

文章编号: 0253-2239(2003)08-1000-5

用模拟退火算法设计光学有限脉冲响应滤波器*

周 瑛¹ 吴国忠² 曾广杰¹ 余飞鸿¹

(¹ 浙江大学光电工程系现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)
(² 浙江大学电力电子技术研究所, 杭州 310027)

摘要: 提出了利用记忆型模拟回火退火算法来进行基于晶体双折射的光学有限脉冲响应滤波器设计的新方法, 用以实现任意光谱响应双通道输出。模拟退火算法模拟了固体缓慢退火从而获得最低内能的物理过程, 是一种简单而有效的随机性全局优化算法。应用具有记忆功能的回火退火算法, 在较少的晶体延迟片数目下, 实现了较优的设计。为证明该设计方法的可行性和有效性, 给出了宽波带绿色/品红 (Green/Magenta, G/M) 滤波器的设计实例以及实验结果。初步研究表明, 所设计结果完成满足 LCOS 投影分合色的要求。

关键词: 光学滤波器; 光学有限脉冲响应滤波器; 模拟退火算法; 任意光谱输出; 晶体双折射

中图分类号: TN201 文献标识码: A

1 引 言

光学滤光片广泛应用于各种光学信息处理、光谱分离、投影仪分合色等场合。光学有限脉冲响应滤波器则是光学滤波器中重要而新颖的一种, 它建立在晶体双折射基础上, 由放置在两个偏振片之间的一系列相同材料、相同厚度的双折射晶体延迟片组成。由于它的输出在时间上成有限项等间隔的脉冲序列分布, 因而我们可以把它称作光学有限脉冲响应滤波器。与以往的基于晶体双折射基础的滤光片如 Lyot 型滤光片^[1]、Solc 型滤光片^[2]以及多级液晶调谐滤光片相比^[3], 它既不像 Lyot 和 Solc 型滤光片那样在结构上具有强规律性, 导致输出单一; 也不像多级液晶调谐滤光片那样难以控制, 受外界影响大, 它具有非常灵活的物理结构, 可以实现任意形状光谱响应的双通道输出, 角度特性良好, 并且实现简单, 成本较低。因此在投影分合色、光通信、传感遥感及探测等领域中有着十分广泛的应用。

光学有限脉冲响应滤波器的基本设计思想是, 把待设计的目标光谱曲线合理展开成有限项指数级数, 然后根据 Harris^[4]提出的“输出反向传递法”, 即根据展开系数利用能量守恒以及双折射晶体的特性逐级反向递推出各个晶体延迟片的相对转角, 从而

确定出整个光学有限脉冲响应滤波器的物理结构。因此, 如何合理的选择指数级数的系数来最佳的逼近目标光谱曲线, 是整个设计过程的关键。以滤波器结构(对应着指数级数的系数)为参量的评价函数是一个非常复杂的多峰值函数, 对于这样一个多参量优化问题, 一种简单而直接的做法是直接借鉴信号处理中的有限脉冲响应滤波器设计方法。窗函数(如 Hamming 窗、Kaiser 窗等等)、频率抽样法、最小平方法、切比雪夫(Chebyshev)一致逼近法都能提供满足要求的设计结果^[5,6], 但是电路中有限脉冲响应滤波器所保证的线性相位特征将导致脉冲序列的对称分布, 这种对称性在一定程度上限制了优化的范围, 因而需要更多的片数来满足要求。为了打破这种限制, 模拟退火基于概率的双方向随机搜索机制提供了一个很好的全局优化思想。

模拟退火算法源于固体的退火过程, 即固体缓慢冷却直至系统达到最低内能的热力学过程^[10]。该算法与普通算法的本质区别在于: 在温度参量的控制下, 除了接受优化解之外, 还根据 Metropolis 准则以一定的概率接受恶化解。这使得模拟退火算法既具有局部寻优的能力, 又具有从局部最优“陷阱”中跳出的能力。本文着重研究了改进型模拟退火算法在光学有限脉冲响应滤波器设计中的应用以及如何构造影响整个算法执行时间和收敛性的冷却进度表, 并且在理论上给出了 LCOS 投影仪光学引擎系统中分合色用的宽波带绿色/品红滤波器设计实例。从计算机模拟的结果以及实验结果中可

* 国家自然科学基金(60177013)、宁波市委——浙江大学专项基金资助课题。

E-mail: feihong@zju.edu.cn

收稿日期: 2002-06-05; 收到修改稿日期: 2002-08-20

以看到,采用模拟退火算法来设计光学有限脉冲响应滤波器,无需提供初始值,在较少的片数下获得了良好的分光特性,它在缩小和简化投影系统体积,降低成本,提高光能利用率等各方面将有着重大的意义^[7]。

2 光学有限脉冲响应滤波器设计模型

光学有限脉冲响应滤波器是由一系列夹在两个偏振片之间的双折射晶体延迟片组成。其基本结构如图 1 所示。

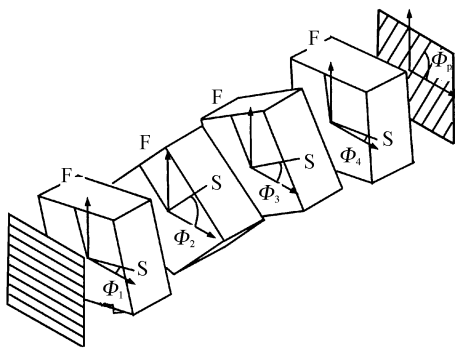


Fig. 1 The basic structure of optical FIR filter

如图 1 所示,由起偏器出来的偏振光入射到具有相同厚度、相同材料的双折射晶体延迟片堆中。由于晶体内部的双折射效应,每块晶体延迟片都会将入射的线偏振光分解成沿它的快轴和慢轴的两个分量,并产生一定的相位延迟。当偏振光通过 N 片串接的晶片之后,将产生 2^N 个光脉冲输出,而相同厚度和材料构成的晶片引起相同的相位差,所以实际出射的是 $N+1$ 个等时间间隔的光脉冲分量,其时间间隔由晶体相位延迟决定:

$$C(t) = C_0\delta(t) + C_1\delta(t-a) + C_2\delta(t-2a) + \cdots + C_n\delta(t-na) = \sum_{k=0}^n C_k\delta(t-ka), \quad (1)$$

式中 a 代表脉冲输出序列的时间间隔,可以表示为

$$a = t_s - t_f = L\Delta\eta/c, \quad (2)$$

其中 t_s 、 t_f 分别是慢轴和快轴的光通过厚度为 L 的晶片所需要的时间, c 为真空中的光速。 $\Delta\eta$ 代表晶片的折射率差:

$$\Delta\eta = n_e - n_o. \quad (3)$$

容易得到,单片晶片引起的相位差为(假设 λ 为真空中光波长)

$$\Gamma = \frac{2\pi\Delta\eta L}{\lambda}. \quad (4)$$

将式(1)作傅里叶变换可以得到该时间脉冲序列的频域响应:

$$C(\omega) = C_0 + C_1\exp(-i a\omega) + C_2\exp(-i 2a\omega) + \cdots + C_n\exp(-i na\omega) = \sum_{k=0}^n C_k\exp(-i ka\omega), \quad (5)$$

式中的 $\omega = 2\pi f = 2\pi c/\lambda$,在物理上代表光波角频率。因而,滤波器的光谱分布可以表示为(5)式的等价变换:

$$C(\lambda) = C_0 + C_1\exp\left[-i 2\pi\Delta\eta L\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right] + C_2\exp\left[-i 2 \cdot 2\pi\Delta\eta L\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right] + \cdots + C_n\exp\left[-i n 2\pi\Delta\eta L\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right] = \sum_{k=0}^n C_k\exp\left[-i k 2\pi\Delta\eta L\left(\frac{1}{\lambda}\right)\right]. \quad (6)$$

可以看到,光学有限脉冲响应滤波器的设计采用的是优化一系列指数系数 C_k ,然后再通过 Harris 提出的光学网络“输出反向传递法”转化成实际的晶片转角的间接设计方法。 $C^2(\lambda)$ 代表了输出光强分布,与其具有相同形式,不同系数 D_k 的表达式 $D^2(\lambda)$ 构成了 $C^2(\lambda)$ 的互补色,它是沿检偏器垂直方向的输出。光学网络“输出反向传递法”从两垂直分量的能量守恒关系以及晶片输入输出和坐标系之间的关系反向递推出晶体之间的相对转角,从而确定整个滤波器的物理结构^[4,7,8]。具体过程可参看文献[4]。

3 模拟退火算法在设计中的应用

3.1 记忆型模拟退火回火算法原理

记忆型模拟回火退火算法^[9~11]是模拟退火过程的改进。基本模拟退火算法:首先在解空间中随机产生一个解 i ,并计算其对应的目标值 $f(i)$ 。从这个解出发,任意给出一定的扰动 Δi ,产生新的解 j 及它的对应目标值 $f(j)$,计算温度 T 下的转移概率

$$P_T(i \Rightarrow j) = \begin{cases} 1, & f(j) \leq f(i) \\ \exp\left[\frac{f(i) - f(j)}{KT}\right], & f(i) > f(i) \end{cases} \quad (7)$$

其中 K 为当该转移概率满足 $P_T > \text{random}[0,1]$ 时接受这个新的解,否则拒绝。这个接受准则称为 Metropolis 准则。整个退火算法有限时执行进程在由参量:初始温度 T_0 ,温度衰减函数

$$T_{K+1} = \alpha \cdot T_K [\alpha \in (0.5, 1)],$$

马尔可夫链长度 L_K 以及终止准则所构成的冷却进度表的控制下进行。整个退火过程如图 2 所示。

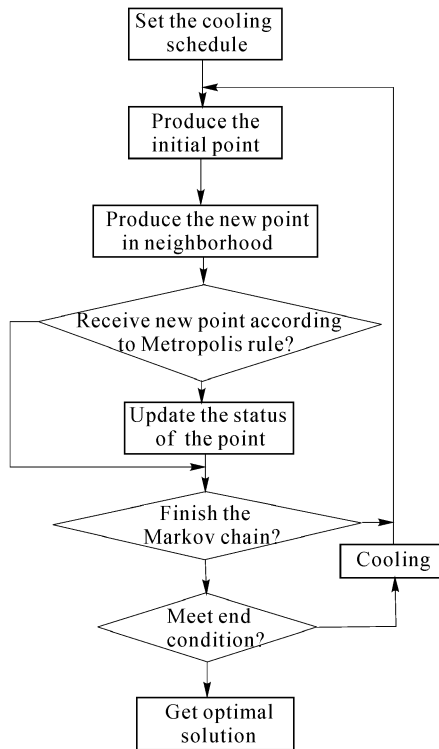


Fig. 2 Basic process of simulated annealing

可以看到,高温状态,接受较差的恶化解的概率较大;随着温度逐渐降低,只能接受较好的恶化解;在温度趋于零的时候,就无法接受任何恶化解了。理论上,经过无数次迭代之后,算法将以 1 的概率收敛于最优解。算法的运行时间和最终的收敛性强依赖于冷却进度表的选择。原则上,初始温度 T_0 应当选择足够高,以保证在合理的时间内搜索尽可能大的解空间范围;温度下降应当足够缓慢,实现“徐徐”降温;马尔可夫链长度 L_K 应当足够长,以保证在每次马尔可夫链搜索结束的时候系统能够恢复“准平衡”状态。

增加了记忆器的模拟退火算法不是把最终解限定为最后一个马尔可夫链中 L_K 个解中的最优解上,而是把它限定在所有的马尔可夫链中的最优解上。经过一次退火之后,修改冷却进度表,以较小的邻域范围,较低的初始温度再次退火的过程即为回火退火(也即重新升温再退火)。它可以在原来的退火基础上进一步更精细的搜索更好的解,这个过程犹如一个粗调之后的微调操作。

3.2 模拟退火在光学滤波器设计中的应用

要将滤波器设计转化为优化问题,首先要设计合理的评价函数。假设理想的光谱分布为 $C_{ideal}(\omega)$,

而实际的光谱分布为 $C_{actual}(\omega) = C(\omega) \cdot C(\omega)^*$, 以 C_K 的作为变量,评价函数可以定义为

$$F_{obj}(C_K) = \sum_{i=0}^{i=M} P(\omega_i) W(\omega_i) [C_{actual}(\omega_i, C_K) - C_{ideal}(\omega_i)]^2, \quad (8)$$

其中

$$\omega_i = i/M, \quad i = 0, 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

表示滤波器基本周期内规一化频率采样点。 $P(\omega_i)$ 表示点惩罚因子,用于某些频率点处特定的要求。

$$W(\omega_i) = \begin{cases} w_1, & \text{within pass-band} \\ w_2, & \text{within stop-band} \\ w_3, & \text{within trans-band} \end{cases} \quad (10)$$

(10)式代表各带的权值。带权重和点权重的选取依赖于对滤波器各带的波形要求,要求波纹小的则需要更大的权重,通常过渡带权重较小。Trans-band 是一个自定义的量,代表过渡带半宽度。它和各带的权因子一起起到了控制带宽和波纹大小的作用。如果 Trans-band 定义过小,则目标函数会以最小的过渡带优化整个曲线,从而导致很大的波纹。因此,定义适当的过渡带半宽度,在减小波纹方面是有效的。多次试验的结果表明,选取以下参量的冷却进度表比较合适:初始温度为 $T_0 > 250 \text{ }^\circ\text{C}$;温度衰减函数系数 $\alpha \geq 0.9$;马尔可夫链长度 $L_K = 2000 \sim 3000$;邻域大小为 $\pm 0.05 \sim \pm 0.1$,终止条件为一次马尔可夫链搜索完成后最优值无更新。

4 模拟退火算法设计实例以及实验

为了证明该算法的有效性,这里给出用于 LCOS 投影系统光学引擎中分合色用的宽波段绿色/品红光学滤波器的设计实例以及实验。理想的绿色/品红滤波器光谱特性如图 3 所示,细实线表示了绿色的光谱输出,粗虚线为其补色——品红色的光谱输出。调整检偏器方向(通过旋转 90°)可以获得不同的光谱颜色。

假定为 6 阶滤波器,评价函数中规一化频率抽样点数为 256。选择冷却进度表参量:初始温度为 $T_0 = 300 \text{ }^\circ\text{C}$;温度衰减函数系数 $\alpha = 0.9 \sim 0.92$;马尔可夫链长度 $L_K = 2000$;搜索邻域的大小为 ± 0.1 ;终止条件为一次马尔可夫链搜索完成后最优值无更新。由计算机产生随机初始解,在平均退火 80~100 次之后得到的设计结果如图 4 中的粗线所示。细线表示利用最小平方有限脉冲响应滤波器设计算法得到的结果。对比二者可以看到,模拟退火算

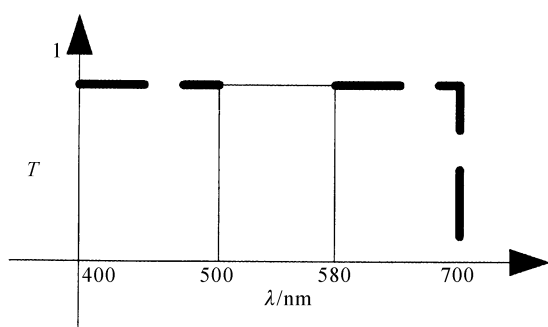


Fig. 3 Ideal spectrum property of broadband G/M filter
法得到的结果明显优于最小平方法的设计。这是由于模拟退火算法是一种随机性的全局优化算法,并且它的搜索不受线性相位条件的约束^[12]。

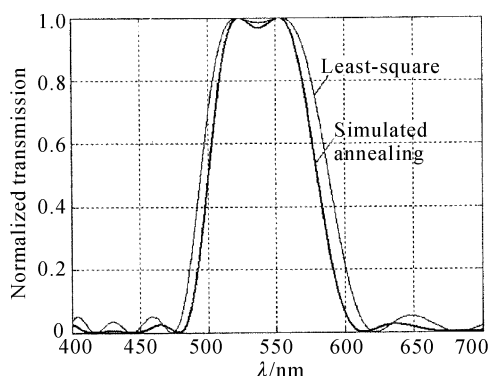


Fig. 4 Spectrum of memory simulated annealing and Least-square FIR filter approach

经过第一次退火之后,重新调整冷却进度表控制参量,以第一次退火结果为初值,重新进行退火。冷却进度表参量为:初始温度为 $T_0 = 0.1 \text{ } ^\circ\text{C}$; 温度衰减函数系数 $\alpha = 0.95$; 邻域大小为 ± 0.01 ; 马尔可夫链长度以及终止准则均同上。在较低的初始温度,更慢的降温速度,以及更小的搜索邻域范围的控制下,得到了更精细的退火结果。经过平均退火 40~50 次之后,得到的结果如图 5 中实线所示。图中可见,新的结果在原来的退火基础(图中虚线所示)上有了更精细的修正,特别是截止带波纹有了明显改善。二次回火退火的实质相当于再次提高固体的内能,打乱分子秩序使其重新以更缓慢的速度获得更低内能的平衡状态。这一步骤使得算法朝随机性的局部搜索方向蜕化,增加了局部爬山的能力,因而获得了更优的解。

对于实际的双折射晶体,折射率差是随波长改变的,即存在着色散的现象。对于石英晶体,考虑色散后的光谱曲线如图 6 中的实线所示,它的影响是使设计的滤波器带宽略窄。由于绿色光波段本身光

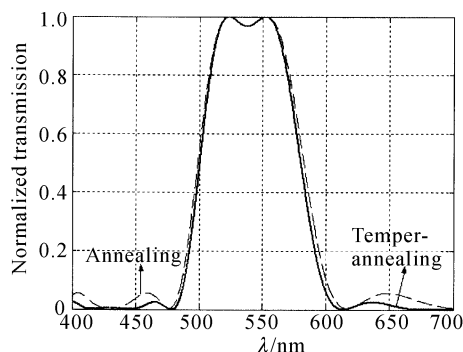


Fig. 5 Spectrum of simulated annealing and simulated temper annealing approach

强较大,带宽略小可以使获得的绿色更纯。黑色虚线表示利用 SPR920D 型三色光谱辐射分析仪扫描得到的实际光学滤波器光谱响应曲线。可以看到,实验结果与设计结果吻合的比较好。实验结果与设计结果之间的误差主要来自于两方面:一是由于光谱仪在截至带范围内的光源强度较小,因而受电路噪声影响较大,容易产生波动。另一方面晶体光轴的定位偏差以及转角排列的偏差也产生一定误差。

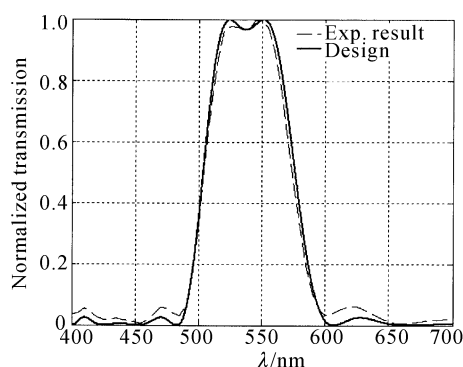


Fig. 6 Spectrum of simulated annealing design with dispersion and the experimental result

结论 记忆型模拟回火退火算法是基本模拟退火算法的一种改进,它不仅具有全局寻优的能力,而且能更进一步地在局部范围内寻找出更好的解。光学有限脉冲响应滤波器本身比其他类似形式的滤波器有着更大的自由度,因此用这样一种随机性的算法进行优化和设计,能够使这种自由充分的发挥出来,使得任意光谱形状的输出成为可能。本文详细地分析了模拟退火在光学有限脉冲响应滤波器中的应用,并且以实例及其实验结果证明了这种算法是可行和有效的。

参 考 文 献

1 Beckers J M, Dickson L, Joyce R S. Observing the sun

- with a fully tunable Lyot-Ohman filter. *Appl. Opt.*, 1975, **14**(9):2061~2066
- 2 Solc I. Birefringent chain filters. *J. Opt. Soc. Am.*, 1965, **55**(6):621~625
- 3 Kong Yong, Li Guohua, Yun Maojin *et al.*. A research on multiple tunable liquid crystal filters. *J. Optoelectronics • Laser* (光电子激光), 2001, **12**(5):474~476 (in Chinese)
- 4 Harris S E, Ammann E O, Chang I C. Optical network synthesis using birefringent crystals. I. Synthesis of lossless network of equal-length crystals. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **54**(10):1267~1279
- 5 Zhou Ying, Wu Guozhong, Yu Feihong. Optical FIR filter design based on crystal birefringence. *Opto-Electronic Engineering* (光电工程), 2002, received (in Chinese)
- 6 He Yinbo, Xiong Jingyi, Zheng Wei *et al.*. Technology and applications of LCOS projector. *Optical Instruments* (光学仪器), 2002, **24**(2):38~46 (in Chinese)
- 7 He Yinbo, Xiong Jingyi, Zheng Wei *et al.*. Research of double-pass polarization interference filter. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 2002, **31**(4):507~512 (in Chinese)
- 8 Sharp G D, Kristina M J. Sharp A new RGB tunable filter technology. *Proc. SPIE*, 1996, **2650**:98~105
- 9 Kang Lishan, Xie Yun, You Shiyong *et al.*. *Non-numerical Parallel Algorithms Part. -Simulated Annealing Algorithm* (非数值并行算法:第1册-模拟退火算法). Beijing: Science Press, 2000 (in Chinese)
- 10 Xing Wenxun, Xie Jinxing. *Modern Optimizing Computation Algorithm* (现代优化计算方法). Beijing: Tsinghua University Press, 1999 (in Chinese)
- 11 Hu Shanying, Chen Bingzhen, He Xiaorong. A simulated annealing method for global optimization to the continuous variable problems. *Computers and Applied Chemistry* (计算机与应用化学), 1996, **13**(1):7~13 (in Chinese)
- 12 Hu Guangshu. *Digital Signal Processing-Theory, Algorithm and Implementation* (数字信号处理-理论、算法与实现). Beijing: Tsinghua University Press, 1997. 230~238(in Chinese)

Applications of Simulated Annealing for Optical Finite Impulse Response Filter Design

Zhou Ying¹ Wu Guozhong² Zeng Guangjie¹ Yu Feihong¹

{¹ State Key Laboratory of Modern Optical Instruments, Optical Engineering Department, Zhejiang University, Hangzhou 310027
² Power Electronics Research Institute, Zhejiang University, Hangzhou 310027

(Received 5 June 2002; revised 20 August 2002)

Abstract: The memory simulated annealing approach is presented for designing an optical FIR filter based on crystal birefringence, which is able to provide arbitrary spectrum output with double channels. As an effective way to make global optimization through random search, simulated annealing algorithm simulates the slowly physical process of solid annealing to get lowest inner energy. The procedure of employing the algorithm to get satisfied results in relatively fewer crystal slices is described, and an example of broadband G/M filter, including the experimental results is given to demonstrate its feasibility and effectiveness.

Key words: optical filter; finite impulse response (FIR) filter; simulated annealing algorithm; arbitrary spectrum output; crystal birefringence