文章编号：0253-2239(2003)08-0993-4

均匀分层介质中标准矢量波函数的构成

林维德 刘宪周

（上海交通大学物理系，上海 200030）

摘要： 研究了在均匀分层介质中构成标准矢量波函数的必要条件。研究结果表明在均匀分层介质中构成标准矢量波函数一般需遵循 Morse-Feshbach 判据外，领示矢量只能选取与折射率变化方向一致的那根坐标轴单位矢量。但在某些特定的条件下，对领示矢量的选取条件可以放宽为只需遵循 Morse-Feshbach 判据即可。

关键词： 物理光学；标准矢量波函数；Morse-Feshbach 判据；罗伯逊关系式

中图分类号：TN201 文献标识码：A

1 引 言

Morse 和 Feshbach[1] 曾研究了在均匀介质中选取一般曲线坐标系坐标轴单位矢量为领示矢量构成 Hansen 矢量波函数的必要条件。研究结果表明在某一个可分离变量正交曲线坐标系统中若选取某一坐标轴单位矢量 $\boldsymbol{a}_i$ 为领示矢量构成矢量波函数：

1）与该坐标轴单位矢量 $\boldsymbol{a}_i$ 相应的度量系数 h 必须是常量（可取 $h_i=1$）；另外两个度量系数之比必须与坐标自变量 u_i 无关。

2）要求标量亥姆霍兹波动方程能够简单分离变量的必要条件，即罗伯逊关系式

$$h_i h_j h_k / h_i^2 = f_{i(u_i)} F_{i(u_j, u_k)}$$

中的函数 $f_{i(u_i)}$ 等于 1 或者 u_i^2 $(i \neq j \neq k)$。

在十一个标量亥姆霍兹波动方程可以分离变量坐标系统中只有六个坐标系统（直角、圆柱、圆球、椭圆柱、抛物柱、圆锥系统）可遵循上述的两个必要条件来构造矢量波函数。

周学松[2] 研究了矢量波函数的正交完备性后指出，凡是遵循 Morse-Feshbach 判据构造的矢量波函数都是正交完备的，可以直接用来展开复杂电磁场的电场和磁场强度矢量。因此周学松认为应将遵循和不遵循上述“判据”构成的矢量波函数区分开来，可以将遵循 Morse-Feshbach 判据构成的矢量波函数称为标准矢量波函数，而将不遵循 Morse-Feshbach 判据构成的矢量波函数称为非标准矢量波函数。周学松还研究了标准与非标准圆柱矢量波函数、标准与非标准圆球矢量波函数之间的转换关系[3]。

宋文淼[4]、龚书喜[5]、Tai[6,7] 等也曾从各自的角度研究了均匀介质中部分标准矢量波函数的正交完备性。近来，Tai 定义了在平面分层和球面分层介质中标准矢量波函数，作为均匀介质中标准矢量波函数定义的推广。但是 Tai 并没有证明为什么这样定义，因此他也提出疑问为什么至今仍寻找不到对于圆柱分层介质中标准矢量波函数的一般形式。

文献[8]已严密地研究了在渐变折射率介质中选取某坐标轴单位矢量为领示矢量构成标准矢量波函数的必要条件，并对 Tai 提出的疑问提出了看法。研究结果表明在渐变折射率介质中构造标准矢量波函数除了仍需遵循 Morse-Feshbach 判据外，对领示矢量的选取还需加上一个更严格的附加条件，即领示矢量只能选取与折射率变化方向一致的那一根坐标轴的单位矢量。换言之，若在某坐标系统中选取某坐标轴单位矢量为领示矢量，相应的度量系数和罗伯逊关系式中的函数 $f_{i(u_i)}$ 都满足 Morse-Feshbach 判据，若该领示矢量的方向与折射率变化方向不一致就不能构成标准矢量波函数。这也就是至今仍寻找不到对于圆柱分层介质中标准矢量波函数一般形式的原因。

均匀分层介质中的电磁场边界问题和渐变折射率介质中电磁场传播问题有所不同。在一维渐变折射率光学问题中在波长尺寸范围内折射率变化一般都满足 $\dfrac{1}{\varepsilon_r(u_1)}\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_r(u_1)}{\mathrm{d}u_1} \ll 1$ 条件，即折射率是连续缓变的。但在均匀分层介质问题中，在每一分层介质区域中折射率是均匀的，只在两均匀介质分界面上折射率才有跃变的变化。

本文将研究在均匀分层介质中构造标准矢量波

E-mail：wdlin@sjtu.edu.cn

收稿日期：2002-07-01

函数的必要条件，研究标准矢量波函数在介质分界面上必须满足的边界条件，以及在什么条件下才可以放宽对领示矢量的选取要求。

2 基本理论

通过麦克斯韦方程组，对于一个介质分界面在 $u_1=c$ 处的均匀分层介质系统中的电磁场可以用下列二阶矢量波动方程组来统一描述

$$\nabla^2\begin{Bmatrix}\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{H}\end{Bmatrix}+k^2(u_1-c)\begin{Bmatrix}\boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{H}\end{Bmatrix}=0, \tag{1}$$

式中

$$k^2(u_1-c)=k_0^2\varepsilon_r(u_1-c)=\begin{cases}k_1^2, & u_1<c\\ k_2^2, & u_1>c\end{cases} \tag{2}$$

$$\varepsilon_r(u_1-c)=\begin{cases}n_1^2, & u_1<c\\ n_2^2, & u_1>c\end{cases} \tag{3}$$

我们将 $(u_1<c)$ 区域称为 Ⅰ 区域，$(u_1>c)$ 区域称为 Ⅱ 区域。$\varepsilon_r(u_1-c)$ 代表相对介电常量，k_0 为真空中的波数，k_1、k_2 分别代表在分层介质系统中折射率不同的两个区域中的波数。n_1、n_2 分别代表 Ⅰ、Ⅱ 区域的折射率。

在无源的光学问题中，只需将矢量波函数 $\{\boldsymbol{M},\boldsymbol{N}\}$ 作为矢量基矢函数将电磁场强度矢量展开，$\boldsymbol{E}=\{\boldsymbol{M}^m,\boldsymbol{N}^e\}$，$\boldsymbol{H}=\{\boldsymbol{N}^m,\boldsymbol{M}^e\}$。式中的矢量波函数 $\boldsymbol{M}^m$，$\boldsymbol{M}^e$ 分别被定义为

$$\boldsymbol{M}^m=\nabla\times[W(u_i)\Psi\boldsymbol{a}_i]=\nabla[W(u_i)\Psi]\times\boldsymbol{a}_i, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{M}^e=\nabla\times[W(u_i)\Phi\boldsymbol{a}_i]=\nabla[W(u_i)\Phi]\times\boldsymbol{a}_i, \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{a}_i$ 代表旋度为零的某坐标轴单位矢量，此处被选取为领示矢量。$\nabla\times\boldsymbol{a}_i=0$ 就要求相应的度量系数 h_i 与其他两个坐标变量无关。$W(u_i)$ 为坐标自变量 u_i 的待定单值函数。$\boldsymbol{M}$ 的上标 m 表示它对于领示矢量 $\boldsymbol{a}_i$ 是横电类，$\boldsymbol{M}$ 的上标 e 表示它对领示矢量 $\boldsymbol{a}_i$ 是横磁类。

Ψ 和 Φ 为标量波函数，满足下列标量波动方程

$$\nabla^2\begin{Bmatrix}\Psi\\ \Phi\end{Bmatrix}+k^2(u_1-c)\begin{Bmatrix}\Psi\\ \Phi\end{Bmatrix}=0, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{N}^m=\frac{1}{k_0}\nabla\times\boldsymbol{M}^m, \tag{7}$$

$$\boldsymbol{N}^e=\frac{1}{k_0\varepsilon_r(u_1-c)}\nabla\times\boldsymbol{M}^e, \tag{8}$$

由于 Hansen 矢量波函数是用来展开电、磁场强度的，所以应满足下列方程

$$\nabla^2\begin{Bmatrix}\boldsymbol{M}^m\\ \boldsymbol{N}^e\end{Bmatrix}+k^2(u_1-c)\begin{Bmatrix}\boldsymbol{M}^m\\ \boldsymbol{N}^e\end{Bmatrix}=0, \tag{9}$$

$$\nabla^2\begin{Bmatrix}\boldsymbol{N}^m\\ \boldsymbol{M}^e\end{Bmatrix}+k^2(u_1-c)\begin{Bmatrix}\boldsymbol{N}^m\\ \boldsymbol{M}^e\end{Bmatrix}=0, \tag{10}$$

利用(7)式～10)式容易证明有关系式

$$\boldsymbol{M}^m=\frac{1}{k_0\varepsilon_r(u_1-c)}\nabla\times\boldsymbol{N}^m, \tag{11}$$

$$\boldsymbol{M}^e=\frac{1}{k_0}\nabla\times\boldsymbol{N}^e, \tag{12}$$

显然，若直接对由(4)式、(5)式所定义的 $\{\boldsymbol{M}\}$ 矢量波函数进行双旋度运算而不对度量系数，函数 $f_i(u_i)$，$W(u_i)$ 加上限制条件是无法得到关系式(9)式、(10)式的。经分析后认为：

1) 在每一分层介质区域中介质是均匀的，构造标准矢量波函数必须遵循 Morse-Feshbach 判据。

2) 函数 $f_i(u_i)$，$W(u_i)$ 都只与被选为领示矢量 $\boldsymbol{a}_i$ 相应的自变量 u_i 有关，而与介质分界面上折射率变化的具体情况无关。

3) 介质交界面上折射率跃变，要求 $\{\boldsymbol{M}^m,\boldsymbol{N}^e\}$ 和 $\{\boldsymbol{N}^m,\boldsymbol{M}^e\}$ 在交界面上都满足场边界条件。

现在用矢量波函数展开电场、磁场强度矢量

$$\boldsymbol{E}=\sum_n(A_n\boldsymbol{M}_n^m+B_n\boldsymbol{N}_n^e), \tag{13}$$

$$\boldsymbol{H}=\mathrm{i}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\sum_n(A_n\boldsymbol{N}_n^m+B_n\boldsymbol{M}_n^e), \tag{14}$$

在 $u_1=c$ 处应有边界条件

$$\boldsymbol{a}_1\times(\boldsymbol{E}^{\mathrm{I}}-\boldsymbol{E}^{\mathrm{II}})=0, \tag{15}$$

$$\boldsymbol{a}_1\times(\boldsymbol{H}^{\mathrm{I}}-\boldsymbol{H}^{\mathrm{II}})=0, \tag{16}$$

2.1 在遵循 Morse-Feshbach 判据的前提下，选 $\boldsymbol{a}_1$ 为领示矢量

定义

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}^m=W(u_1)\left(\dfrac{1}{h_3}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_3}\boldsymbol{a}_2-\dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_3\right), & (17)\\[2ex] \boldsymbol{N}^e=\dfrac{1}{k_0\varepsilon_r(u_1-c)}\left\{k^2(u_1-c)W(u_1)\Phi\boldsymbol{a}_1+\nabla\left[\dfrac{\partial[W(u_1)\Phi]}{\partial u_1}\right]\right\}. & (18)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{N}^m=\dfrac{1}{k_0}\left\{k^2(u_1-c)W(u_1)\Psi\boldsymbol{a}_1+\nabla\left[\dfrac{\partial[W(u_1)\Psi]}{\partial u_1}\right]\right\}, & (19)\\[2ex] \boldsymbol{M}^e=W(u_1)\left(\dfrac{1}{h_3}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_3}\boldsymbol{a}_2-\dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_3\right), & (20)\end{cases}$$

设 $\Psi=\Psi_1(u_1)\Psi_2(u_2)\Psi_3(u_3)$，$\Phi=\Phi_1(u_1)\Phi_2(u_2)\Phi_3(u_3)$，利用(13)式～(20)式可得 $u_1=c$ 处 Ⅰ、Ⅱ 区域

场传播常量之间必须满足的匹配条件,即传播常量的本征方程

$$\begin{cases}\dfrac{\Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)}{\partial\Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}=\dfrac{\Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}{\partial\Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}, & (21)\\[2ex] \dfrac{1}{n_1^2\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)}\dfrac{\partial}{\partial u_1}[W(u_1)\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)]=\dfrac{1}{n_2^2\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}\dfrac{\partial}{\partial u_1}[W(u_1)\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)], & (22)\end{cases}$$

根据 Morse-Feshback 判据可知,坐标轴单位矢量 $\boldsymbol{a}_2$、$\boldsymbol{a}_3$ 若能被选为领示矢量的话,相应坐标自变量 u_2、u_3 的单值函数 $W(u_2)$、$W(u_3)=1$[1,2]。

2.2　在遵循 Morse-Feshbach 判据的前提下选 a_3 为领示矢量

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}^{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_1-\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_2, & (23)\\[2ex] \boldsymbol{N}^{\mathrm{e}}=\dfrac{1}{k_0\varepsilon_{\mathrm{r}}(u_1-c)}\times\left[k^2(u_1-c)\Phi\boldsymbol{a}_3+\nabla\left(\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_3}\right)\right], & (24)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{N}^{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{k_0}\left[k^2(u_1-c)\Psi\boldsymbol{a}_3+\nabla\left(\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_3}\right)\right], & (25)\\[2ex] \boldsymbol{M}^{\mathrm{e}}=\dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_1-\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_2, & (26)\end{cases}$$

由(23)式～(26)式、(13)式～(16)式得 $u_1=c$ 处场边界条件

$$\begin{cases}A_n^{\mathrm{I}}\dfrac{\partial\Psi^{\mathrm{I}}}{\partial u_1}=A_n^{\mathrm{II}}\dfrac{\partial\Psi^{\mathrm{II}}}{\partial u_1}, & (27)\\[2ex] A_n^{\mathrm{I}}\dfrac{\partial^2\Psi^{\mathrm{I}}}{\partial u_2\partial u_3}=A_n^{\mathrm{II}}\dfrac{\partial^2\Psi^{\mathrm{II}}}{\partial u_2\partial u_3}, & (28)\\[2ex] A_n^{\mathrm{I}}\left(\dfrac{\partial^2\Psi^{\mathrm{I}}}{\partial u_3^2}+k_1^2\Psi^{\mathrm{I}}\right)=A_n^{\mathrm{II}}\left(\dfrac{\partial^2\Psi^{\mathrm{II}}}{\partial u_3^2}+k_2^2\Psi^{\mathrm{II}}\right), & (29)\end{cases}$$

$$\begin{cases}B_n^{\mathrm{I}}\dfrac{\partial\Phi^{\mathrm{I}}}{\partial u_1}=B_n^{\mathrm{II}}\dfrac{\partial\Phi^{\mathrm{II}}}{\partial u_1}, & (30)\\[2ex] B_n^{\mathrm{I}}\dfrac{1}{n_1^2}\dfrac{\partial^2\Phi^{\mathrm{I}}}{\partial u_2\partial u_3}=B_n^{\mathrm{II}}\dfrac{1}{n_2^2}\dfrac{\partial^2\Phi^{\mathrm{II}}}{\partial u_2\partial u_3}, & (31)\\[2ex] B_n^{\mathrm{I}}\dfrac{1}{n_1^2}\left(\dfrac{\partial^2\Phi^{\mathrm{I}}}{\partial u_3^2}+k_1^2\Phi^{\mathrm{I}}\right)=B_n^{\mathrm{II}}\dfrac{1}{n_2^2}\left(\dfrac{\partial^2\Phi^{\mathrm{II}}}{\partial u_3^2}+k_2^2\Phi^{\mathrm{II}}\right), & (32)\end{cases}$$

显然方程(28)式和(29)式不相容,方程(31)式和(32)式不相容。产生不相容的原因在于领示矢量 $\boldsymbol{a}_3$ 与折射率跃变方向不一致,产生附加项。若在某些条件下

1) 假如 $\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_3}=0$, $\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_3}=0$,则

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}^{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_1-\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_2, & (33)\\[2ex] \boldsymbol{N}^{\mathrm{e}}=k_0\Phi\boldsymbol{a}_3, & (34)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{N}^{\mathrm{m}}=k_0\varepsilon_{\mathrm{r}}(u_1-c)\Psi\boldsymbol{a}_3, & (35)\\[2ex] \boldsymbol{M}^{\mathrm{e}}=\dfrac{1}{h_2}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_2}\boldsymbol{a}_1-\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_2, & (36)\end{cases}$$

利用(33)式～(36)式、(13)式～(16)式在 $u_1=c$ 处可得Ⅰ、Ⅱ两区域场传播常量应满足的匹配条件

$$\begin{cases}\dfrac{n_1^2\Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)}{\partial\Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}=\dfrac{n_2^2\Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}{\partial\Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}, & (37)\\[2ex] \dfrac{\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)}{\partial\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}=\dfrac{\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}{\partial\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}. & (38)\end{cases}$$

2) 假如 $\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_2}=0$, $\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_2}=0$,则

$$\begin{cases}\boldsymbol{M}^{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial\Psi}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_2, & (39)\\[2ex] \boldsymbol{N}^{\mathrm{e}}=\dfrac{1}{k_0\varepsilon_{\mathrm{r}}(u_1-c)}\left\{\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial u_1\partial u_3}\boldsymbol{a}_1+\left[k^2(u_1-c)\Phi+\dfrac{\partial^2\Phi}{\partial u_3^2}\right]\boldsymbol{a}_3\right\}, & (40)\end{cases}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{N}^{\mathrm{m}}=\dfrac{1}{k_0}\left\{\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial u_1\partial u_3}\boldsymbol{a}_1+\left[k^2(u_1-c)\Psi+\dfrac{\partial^2\Psi}{\partial u_3^2}\right]\boldsymbol{a}_3\right\}, & (41)\\[2ex] \boldsymbol{M}^{\mathrm{e}}=\dfrac{1}{h_1}\dfrac{\partial\Phi}{\partial u_1}\boldsymbol{a}_2. & (42)\end{cases}$$

利用(39)式～(42)式、(13)式～(16)式在 $u_1=c$ 处可得Ⅰ、Ⅱ两区域场传播常量应满足的匹配条件

$$\begin{cases}\dfrac{\partial\Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2\Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1^2}=\dfrac{\partial\Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2\Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1^2}, & (43)\\[2ex] n_1^2\dfrac{\partial\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1^2}=n_2^2\dfrac{\partial\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1^2}. & (44)\end{cases}$$

2.3　在遵循 Morse-Feshbach 判据的前提下选 a_2 为领示矢量

由于 $\boldsymbol{a}_2$ 与折射率跃变方向不同,同样只能在某些特定条件下消除 $u_1=c$ 处场边界条件方程中的不相容现象。经过与2.2中类似的运算,可得在 $u_1=c$ 处Ⅰ、Ⅱ两区域场传播常量应满足的匹配条件。

1）假如$\frac{\partial \Psi}{\partial u_2}=0,\frac{\partial \Phi}{\partial u_2}=0$,则

$$\begin{cases} \frac{n_1^2 \Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}{\partial \Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}=\frac{n_2^2 \Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}{\partial \Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}, & (45)\\ \frac{\Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)}{\partial \Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}=\frac{\Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)}{\partial \Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}, & (46)\end{cases}$$

2）假如$\frac{\partial \Psi}{\partial u_3}=0,\frac{\partial \Phi}{\partial u_3}=0$,则

$$\begin{cases} \frac{\partial \Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2 \Psi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1^2}=\frac{\partial \Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2 \Psi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1^2}, & (47)\\ n_1^2\frac{\partial \Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2 \Phi_1^{\mathrm{I}}(u_1)/\partial u_1^2}=n_2^2\frac{\partial \Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1}{\partial^2 \Phi_1^{\mathrm{II}}(u_1)/\partial u_1^2}, & (48)\end{cases}$$

小结 上述研究表明在均匀分层介质中构成标准矢量波函数一般而言仍需遵循 Morse-Feshbach 判据，而且领示矢量只能选取与折射率跃变方向一致的那根坐标轴的单位矢量。但在某些条件下，对领示矢量的选取条件可以放宽为只遵循 Morse-Feshbach 判据即可。

该结论完全是由均匀分层介质系统的结构特点决定的。在每一分层区域内折射率是均匀的，要构造标准矢量波函数当然必须遵循 Morse-Feshbach 判据。在介质分界面上折射率跃变要求所构造的标准矢量波函数能够满足场边界条件，这实际上是对领示矢量的选取提出了新的要求。由前述可看到 $\boldsymbol{a}_1$ 与折射率跃变的方向一致，选择 $\boldsymbol{a}_1$ 作为领示矢量构造的标准矢量波函数在介质交界面上能满足场边界条件，从而能获得两区域之间场传播常量的匹配方程。若选择与折射率跃变方向不一致的坐标轴的单位矢量为领示矢量所构造的矢量波函数由于附加项的出现无法满足场边界条件。只有在某些特定简化条件下才能消除场边界条件方程中的不相容现象。

参 考 文 献

1 Morse P M, Feshback H. *Methords of Theoretical Physics*, Part Ⅱ. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1953
2 Zhou Xuesong. *Vector Wave Functions in Electromagnetic Theory*. Aracne Editrice, Roma, Italy, 1994
3 Zhou Xuesong. Normal and abnormal vector wave functions and their conversion relations. *Science in China* (*A*)（中国科学）, 1984, **27**(11):1226～1332 (in Chinese)
4 Song Wenmiao. *Dyadic Green's Function and Operator Theory of Electromagnetic Field*（并矢格林函数和电磁场的算子理论）. Hefei: University Press of Science & Technology of China, 1991 (in Chinese)
5 Gong Shuxi. *Expansion of Generalized Eigenfunctions in Electromagnetic Theory*（电磁理论中的广义本征函数展开问题）. [Ph. D. Thesis] Xi'an Jiaotong University, 1987 (in Chinese)
6 Tai C T. *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*. 2nd ed., New York: IEEE Press, 1993. 273～279
7 Dai Zhenduo, Lu Shu. *Dyadic Green Functions in Electromagnetic Theory*（电磁理论中的并矢格林函数）. Wuhan: Wuhan University Press, 1995 (in Chinese)
8 Lin Weide. Construction of normal vector wave functions in graded media. *Acta Optica Sinica*（光学学报）, 2002, **22**(5):548～551 (in Chinese)
9 Lin Weide, Zhuang Songlin, Zhou Xuesong. A vector model solution for the dielectric lamellar diffraction grating. *Chin. J. Scient. Instrum.*,（仪器仪表学报）, 1993, **14**(2):159～166 (in Chinese)

Construction of Normal Vector Wave Functions in Homogeneous Stratified Media

Lin Weide Liu Xianzhou

(*Department of Physics, Shanghai Jiaotong University, Shanghai* 200030)

(Received 13 December 2001; revised 01 July 2002)

Abstract: A study is given to the necessary conditions for construction of normal vector wave functions in homogeneous stratified media. The result shows, if normal vector wave functions in a foresaid media need to be constructed, the Morse-Feshbach creteria must be observed, and the unit vector of coordinate axis in line with step varying direction of refractive index can be selected as the piloting vector. In some special case, the selective conditions of the piloting vector can be relaxed, only the Morse-Feshbach criteria must be observed.

Key words: physical optics; normal vector wave function; Morse-Feshbach criteria; Robertson relation