相位图。图的大小为 200×200 像素。从图 1(a)中可以看出,图中有明显相位跳变线,各相位跳变点之间相位值连续均匀变化。图 1(b)显示,由于噪声的影响,原各相位跳变线之间相位值连续均匀变化区域相位不再均匀变化,出现了很多分散的相位跳变点;而原相位跳变线附近点的相位值在 π 或 $-\pi$ 附近急剧变化,原相位跳变线淹没在其中。这样,在原相位跳变线附近形成一个区域,在这个区域内,存在很密集的相位跳变点,且原相位跳变线一定位于该区域中,我们称这个区域为相位跳变区。而被相位跳变区分割开的各区域称为非相位跳变区。

下面,我们就利用相位值分布信息来确定相位跳变区。相位图中有四类有代表性的区域:相位跳变线、相位值接近 π 的区域、相位值接近 $-\pi$ 的区域、远离相位跳变线的区域。分别在上述每类区域上设置四个 5×5 像素的窗口,对窗口中像素的相位值分布进行分析。图 2(a),图 2(b),图 2(c)和图 2(d)分别是图 1(a)中四类窗口中像素的相位分布直方图。从这几幅直方图中,可以清楚看出:

1) 对于远离相位跳变线的区域,其窗口中像素的相位值比较均匀地分布于某一属于 $[\pi, -\pi]$ 中的值的附近。

2) 对于接近相位跳变线但不包含相位跳变线的区域,其窗口中像素的相位值集中地分布于 π 或 $-\pi$ 附近。

3) 对于包含相位跳变线的区域,其窗口中像素

* 国家自然科学基金(69978024)、上海市科技发展基金(011461060、0114nm013)资助课题。

E-mail: pzj-post2002@sina.com

收稿日期:2002-07-24; 收到修改稿日期:2002-08-27

的相位值要么接近 π , 要么接近 $-\pi$, 且接近 π 和接近 $-\pi$ 的像素点的个数很接近。

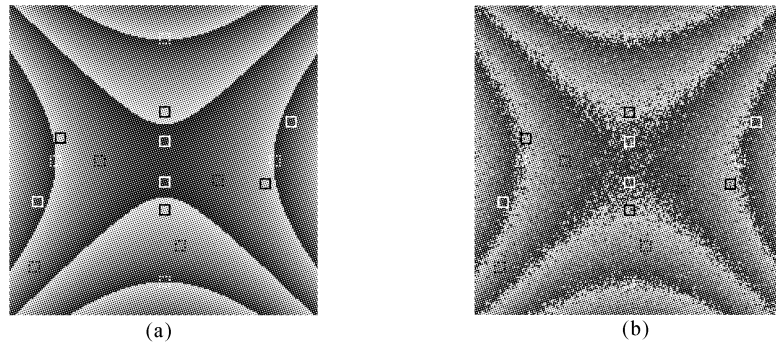


Fig. 1 (a) Wrapped phase map without noise, in which sixteen windows are used to analyze phase-distribution features; (b) Noisy counterpart of (a)

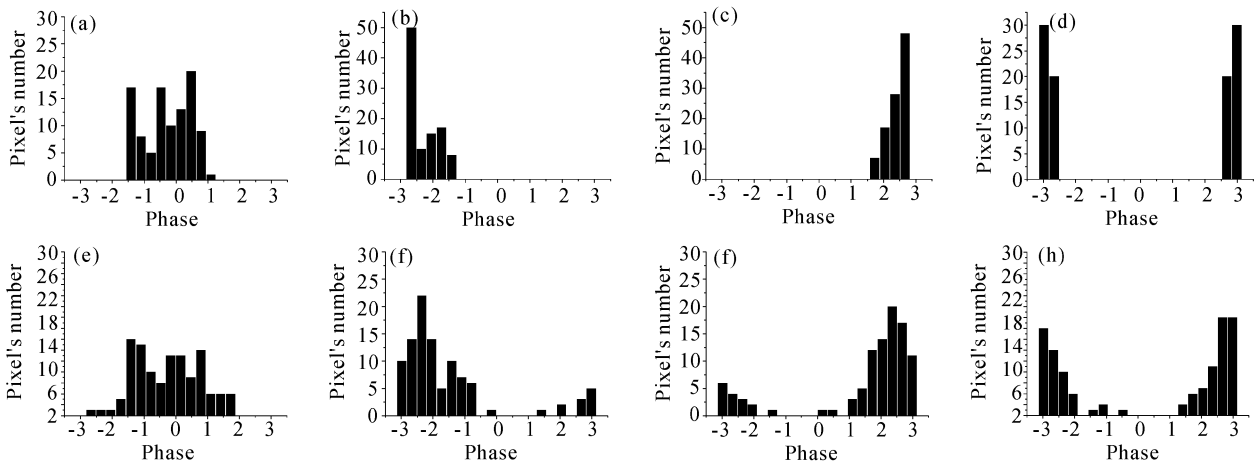


Fig. 2 (a) Phase histogram of pixels in black-dot-frame windows in Fig. 1 (a); (b) Phase histogram of pixels in white-line-frame windows in Fig. 1 (a); (c) Phase histogram of pixels in black-line-frame windows in Fig. 1 (a); (d) Phase histogram of pixels in white-dot-frame windows in Fig. 1 (a); (e) Phase histogram of pixels in black-dot-frame windows in Fig. 1 (b); (f) Phase histogram of pixels in white-line-frame windows in Fig. 1 (b); (g) Phase histogram of pixels in black-line-frame windows in Fig. 1 (b); (h) Phase histogram of pixels in white-dot-frame windows in Fig. 1 (b)

在图 1(b) 中选取与图 1(a) 中位置大小完全相同的窗口。图 2(e), 图 2(f), 图 2(g) 和图 2(h) 分别是图 1(b) 中四类窗口中像素的相位分布直方图。可见, 各类相位区域都很好的保留了上述无噪声时该区域的相位值分布特点。这就说明: 从相位值的分布特征出发, 能很好地从带噪声的相位图中提取出正确的相位信息。从相位分布直方图中可以看出, 主值相位图中的像素处于相位跳变线上的可能性, 由两个方面因素决定: 其一是以该点为中心的窗口中相位的绝对值接近 π 的像素的个数; 另一方面是以该点为中心的窗口中相位值接近 π 与 $-\pi$ 的像素个数的差。综合考虑这两方面的因素, 我们提出以下的函数来描述像素 (x, y) 处于相位跳变线上的可能性:

$$P = \frac{P_1}{P_2} = \frac{\sum_{i=x-l}^{i=x+l} \sum_{j=y-l}^{j=y+l} |\phi(i, j)| \exp\left(\frac{|\phi(i, j)|}{a}\right)}{\left| \sum_{i=x-l}^{i=x+l} \sum_{j=y-l}^{j=y+l} \phi(i, j) \exp\left(\frac{|\phi(i, j)|}{b}\right) \right|} \quad (1)$$

在这里, 窗口的边长为 $(2l + 1)$, $\phi(i, j)$ 是以 (x, y) 为中心点的窗口中的点 (i, j) 的主值相位值, $\exp\left(\frac{|\phi(i, j)|}{a}\right)$ 与 $\exp\left(\frac{|\phi(i, j)|}{b}\right)$ 为点 (i, j) 的相位值的权重, a 与 b 分别是调整权重的因子。可见, 相位值越是靠近 π 或 $-\pi$, 它的权重越大。(1) 式中的分子项 P_1 描述了相位跳变线附近像素的相位值分布的第一个特征, 窗口内各点相位的绝对值越大, 则 P_1 项的值越大。

图 3(a)和 3(b)分别为图 1(a)和图 1(b)在 $x=100$ 的截面图。图 3(c)和图 3(d)分别为图 1(a)和图 1(b)的 P_1 值在 $x=100$ 的截面图,这里,窗口边长取 5 个像素点, a 的取值为 1.0。可以看出,不仅图 3(c)中 P_1 的取值在各相位跳变线附近存在一个峰值,图 3(d)中 P_1 的取值在相位跳变线处也存在一个峰值,可见对噪声有较好的抗干扰性。只要选定一定的阈值,就能划分出相位跳变区。但是,由于 P_1 只考虑相位跳变线附近像素的相位值分布的第一个特征,若以它的取值来划分相位跳变区将导致了两方面的不良后果:一是 P_1 的值在相位跳变线附近的峰不够尖锐,这给相位跳变区的准确划分带来困难;更为严重的是在一些不存在相位跳变但整体相位值都接近 π 或 $-\pi$ 的特殊区域, P_1 的值仍很大,会引起相位跳变区的错误划分。例如:图 3(a)和图 3(b)的中心区域,虽然不存在相位跳变,但由于其相位值都接近 $-\pi$,在图 3(c)和图 3(d)中, P_1 在此区域的值仍很大。而(1)式中的分母项 P_2 则描述了相位跳变线附近像素的相位值分布的第二个

特征:窗口中相位值接近 π 与 $-\pi$ 的像素个数的差。从本质上说,该项是考察窗口中各像素的加权相位值的平均值。这一平均值越小, P_2 的值就越小。图 3(e)和图 3(f)分别是图 1(a)和图 1(b)的 P_2 值在 $x=100$ 的截面图。这里,窗口边长也取 5 个像素点, b 的取值为 0.6。可以看出, P_2 的值在相位跳变线处存在一低谷,但是它的值在相位值接近 0 的区域也存在低谷。若以 P_2 的值划分相位跳变区,在相位接近 0 的区域就会引起相位跳变区的错误划分。但是,很显然,在相位跳变线附近, P_1 的值很大而 P_2 的值很小,而在其他区域,要么它们的值都很大,要么它们的值都很小,它们的商 P 在相位跳变线附近存在很尖锐的高峰,而在其他区域的取值都很小,所以,以 P 的值作为划分相位跳变区的标准就能避免上述各种错误和不足。图 3(g)和图 3(h)分别是图 1(a)和图 1(b)的 P 值在 $x=100$ 的截面图。由于 P 的值在相位跳变处的峰很尖锐,我们只需简单地对 $P(i,j)$ 设定一个阈值,就能划分出相位跳变区域。

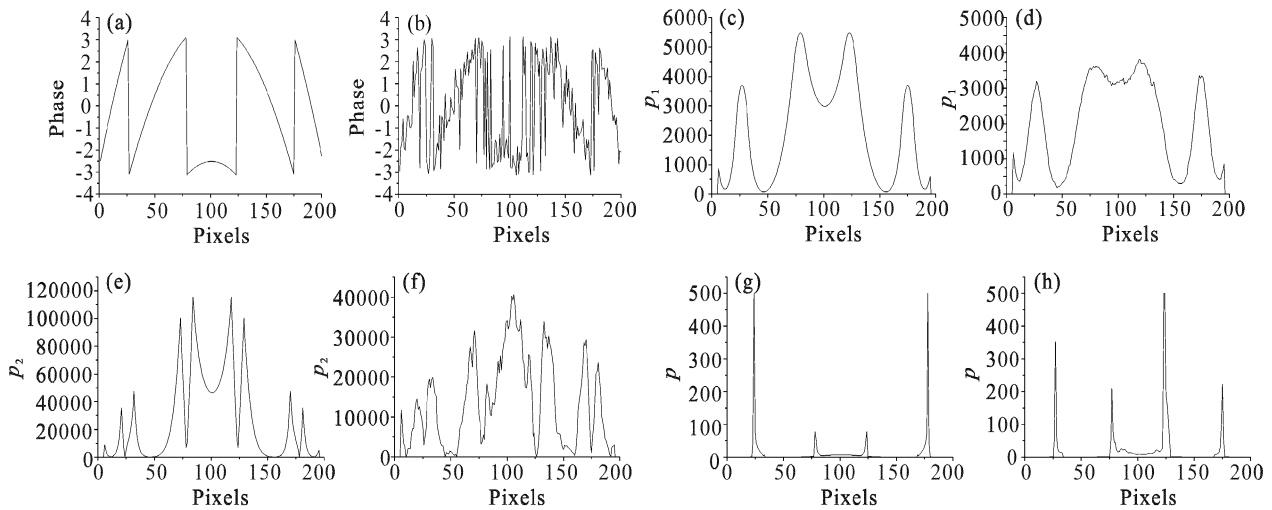


Fig. 3 (a) Cross section of Fig. 1 (a) at $x=100$; (b) Cross section of Fig. 1 (b) at $x=100$; (c) P_1 map of the signal in (a); (d) P_1 map of the signal in (b); (e) P_2 map of the signal in (a); (f) P_2 map of the signal in (b); (g) P map of the signal in (a); (h) P map of the signal in (b)

3 基于相位跳变区域划分的相位展开方法

基于相位跳变区划分的相位展开方法包括以下几步:1) 根据第二节中介绍的方法划分出相位跳变区以及由相位跳变区隔离开的非相位跳变区;2) 对非相位跳变区整体加减 2 的整数倍来实现相位展开;3) 对相位跳变区进行细化和相位补偿;4) 对

整幅相位图进行中值滤波,去除噪声。

在对非相位跳变区的细化和相位补偿过程中,充分利用非相位跳变区的相位值信息是能否实现非相位跳变区相位展开的关键。我们用一个窗口在相位跳变区和非相位跳变区的交界处滑动,并且使窗口中属于非相位跳变区的像素数目远远大于属于相位跳变区的像素数目,这样窗口的中心点一定会位于非相位跳变区。在相位空间,对窗口中的真实相

位面采用平面近似。在这一近似下,窗口中心点 (x, y) 有三个参量 $[\phi(x, y), k_x(x, y), k_y(x, y)]$, 而窗口中的真实相位面可以由下式表示:

$$\phi_\epsilon(x, y, \epsilon, \eta) = \phi(x, y) + k_x(x, y)(\epsilon - x) + k_y(x, y)(\eta - y), \quad (2)$$

在这里,点 (ϵ, η) 为以 (x, y) 为中心的窗口中的点, $\phi(x, y)$ 、 k_x 、 k_y 分别为相位面在点 (x, y) 的相位值、 x 方向切线的斜率、 y 方向切线的斜率。考察窗口中相位面上各点到该平面的距离的平方和,可以得到如下代价函数:

$$U_{x,y}(\phi_0, k_x, k_y) = \sum_{(\epsilon, \eta) \in N_{x,y}} [\phi'(\epsilon, \eta) - \phi_\epsilon(x, y, \epsilon, \eta)]^2, \quad (3)$$

其中 $N_{x,y}$ 代表点 (x, y) 为中心的窗口区域。若点 (ϵ, η) 为窗口中非相位跳变区域的像素,则 $\phi'(\epsilon, \eta)$ 取 $\phi(\epsilon, \eta)$; 若点 (ϵ, η) 为窗口中相位跳变区的像素, $\phi'(\epsilon, \eta)$ 取集合 $\{\phi'(\epsilon, \eta) | \phi'(\epsilon, \eta) = \phi(\epsilon, \eta) + 2k\pi, k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ 中的某一个值,以使得

$$|\phi'(\epsilon, \eta) - \phi_\epsilon(x, y, \epsilon, \eta)| < \pi.$$

通过调整 $\phi(x, y)$ 、 k_x 、 k_y 和窗口中位于相位跳变区域中各像素点在上述集合中的取值使得代价函数 $U_{x,y}$ 最小。此时, $\phi'(\epsilon, \eta)$ 即为相位跳变区域内像素点 (ϵ, η) 的相位值。相位跳变区的点经过上述相位补偿后,将被划入非相位跳变区。随着这一过程不断进行,相位跳变区不断被细化,直到完全消失。

首先,由计算机产生四幅相位差依次为 $\pi/2$ 的干涉信号图。这四幅图为 512×512 像素的 8 位灰度图,共有 256 个灰度级,代表干涉信号的强度。它们可由下式表示:

$$I_m(x, y) = I_0(x, y) \left\{ 1 + \gamma \cos \left[\phi(x, y) + m \frac{\pi}{2} \right] \right\}, \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

$I_0(x, y)$ 为点 (x, y) 处干涉信号的直流分量, γ 为条纹可见度, $\phi(x, y)$ 是反映被测物理量的相位项。主值相位可由四步算法求出

$$\phi_w(x, y) = \arctan \left[\frac{I_1(x, y) - I_3(x, y)}{I_4(x, y) - I_2(x, y)} \right]. \quad (5)$$

图 4(a) 是由 (5) 式计算出的理想的主值相位图。图 4(b) 是图 4(a) 相位展开后所得到的真实相位图。图 4(c) 是对图 4(a) 加上噪声后的主值相位图,与图 4(a) 相比,它们的均方根值为 1.88 rad。我们取 $a = 1.1$, $b = 0.5$, 窗口边长为 5 个像素。由此可算出它的 P 值分布,我们取阈值为 30, 便可分割出相位跳变区域。图 4(d) 中黑色区域即为相位跳变区。图 4(e) 为对非相位跳变区相位补偿后的结果。图 4(f) 为对相位跳变区细化和相位补偿后的结果。所选取的窗口边长同样为 5 个像素,且窗口中属于相位跳变区域的像素不多于 8 个。可以看到在图 4(f) 中,相位跳变线已全部消除,但噪声仍然存在。图 4(g) 是用 5×5 中值滤波器滤波后的结果,

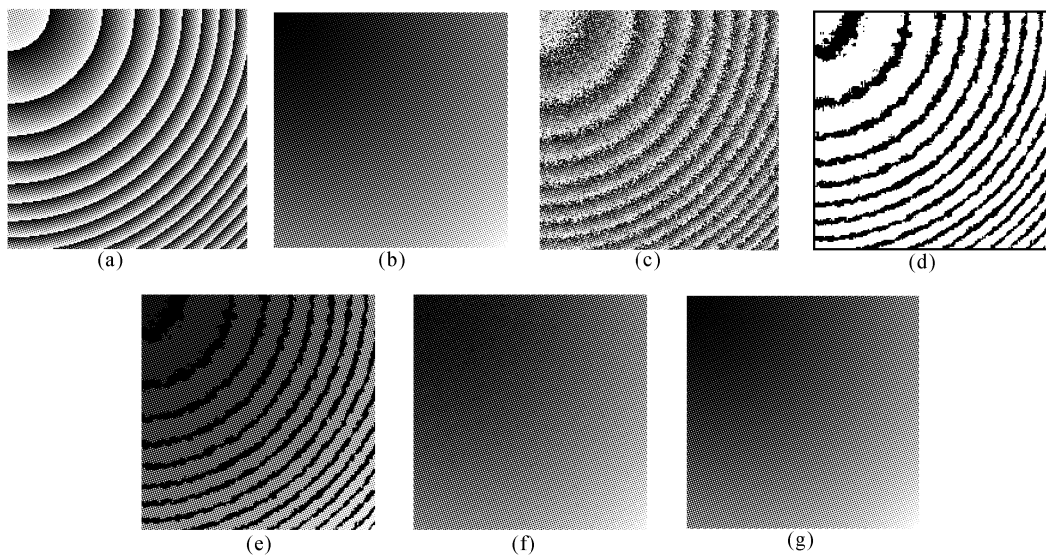


Fig. 4 (a) Wrapped phase map without noise; (b) Unwrapped result of phase map in (a); (c) Wrapped noisy phase map; (d) Identified phase-jump regions (marked with black color); (e) Non-phase-jump regions marked with different gray levels after phase compensation; (f) Reconstructed phase map after phase compensation; (g) Final unwrapped phase image after median filtering

与图 4(b)相比,它们的均方根值为 0.27 rad。

4 实验结果

把此法应用到移相干涉法面形测量中。图5是

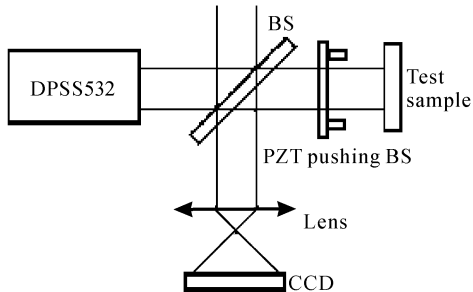


Fig. 5 Phase-stepping interferometer with typical Fizeau configuration. DPSS532: laser-diode-pumped solid-state laser; BS: beam splitter; PZT: piezoelectric transducer

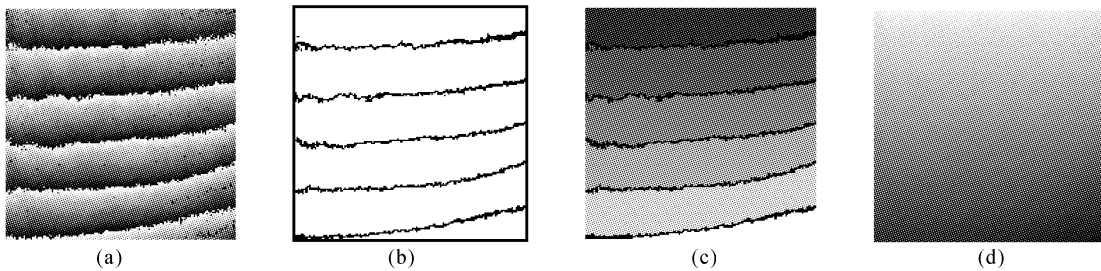


Fig. 6 Experimental results. (a) Wrapped phase map; (b) Identified phase-jump regions (marked with black color); (c) Non-phase-jump regions marked with different gray levels; (d) Reconstructed phase map after phase compensation and median filtering

结论 本文提出了一种基于相位跳变区划分的新的相位展开方法。此方法利用相位值分布特征划分出相位跳变区,由于相位跳变线肯定位于相位跳变区内,非相位跳变区只需要简单地整体加减 2 的整数倍进行相位补偿就可以实现相位展开。再利用非相位跳变区的相位值对相位跳变区进行细化和相位补偿,实现整个相位面的相位展开。最后利用中值滤波器滤除噪声。计算机模拟表明此方法能很好地去除主值相位面中的噪声和 2π 相位跳变,实现带噪声的主值相位图的相位展开。在测量平面镜表面形貌的实验中,此方法有效地消除了噪声的影响,重建了真实相位图,证实了此方法的实际可行性。

参 考 文 献

1 Creath K. Phase-measurement interferometry techniques. In: *Progress in Optics*, Wolf E ed., Amsterdam: North-Holland, 1988, **26**:349~393

使用菲佐(Fizeau)移相干涉仪进行物体表面形貌测量的实验装置图。光源是 Coherent 公司的 DPSS532 半导体抽运固体激光器,其波长为 532 nm,最大功率为 500 mW。参考镜是一个透射率和反射率之比为 7:3 的透明平板。其反射光作为参考光,透射光经被测物体反射后为物光。参考镜由压电陶瓷驱动,在参考光和物光之间引入相位差以实现移相功能。干涉图由 CCD 探测器记录,然后通过一个 8 位 A/D 转换器输入到计算机进行处理。所测试的样品为一个平面镜,用移相干涉法测得四幅干涉信号图。图 6(a)是由干涉信号图计算出来的主值相位图。图 6(b)为 $a = 1.1, b = 0.6$,窗口边长为 5 个像素,以及阈值为 30 时划分出来的相位跳变区(图中黑色所示区域)。在经过标识非相位跳变区[图 6(c)]、相位补偿和中值滤波后,重建的相位图如图 6(d)所示。

2 Schwider J. Advanced evaluation techniques in interferometry. In: *Progress in Optics*, Wolf E, ed. Amsterdam: North-Holland, 1990, **28**:271~359

3 Malacara D, Servin M, Malacara Z. *Interferogram Analysis for Optical Testing*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1998

4 Judge T R, Bryanston-Cross P J. A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis. *Opt. Lasers in Engng.*, 1994, **21**(4):199~293

5 Goldstein R M, Zebker H Z, Werner C L. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping. *Radio Science*, 1988, **23**:713~720

6 Takajo H T, Takahashi T. Least-squares phase estimation from phase differences. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5**(3):416~425

7 Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative method. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(1):107~117

8 Gierloff J. Phase unwrapping by regions. *Proc. SPIE*, 1987, **818**:2~9

9 Tan S X, Su X Y. Utilization of cellular automata phase unwrapping method in 3-D sensing. *Acta Optica Sinica*

- (光学学报), 1997, **17**(1):112~116 (in Chinese)
- 10 Su X Y, Tan S X, Xiang L Q *et al.*. Complex object shape measurement using FTP method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(9): 1228 ~ 1233 (in Chinese)
- 11 Yao W, Wu D L, Wang Z D *et al.*. Wave-front reconstruction from opaque-object-containing interferogram using modified multigrid algorithm. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(2):171~180 (in Chinese)
- 12 Qian F, Wang X Z, Wang X F *et al.*. Adaptive filter for unwrapping noisy phase image in phase-stepping interferometry. *Optics and Laser Technology*(光学和激光技术), 2001, **33**(7):479~486 (in Chinese)

Phase-Unwrapping Algorithm Based on Segmenting Regions Containing Phase Jumps

Peng Zhenjun Qian Feng Zhong Xianghong Lu Yuangang Wang Xiangzhao

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 24 July 2002; revised 27 August 2002)

Abstract: Phase unwrapping is widely applied in a variety of fields including optical and microwave interferometry, adaptive optics, synthetic-aperture-radar and image processing. A phase unwrapping method based on segmenting regions containing phase jumps is proposed. The more the neighbors around a pixel have phase values near π and $-\pi$, and the smaller the number difference between the neighbors near π and $-\pi$ is, the more possibly the pixel locates near a phase-jump line. The pixels with high possibility form the phase-jump regions, which can be eliminated by compensating the pixels with a multiply of 2π to minimize the phase difference between them and their neighbors. After removing phase jumps, ordinary filtering operations can be utilized to postprocess the noisy unwrapped phase map. Computer simulation and experimental results make it clear that the method can effectively remove noise in phase map and unwrap the wrapped phase.

Key words: signal detection; phase-jump regions; phase unwrapping; phase-stepping interferometry