

文章编号: 0253-2239(2003)07-0782-5

噪声间关联对原子激光谱密度的影响*

周小计 陈徐宗 王义道

(北京大学电子学系教育部量子信息和测量重点实验室, 北京 100871)

摘要: 在描述原子激光强度的速率方程中, 考虑了量子噪声和热噪声、以及它们的关联以后, 计算了原子激光的关联函数和功率谱密度。发现不仅噪声对原子激光的统计性质有影响, 而且, 噪声间的关联会使得原子激光的谱密度发生从单峰到双峰、或三峰的相变。这种相变可以用凝聚体干涉条纹间距的变化来观察。进一步又讨论了噪声的关联时间对原子激光谱密度的影响。

关键词: 物质波; 原子激光; 噪声; 关联噪声; 谱密度

中图分类号: O431.2 文献标识码: A

1 引言

自从 1995 年在稀薄原子气体中实现玻色-爱因斯坦凝聚以来^[1~3], 原子激光就因为其潜在的用途成为了量子光学和原子物理的热点之一。原子激光是高强度的、准直的、相干的原子束。目前, 已经有几个小组在实验上将原子从玻色-爱因斯坦凝聚体中用脉冲或准连续的方式相干地进行了耦合输出^[4~7], 但是, 如果要实现长时间的连续的原子激光还需要克服许多理论和实验上的困难^[8,9]。

根据原子激光和光激光的相似性, 原子激光有下面的基本特征: 原子源是激化介质的准备库, 激化原子的一种模式在这里积累, 一种抽运机制将源里的原子通过受激跃迁转移到激光的模式, 激化模被耦合输出形成原子束, 同时保持其相干的特性^[9]。根据 Wiseman^[10]提出的激光理论, 原子激光必须满足: 输出强度涨落和相位涨落要很小。因此, 研究涨落对原子激光特性的影响是有意义、有价值的。

在光激光中, 不同形式的噪声往往来自于相同的源, 如在抽运过程中, 会同时引起热噪声和量子噪声, 这两种噪声可能又是关联的, 这种噪声间的关联也会对系统性质产生影响。对于许多系统, 不仅噪声而且具有相同源的噪声间关联都会引起相变^[11~13]。朱士群等^[14]对光激光系统的统计性质做了较详细的研究。龙全等^[15]最近也研究了噪声对原子冷却和捕获的影响。对于原子激光, 噪声的影

响是很明显的^[16,17], 并且, 原子激光的量子噪声和热噪声可能来源于相同的一个源, 例如, 在输出过程中凝聚体在空间大小上的变化引起的约束磁场的涨落可能改变原子的碰撞速率, 从而带来了量子涨落^[18,19]。基于这样的考虑, 本文主要讨论噪声间关联对原子激光谱密度的影响。

2 脉冲原子激光的速率方程

由于量子理论对原子激光的描述比较复杂且不太好处理^[20,21], 根据原子激光和光激光的相似性, Kneer 等^[22]提出了一个简单的半经典模型, 用它可以讨论涨落对原子激光的影响。在光激光中, 单模增益模型和损失模型通常在稳定点附近做线性化处理, 因此, 本文研究用速率方程描述的脉冲原子激光^[23]。脉冲原子激光在弱耦合的射频场的极限下可以实现连续的原子激光^[23,24]。

在脉冲原子激光中, 原子的耦合速率可以用凝聚原子数的变化来描述, 即 $dI/(dt) = -\Gamma I$, 这里 $I(t) = N(t) - N(\infty)$, $N(t)$ 为 t 时刻的原子数目, $N(\infty)$ 可以看作是定值。 Γ 为凝聚原子的弛豫速率, 由 $\hbar\Gamma = \delta E \propto \Omega^2 \Delta^{1/2}(0) N_0^{-3/5}$ 来决定, 这里 δE 为自然能量宽度, Ω 为弱的耦合强度, $\Delta(0)$ 为失谐量, N_0 为粒子数^[23]。考虑到噪声的影响, 我们设 $I(t) = I_0 + \delta I(t)$, 这里 I_0 为原子激光定态时的输出强度, $\delta I(t)$ 为原子激光强度的变化, 这样, 我们得到描述原子数目变化的速率方程

$$\frac{d\delta I(t)}{dt} = -\Gamma \delta I(t) + \varepsilon(t) + \sqrt{2D}\xi(t), \quad (1)$$

这里

* 教育部项目 00-09 和博士后基金(149017)资助课题。

E-mail: xjzhou@ele.pku.edu.cn

收稿日期: 2002-06-20; 收到修改稿日期: 2002-07-23

$$\left. \begin{aligned} \langle \epsilon(t) \rangle &= 0, \\ \langle \epsilon(t)\epsilon(t') \rangle &= \frac{Q}{\tau_1} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_1}\right), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\langle \zeta(t) \rangle = 0, \quad \langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle = \delta(t-t'), \quad (3)$$

Q 为噪声强度, τ_1 为奥尔恩斯坦 - 乌伦贝克 (Ornstein-Uhlenbeck) 色噪声的自关联时间, D 为高斯白噪声的自关联强度。

对于(1)式描述的一维空间中的非马尔可夫过程, 通过扩大维数可得到二维马尔可夫过程^[25,26]:

$$d\delta I(t)/(dt) = -\Gamma \delta I(t) + \epsilon(t) + \sqrt{2D}\zeta(t), \quad (4)$$

$$d\epsilon(t)/(dt) = -\epsilon(t)/\tau_1 + (\sqrt{2Q}/\tau_1)\eta(t), \quad (5)$$

这里 $\eta(t)$ 为高斯白噪声, 统计性质为

$$\langle \eta(t) \rangle = 0, \quad \langle \eta(t)\eta(t') \rangle = \delta(t-t'). \quad (6)$$

噪声 $\zeta(t)$ 和 $\eta(t)$ 的关联可以设为

$$\langle \epsilon(t)\eta(t') \rangle = \langle \epsilon(t')\eta(t) \rangle = (\lambda/\tau_2) \exp(-|t-t'|/\tau_2), \quad (7)$$

这里 τ_2 为两噪声间的互关联时间, λ 为两个噪声间的互关联强度, 取值范围从 -1 到 1。 δ 关联函数形式是 e 指数关联形式 $\tau_2 \rightarrow 0$ 的极限行为^[27]。

3 原子激光的功率谱

下面我们来求解原子激光功率谱的具体表达式。(4)式和(5)式的形式解为

$$\delta I(t) = \int_{-\infty}^t [\epsilon(t') + \sqrt{2D}\zeta(t')] \exp[-\Gamma(t-t')] dt', \quad (8)$$

$$\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t \frac{\sqrt{2Q}}{\tau_1} \eta(t') \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau_1}\right) dt'. \quad (9)$$

利用(2)式和(3)式中 $\zeta(t)$ 和 $\epsilon(t)$ 的自关联函数, $\zeta(t)$ 和 $\eta(t)$ 的互关联函数, 我们有

$$\langle \delta I(t')\delta I(t+t') \rangle = \exp[-\Gamma(2t-t')] \int_{-\infty}^{t'} ds \int_{-\infty}^{t+t'} ds' \exp[\Gamma(s-s')] f(s,s'), \quad (10)$$

这里 $f(s,s') = \langle \epsilon(s)\epsilon(s') \rangle + 2D\langle \zeta(s)\zeta(s') \rangle + \sqrt{2D}\langle \zeta(s)\epsilon(s') \rangle + \sqrt{2D}\langle \zeta(s')\epsilon(s) \rangle$.

根据上面的表达式以及归一化关联函数的定义

$$F(t) = [\langle I(t')I(t+t') \rangle - \langle I(t') \rangle^2]/\langle I(t') \rangle^2, \quad (11)$$

我们可以得到凝聚原子关联函数强度的表达式为

$$\begin{aligned} F(t) = & \frac{1}{I_0^2} \left\{ \frac{1}{\Gamma} \left[D - \frac{Q}{(\Gamma\tau_1)^2 - 1} - \frac{2\lambda\sqrt{DQ}}{(\Gamma\tau_2)^2 - 1} \frac{\tau_2}{\tau_1 + \tau_2} - \frac{2\lambda\sqrt{DQ}}{(\Gamma\tau_1)^2 - 1} \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} \right] \exp(-\Gamma|t|) + \right. \\ & \left. \left[Q + \frac{2\lambda\sqrt{DQ}\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} \right] \frac{\tau_1}{(\Gamma\tau_1)^2 - 1} \exp\left(-\frac{|t|}{\tau_1}\right) + \frac{2\lambda\sqrt{DQ}}{\tau_1 + \tau_2} \frac{\tau_2^2}{(\Gamma\tau_2)^2 - 1} \exp\left(-\frac{|t|}{\tau_2}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

通过对上式做傅里叶变换, 我们得到谱密度为

$$S(\omega) = \frac{2}{I_0^2(\omega^2 + \Gamma^2)} \left[D + \frac{Q}{1 + \omega^2\tau_1^2} + \frac{2\lambda\sqrt{DQ}}{\tau_1 + \tau_2} \left(\frac{\tau_1}{1 + \omega^2\tau_1^2} + \frac{\tau_2}{1 + \omega^2\tau_2^2} \right) \right]. \quad (13)$$

当然, 根据关联函数, 我们还可以讨论凝聚体的其它统计性质, 比如凝聚体相干性的弛豫时间等。我们这里主要是对功率谱的讨论。

4 讨论

当噪声间的关联等于零时, 即 $\lambda = 0$, 尽管随着

噪声强度 D 和 Q 的增大, 谱密度的峰值增大, 谱变宽, 但谱密度只有一个峰。

谱密度的极值有 $\partial S/\partial \omega = 0$ 决定。通常 $\omega = 0$ 总是一个极值, 其它极值由下面方程的解得到:

$$y^4 + 2a_1 y^3 + a_2 y^2 + 2a_3 y + a_4 = 0, \quad (14)$$

这里

$$y = \omega^2,$$

$$a_1 = [1 + (n^2 + R + 2n\lambda\sqrt{R})]\tau_2^{-2}n^{-2},$$

$$a_2 = [1 + n^2 + 4n^2 + R(1 + \Gamma^2\tau_2^2n^2 + 4n^2) + 2\sqrt{R}(\Gamma^2\tau_2^2n^3 + n^3 + 3n^2 + n)]\tau_2^{-4}n^{-4},$$

$$a_3 = [R(1 + \Gamma^2 \tau_2^2 n^2 + n^2) + 2\lambda \sqrt{R}(1 + \Gamma^2 \tau_2^2 n^2 + n^2) + n^2 + 1] \tau_2^{-6} n^{-4},$$

$$a_4 = \{R(1 + \Gamma^2 \tau_2^2 n^2) + 2\lambda \sqrt{R}[1 + \Gamma^2 \tau_2^2 n^2 + \tau_2^2(1 - n)]\} \tau_2^{-8} n^{-4},$$

和 $R = Q/D, n = \tau_1/\tau_2$ 。

根据笛卡儿法则,(14)式最多只有三个正实根,因为 y^4 和 y^3 的系数都是正的。当噪声间的关联为正,即 $\lambda > 0$,则 a_2, a_3 和 a_4 的系数都是正的,(14)式没有正的实根,因此谱密度只在 $\omega = 0$ 有一个峰。随着噪声强度 D 和 Q 的增大,噪声的自关联时间 τ_1 或噪声间的互关联时间 τ_2 的减少,谱宽度变宽。

当 $\lambda < 0$,取 $\lambda = -1$,通过仔细分析 a_2, a_3 和 a_4 的符号变化,发现(14)式可以取三个合理的情况,没有实根、有一个、两个正实根。通过上面的分析和 ω 的对称性,可知(13)式有一个、三个、五个合理的极值,分别对应于谱密度的一个,两个和三个峰值。

为了考虑 λ 对谱密度的影响,在 D 和 Q 的平面上,我们在图 1 画出了它们的参量图。图中实线是根据 $a_3 = 0$,点线是 $a_4 = 0$ 画出的。这里 $\tau_1 = 0.6$ s, $\tau_2 = 0.5$ s, 而 $\Gamma = 4.52$ s⁻¹ 是根据参考文献[23]得到的,那里 $N_0 = 5 \times 10^6$, $\Delta(0) = 3500$ s⁻¹ 和 $\Omega = 20$ s⁻¹。图中区域 I、II、III 分别对应于谱密度的一个、两个和三个峰的区域。当噪声强度比 \sqrt{R} 小的时候,原子激光强度的谱密度就会随着噪声间关联强度的减少,从一个峰变到两个峰。当噪声强度比 \sqrt{R} 大的时候,谱密度的形状会从一个峰变到三个峰,再变到两个。为了更直接地看出这种变化,对应图 1 中 $\sqrt{R} = 1.5$,选择区域 I 中的点 A($\lambda = -0.7$),区域 II 中的点 B($\lambda = -0.93$),在图 2 中画出了相应的密度图,而图 3 是根据区域 III 中的点 C($\lambda = -0.88$)和点 D($\lambda = -0.875$)画出的。

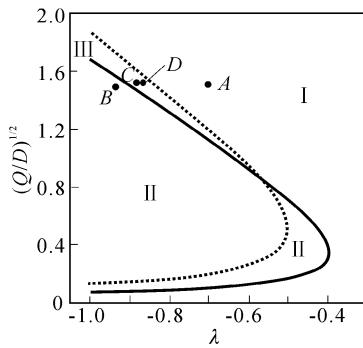


Fig. 1 Parameter plane of the correlation strength between noises λ and the noise strength ratio \sqrt{R} .

在图 2 中,点线表示功率谱有一个峰,实线表示功率谱有两个峰。实线中的峰值远低于点线的。在

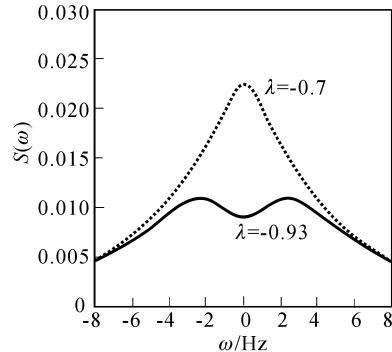


Fig. 2 The spectral density changes from one peak to two peaks as λ decreases. The dotted curve and the solid curve are plotted according to point A and point B in Fig. 1, respectively. Other parameters: $\Gamma = 4.52$ s⁻¹, $\tau_1 = 0.6$ s, $\tau_2 = 0.5$ s, $D/I_0^2 = 0.2$, $Q/I_0^2 = 0.45$

点线中位置 $\omega = 0$ 处的最大值变成了实线中的最小值,而同时在 $\omega = 0$ 的两边分别出现了一个峰。这表明原子激光的强度从单一的频率变成了两个频率,噪声间的关联引起了原子激光谱密度的相变。

在图 3 中,点线和实线都有三个峰,点线中,在 $\omega = 0$ 处的峰值比其它的两个要高,然而实线的情况则正好相反。比较这两个曲线我们可以看到, $\omega = 0$ 处的峰值随着 λ 的增大,有高于其它的两个峰值变成低于其它的两个峰值。这表明由于噪声间的关联引起了原子激光的模式竞争。

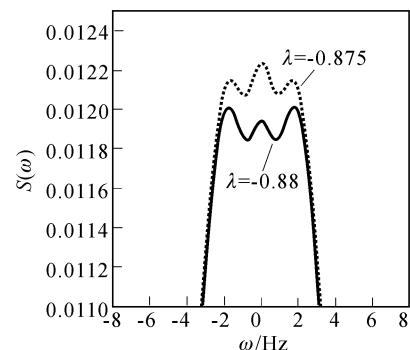


Fig. 3 The power spectrum with three peaks for different λ . The dotted curve and the solid curve are plotted according to point C and point D. Other parameters: $\Gamma = 4.52$ s⁻¹, $\tau_1 = 0.6$ s, $\tau_2 = 0.5$ s, $D/I_0^2 = 0.2$, $Q/I_0^2 = 0.45$

我们可能注意到峰间的宽度只有几个 Hz,这要在实验上测量出来是非常困难的。但是,我们应该

明白,光激光的频率大约为 10^{15} Hz 的量级,而原子激光的频率可以认为就是阱的频率,其特征频率是 10^3 Hz 量级^[9]。因此,几个 Hz 频率的变化,对于原子激光来说,它的变化可能已经足够大,可以测量到。我们也许可以用测量干涉条纹间距变化的方法去观察几个峰的差别。我们可以做一个简单的估计: $T=0.5nk$ 下的铷原子激光,波矢的量值

$$k = 2\pi/\lambda' = \sqrt{2\pi mk_B T}/\hbar,$$

这里 λ' 为波长,频率为

$$\nu = k_B T \pi / \hbar = 2.05 \times 10^2 \text{ Hz}.$$

根据文献[28], $\frac{\Delta x}{t} = \frac{\hbar}{m} \Delta k$,这里 Δx 为干涉条纹的间距, t 为演化时间, Δk 为动量的差别,注意到它们的单位以后,我们得到当两个峰值差别 2 Hz 的情况下,对每个峰对应频率所做的干涉实验的条纹间距,它们的变化是 $1.04 \times 10^{-1} \mu\text{m}$ 。如果我们能够测量出这样微小的变化,原理上讲谱密度的这种相变是可以测量到的。另一个可以验证的方法或许是约瑟夫森效应,这有待于进一步的研究^[29]。

接下来我们讨论色噪声 $\omega(t)$ 的自关联时间 τ_1 和两噪声 [$\epsilon(t)$ 和 $\eta(t)$] 的互关联时间 τ_2 对原子激光谱密度的影响。图 4 是不同的自关联时间 τ_1 下原子激光的谱密度,这里我们取了噪声间关联为最大的负关联,即 $\lambda = -1$,图中实线、虚线和点线分别对应 τ_1 为 0.3 s、0.6 s 和 1 s。从图 4 可以看出,随着色噪声自关联时间的增大,谱密度的峰值变高,但是有一个共同的极小值点,这个极小值点位于 $\omega = 0$ 处。图 5 是不同的互关联时间比 $n = \tau_1/\tau_2$ 对原子激光谱密度的影响。我们取 $\tau_1 = 0.6$ s,图中实线、虚线和点线分别对应 $n = 0.3, 1, 1.2$ 。有图 5 可知,随着互关联时间比 n 的增大,也就是 τ_2 的减小,谱密度的峰值变

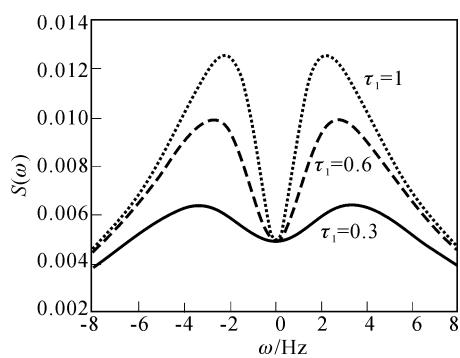


Fig. 4 Effect of the correlation time of the colored noise $\epsilon(t)$ on the spectra density. Other parameters: $\Gamma = 4.52 \text{ s}^{-1}$, $\lambda = -1$, $n = \tau_1/\tau_2 = 0.83$, $D/I_0^2 = 0.2$, $Q/I_0^2 = 0.45$

低,但是同样 $\omega = 0$ 处有一个共同的极小值点。因此,由图 4 和图 5 我们看到,不管是噪声的自关联时间,还是互关联时间,随着关联时间的增大,原子激光谱密度的峰值都会变高。

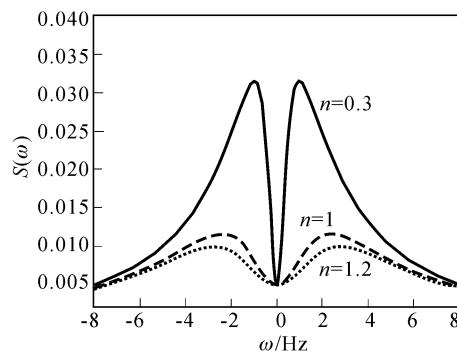


Fig. 5 Effect of the ratio of the correlation time of noises $n = \tau_1/\tau_2$ on the spectral density of atom laser. Other parameters: $\Gamma = 4.52 \text{ s}^{-1}$, $\lambda = -1$, $\tau_1 = 0.6 \text{ s}$, $D/I_0^2 = 0.2$, $Q/I_0^2 = 0.45$

总结 理想原子激光是单一频率的物质波,特别地,它有一个非常确定的频率、相位和振幅。从上面我们讨论的可以看出,噪声间的关联可能破坏这种基本的特性,不仅谱密度的峰的宽度和高度会随着噪声间关联强度的变化而变化,而且当负关联时峰的个数也会随着它的减小而变化,发生从一个峰到两个峰、再到三个峰这样的相变。这些影响将导致原子激光变为多模,体现出原子激光的模式竞争。这种相变可以用凝聚体干涉条纹间距的变化来观察。而噪声关联时间的增大,无论是自关联时间,还是互关联时间,原子激光谱密度的峰值都会变高。正如我们所知道的,量子噪声是不可避免的,因此,只有大大地降低热涨落,让这种噪声间的关联变小,才可能实现很好的单模原子激光。

参 考 文 献

- Anderson M H, Ensher J R, Mathews M R et al.. Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. *Science*, 1995, **269**(5221):198~201
- Davis K B, Mewes M O, Andrews M R et al.. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(22):3969~3973
- Bradley C C, Sackett C A, Tollet J J et al.. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(9):1687~1690
- Mewes M O, Anderson M R, Kurn D M et al.. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(4):582~585
- Anderson B P, Kasevich M A. Macroscopic quantum

- interference from atomic tunnel arrays. *Science*, 1998, **282** (5394):1686~1689
- 6 Hagley E W, Deng L, Kozuma M et al.. A well-collimated quasi-continuous atom laser. *Science*, 1999, **283** (5408):1706~1709
- 7 Bloch I, Hansch T W, Esslinger T. Atom laser with a cw output coupler. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(15):3008~3011
- 8 Zhou X J, Wang Y Q, Yang D H. A scheme for realizing the continuous wave atom laser. *Chin. Phys. Lett.*, 2000, **17**(11):784~786
- 9 Ballagh R J, Savage C M. The theory of atom lasers. *Mod. Phys. Lett. (B)*, 2000, **14**(Suppl.):153~188
- 10 Wiseman H M. Defining the (atom) laser. *Phys. Rev. (A)*, 1997, **56**(3):2068~2084
- 11 Castro F, Sanchez A D, Wio H S. Reentrance phenomena in noise-induced transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(9):1691~1694
- 12 Jia Y, Li J R. Reentrance phenomena in a bistable kinetic model driven by correlated noise. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(6):994~997;
Zhou X J, Cao L, Wu D J. Reentrant transitions induced by correlation between colored noises. *Chin. Phys. Lett.*, 1998, **15**(4):243~245
- 13 Zhou Xiaoji, Cao Li, Wu Dajin. Effect of correlated noises on dynamic properties of a single-mode laser. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(1):7~12 (in Chinese)
- 14 Zhu S Q. Steady-state analysis of a single-mode laser with correlations between additive and multiplicative noises. *Phys. Rev. (A)*, 1993, **47**(3):2405~2408
- 15 Long Q, Wang Y Z. Effects of classical noises on atom cooling and trapping. *Phys. Rev. Lett. (A)*, 2001, **288**(5):257~270
- 16 Staliunas K, Berzanskis A. Quantum noise of multitransverse mode laser fields. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **61**(3):033810-1~033810-7
- 17 Ernst U, Marte A, Schreck F et al.. Bose-Einstein condensation in a pure Ioffe-Pritchard field configuration. *Euro Phys. Lett.*, 1998, **41**(1):1~6
- 18 Ketterle W. Experimental studies of Bose-Einstein condensation. *Physics Today*, 1999, **52**(12):30~35
- 19 Lewenstein M, You L. Quantum phase diffusion of a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77**(17):3489~3493
- 20 Gardiner C W, Lee M D, Baragh R J et al.. Quantum kinetic theory of condensate growth: Comparison of experiment and theory. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **81**(24):5266~5269
- 21 Hope J J, Moy G M, Collet M J et al.. Steady-state quantum statistics of a non-Markovian atom laser. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **61**(2):023603-1~023603-14
- 22 Kneer B, Wong T, Vogel K et al.. Generic model of an atom laser. *Phys. Rev. (A)*, 1998, **58**(6):4841~4853
- 23 Steck H, Naraschewski M, Wallis H. Output of a pulsed atom laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1998, **80**(1):1~5
- 24 Wu Y. Quantum theory of microcavity-modified fluorescence decay rate under strong coupling condition. *Phys. Rev. (A)*, 2000, **61**(3):033803-1~033803-06
- 25 Cao L, Wu D J, Ke S Z. Bistable kinetic model driven by correlated noises: Unified colored-noise approximation. *Phys. Rev. (E)*, 1995, **52**(3):3228~3231
- 26 Zhou X J, Cao L, Wu D J. Effects of the form of correlation between noises on dynamic properties of linear system. *Commun. Theor. Phys.*, 1999, **32**(1):77~82
- 27 Jia Y, Li J R. Effects of quantum noise in a dye-laser model. *Phys. Rev. (A)*, 1997, **55**(3):2475~2477
- 28 Liu W M, Wu B, Niu Q. Nonlinear effects in interference of Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(11):2294~2297
- 29 Köhl M, Hänsch T W, Esslinger T. Measuring the temporal coherence of an atom laser beam. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(16):160404-1~160404-4

Effects of Correlation between Noises on the Spectral Density of Atom Laser

Zhou Xiaoji Chen Xuzong Wang Yiqiu

(Key Laboratory for Quantum Information and Measurements, Ministry of Education,

Department of Electronics, Peking University, Beijing 100871)

(Received 20 June 2002; revised 23 July 2002)

Abstract: Expressions are derived for the correlation function and the spectral density of an atom laser driven by a colored noise and a white noise, with a correlation of the exponential form. The spectral density displays one, two or three peaks, depending on the correlation strength between noises. A possible way of measuring the spacing of interference pattern is suggested to demonstrate this multi-peak feature in the experiment. Effects of the correlation time of noises on the spectral density also are discussed.

Key words: matter waves; atom laser; noise; noises with correlation; the spectral density