

文章编号: 0253-2239(2003)07-0874-5

用特征多项式构造相移干涉相位提取算式*

惠 梅 牛 慧 策 李 庆 祥 王 东 生 徐 毓 娴

(清华大学精密仪器与机械学系精密测试技术与仪器国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 用相移干涉术测量物体表面形貌时,各种误差因素特别是相移器移相误差的影响使得表面形貌的测量偏离了实际值,甚至会产生形貌失真的现象。采用傅里叶分析的方法对相位提取算式作了理论分析,并根据特征多项式设计分析理论构造了新的、对移相误差不敏感的相位提取算式。经实验验证,该算法有效地提高了相移干涉仪测量表面形貌的 R_z 值,重复测量精度达 5 倍以上,使测量结果更接近实际值。

关键词: 光学测量; 特征多项式; 相移干涉术; 相位提取算式; 傅里叶分析

中图分类号: TH744.3 文献标识码: A

1 引 言

相移干涉术是利用光波干涉原理检测物体表面形貌的,通过测量受物体表面形貌调制而变化的光程差(干涉波前相位差)在整个光场中的空间起伏变化,计算得到表面形貌^[1]。相移即移动光学元件(或其它部件)以改变干涉光路中测量光与参考光间的相位差。在每一测量点处,相位差的变化使干涉场的光强值发生对应变化(构成光强方程组),通过解光强方程组得到该测量点处的相位值。

对相移值、相移量、干涉图帧数等,取不同的值将会构造出维数和形式均不同的光强方程组,从而衍生出数种相位值解算方法,即相位提取算法^[2~4]。在理想情况——即没有任何误差影响的情况下,各种相位解算式均应给出一致的结果。但是,实际应用中,扰动和误差是不可避免的,由于对误差的敏感程度不同,各种相位解算方法在同一测量点处将给出不一致相位值。相位提取算法的研究就是探讨能解算出尽量接近实际相位值的算法,即对扰动和误差不敏感的算法。

近年来,国内外学者对相位提取算法有不少的研究报道。Schwider^[5]给出了一个对线性相移误差不敏感的四帧算法,所构造的相位值与实际相位值之间的差值为一与相移误差有关的固定值,将其作为系统误差消去后,就可得到实际相位值;Zhao 和 Surrel^[6]给出了存在线性移相误差情形下,对光强

信号二次谐波效应不敏感的六帧算法;Schmit 和 Creath^[7]提出的半周期法,利用三角函数每隔 π 幅值正负相反的特性,作偶次相位计算并取平均,有效地消除了系统误差;Afifi 等^[8]构造了激光二极管作为移相器件时对光源波动不敏感的五帧算式;Wei, Hibino 和郭红卫等^[9~12]给出了能有效消除相移器相移误差的相移新算法。

2 相位提取算式的构造

针对相移干涉术的主要误差源——相移器的移相误差,本文采用傅里叶分析的方法对相位提取算式作一理论分析,并根据特征多项式设计分析理论构造了新的、对移相误差不敏感的相位提取算式。经实验验证,该算法有效地提高了相移干涉术测量表面形貌的精度。

2.1 传统四帧算式

本文从干涉波前的非正弦性入手,讨论光强信号的谐波效应对测量精度的影响,从而发展抑制这个谐波效应的相位提取算式。

将干涉光强展开为傅里叶级数

$$I_n = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos(\varphi_m + mm\delta), \quad (1)$$

上式表明 m 个谐波, n 帧干涉图。 a_m 为第 m 个谐波的傅里叶系数, δ 为相移量, $\varphi_1 = \varphi$ 为待测相位, $\varphi_0 = 0$ 。

当相移器存在线性相移差时,实际相移为

$$\delta' = (1 + \epsilon)\delta, \quad (2)$$

其中 δ 为理想相移, ϵ 为误差因子。将(2)式代入(1)式,实际光强为

$$I_n^* = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \cos[\varphi_m + mn(1 + \epsilon)\delta], \quad (3)$$

* 国家自然科学基金(59975052)资助课题。

E-mail: huimei9119@163.com

收稿日期:2002-05-30; 收到修改稿日期:2002-07-29

谐波成分的存在导致了光强信号非正弦性的产生。此时,基波为待测信号,二次以上谐波为误差信号。

对传统四帧算式,考虑光强信号二次谐波效应对相位测量影响的情形。取 $m = 2$,则相位测量差为

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi^* = \arctan\left(\frac{I_2 - I_4}{I_1 - I_3}\right) - \arctan\left(\frac{I_2^* - I_4^*}{I_1^* - I_3^*}\right) = \arctan\left[\frac{a_1 \cos(2\delta + \varphi) + a_2 \cos(4\delta + \varphi_2) - a_1 \cos(4\delta + \varphi) - a_2 \cos(8\delta + \varphi_2)}{a_1 \cos(\delta + \varphi) + a_2 \cos(2\delta + \varphi_2) - a_1 \cos(3\delta + \varphi) - a_2 \cos(6\delta + \varphi_2)}\right] - \arctan\left\{\frac{a_1 \cos[2(1+\varepsilon)\delta + \varphi] + a_2 \cos[4(1+\varepsilon)\delta + \varphi_2] - a_1 \cos[4(1+\varepsilon)\delta + \varphi] - a_2 \cos[8(1+\varepsilon)\delta + \varphi_2]}{a_1 \cos[(1+\varepsilon)\delta + \varphi] + a_2 \cos[2(1+\varepsilon)\delta + \varphi_2] - a_1 \cos[3(1+\varepsilon)\delta + \varphi] - a_2 \cos[6(1+\varepsilon)\delta + \varphi_2]}\right\}. \quad (4)$$

由于 ε 为一小量,取一阶近似,解得

$$\Delta\varphi \approx \varepsilon\pi \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos(2\varphi) - \sqrt{2}\varepsilon\pi \frac{a_2}{a_1} \sin\left(2\varphi - \frac{\pi}{4}\right) \sin\varphi_2 \right]. \quad (5)$$

在相移干涉术中,移相误差会导致被测物体的相位测量误差,该相位测量误差正比于 $\cos(2\varphi)$ 和 $\sin(2\varphi)$ (φ 为被测物体相位)。由于误差的频率是条纹频率的两倍,这个低频影响很难用滤波或卷积技术去除(除非严重地降低空间分辨率)。所以,抑制这项误差一直是一个棘手的问题^[13]。

2.2 特征多项式构造的算式

2.2.1 特征多项式

根据特征多项式设计分析理论构造相位提取算式^[14]。该理论基于相位提取算式与多项式间的一一对应关系,通过建立多项式的根与条纹非正弦谐波及移相误差间的联系,分析算式的性能并构造算式^[15]。

将式(1)写成傅里叶级数的复数形式,则有

$$I(\varphi + \delta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [a_m \exp(im\varphi)] \exp(im\delta) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m(\varphi) \exp(im\delta), \quad (6)$$

其中 a_m 为 m 次谐波的复傅里叶系数, $i = \sqrt{-1}$ 。由此可见,任一相移算法实际上都是对 β_1 , 即干涉光强信号基频的估计。

$\delta = n2\pi/N$ 时 ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N$) 的 N 帧相移算法可以表达成

$$\varphi^* = \arctan\left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1} b_k I(\varphi + k\delta)}{\sum_{k=0}^{N-1} a_k I(\varphi + k\delta)}\right], \quad (7)$$

其中 φ^* 为被测相位,“*”号表示与真实相位 φ 的区别。 φ^* 可以看作复线性组合的复角,即

$$\varphi^* = \arctan \sum_{k=0}^{N-1} C_k I(\varphi + k\delta), \quad (8)$$

其中 $C_k = a_k + ib_k$ 。将(6)式代入(8)式,得

$$\varphi^* = \arctan \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m \left\{ \exp(im\varphi) \sum_{k=0}^{N-1} C_k [\exp(im\delta)]^k \right\} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ \exp(im\varphi) P[\exp(im\delta)] \}, \quad (9)$$

其中 $P(x)$ 为 $(N-1)$ 次的多项式

$$P(x) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k x^k. \quad (10)$$

该多项式是以 $1, x^2, \dots, x^k$ 为基函数所作的线性组合构成的函数,此即相位提取算式的特征多项式。(9)式表明,几乎任何给定的相移算法对 m 次谐波的不敏感特性皆可由多项式 $P(x)$ 的根推得。

2.2.2 对线性相移差及光强信号二次、三次、四次谐波不敏感算式的构造

为了从光强信号中计算得到真实相位值,构造相位提取算法的出发点是:所构造的算式对采样波的谐波成分不敏感。

建立多项式并将其写为根的形式:

$$P(x) = -2\xi(x - \xi^0)(x - \xi^{-1})^2(x - \xi^{-2})^2 \times (x - \xi^2)^2(x - \xi^3)^2 = -2\xi(x - 1)(x - \xi^{-1})^2(x - \xi^{-2})^2 \times (x - \xi^2)^2(x + 1)^2, \quad (11)$$

比例因子 -2ξ 是为了使式项式系数有某种对称性。

将(11)式展开为

$$P(x) = 1 - \sqrt{3}i - (1 + 3\sqrt{3}i)x - (7 + 3\sqrt{3}i)x^2 - (11 - \sqrt{3}i)x^3 - (6 - 6\sqrt{3}i)x^4 + (6 + 6\sqrt{3}i)x^5 + (11 + \sqrt{3}i)x^6 + (7 - 3\sqrt{3}i)x^7 + (1 - 3\sqrt{3}i)x^8 - (1 + \sqrt{3}i)x^9, \quad (12)$$

从而得到相位提取算式为

$$\varphi^* = \arctan \left[\frac{\sqrt{3}(-I_0 - 3I_1 - 3I_2 + I_3 + 6I_4 + 6I_5 + I_6 - 3I_7 - 3I_8 - I_9)}{I_0 - I_1 - 7I_2 - 11I_3 - 6I_4 + 6I_5 + 11I_6 + 7I_7 + I_8 - I_9} \right], \quad (13)$$

这是一个对线性相移差及条纹信号二次、三次、四次谐波不敏感的算式。

本文首先构造对谐波不敏感的特征多项式。由于对四次谐波不敏感, $m = 4$, 故需 $N = m + 2 = 6$ 帧干涉图。特征多项式有重根 $\xi^{-1}, \xi^2, \xi^{-2}, \xi^3$, (其中 $\xi = \exp(i\pi/3)$, 单根 1。光强数 $2m + 2 = 10$ 个。图 1 为其特征图。

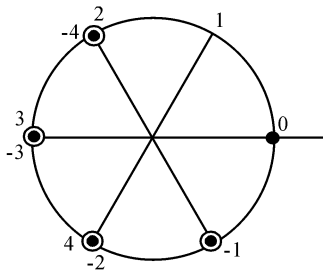


Fig. 1 The characteristic of Ee. (11). The circle points with ring are double roots. Circle point is single root. The numbers are harmonious wave numbers

3 实验及结果分析

图 2 为哈尔滨量具刀具厂生产的 $R_a = 0.35 \mu\text{m}$ 的粗糙度样块的六帧相移干涉图像, R_a 值已由中国计量科学研究院标定。图 3 为用两种算法——传统四帧算式(简称算式 1)及特征多项式构造的对线性相移差及光强信号二次、三次、四次谐波不敏感算式

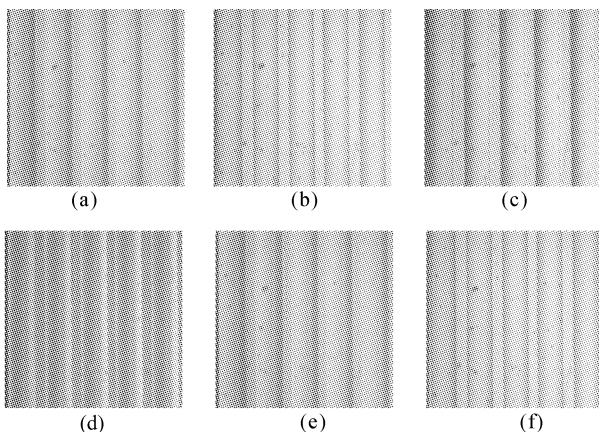


Fig. 2 Interferometry images of R_a 0.35 roughness sample. (a) Phase shifting $-\pi$; (b) Phase shifting $-\pi/2$; (c) Phase shifting 0; (d) Phase shifting $\pi/2$; (e) Phase shifting π ; (f) Phase shifting $3\pi/2$

(简称算式 2) 计算得到的三维形貌图; 图 4 为图 3 在 $y=300$ 像素处的二维轮廓。

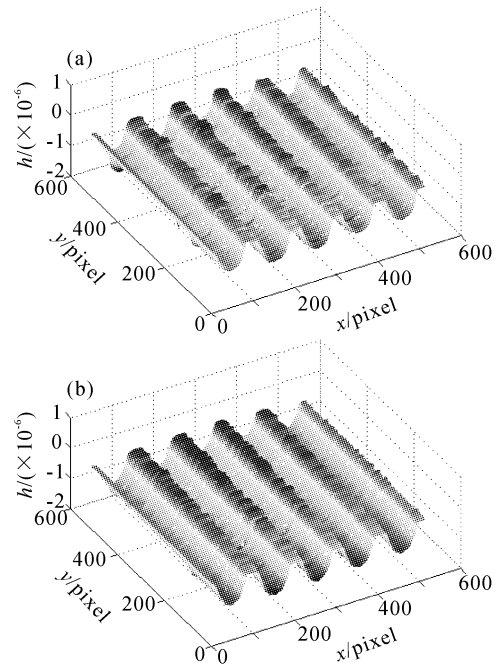


Fig. 3 Three-dimensional surface topography computed by two algorithms. (a) Algorithm 1; (b) Algorithm 2. (x, t axis is pixel, z axis is height)

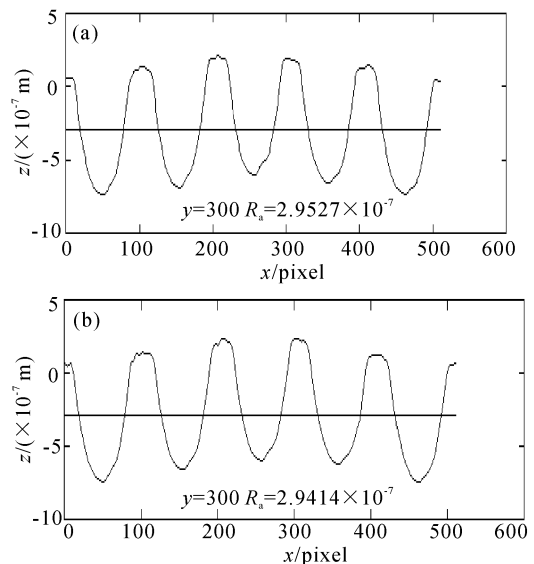


Fig. 4 Profile curves computed by two algorithms at the same pixel. (a) Algorithm 1; (b) Algorithm 2. (x axis is pixel, z axis is height)

作为评价算法优劣的判据, 采集七组、六帧相移干涉图像, 对其分别用上述两种算法做重复测量

精度数据验证,结果见表 1。

可以看出,算法 1 的 R_a 值重复测量精度为 1.455 nm,算法 2 的 R_a 值重复测量精度为 0.308 nm。算法 2(特征多项式构造的算式)比算法 1(传统四帧算式)的测量精度提高了 5 倍。

表 1 中所测得的 R_a 值与标准值相比,出现数值上差异的原因是:由于测量系统中诺曼斯基棱镜的剪切量小于显微镜分辨率极限,所以无法直接获得

Table 1 Seven measurement values of error and criterion coefficient of two algorithms (R_a is the average value of profile curves of roughness sample)

	Algorithm 1 $R_a/\mu\text{m}$	Criterion coefficient	Algorithm 2 $R_a/\mu\text{m}$	Criterion coefficient
1	0.29453	1.1883	0.29235	1.1972
2	0.29779	1.1753	0.29246	1.1967
3	0.29916	1.1701	0.29196	1.1988
4	0.29843	1.1728	0.29209	1.1983
5	0.29797	1.1746	0.29299	1.1946
6	0.29891	1.1709	0.29221	1.1977
7	0.29695	1.1786	0.29227	1.1975
Arithmetic average value	0.297677	1.1758	0.292333	1.197257
Criterion bias	0.001455	0.005748	0.000308	0.001259

结论 特征多项式算式是对线性相移差及光强信号二次、三次、四次谐波不敏感算式,具有对误差源不敏感的特性。经实验验证,在不提高测量系统硬件要求的情况下,在不增加测量系统硬件成本的基础上,该算法能提高测量系统的测量精度,将 R_a 值重复测量精度提高了 5 倍以上。

参 考 文 献

- Chen Mingyi, Guo Hongwei, Wei Chunlong. Algorithm immune to tilt phase-shifting error for phase-shifting interferometers. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(22):3894~3898
- Hiroaki Takajo, Tohru Takahashi. Least-squares phase estimation from phase differences. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5**:416~425
- Farrell C T, Player M A. Phase-step insensitive algorithms for phase-shifting interferometry. *Meas. Sci. Technol.*, 1994, **5**(5):648~652
- Su Xianyu, von Bally G. Phase stepping grating profilometry: utilization for intensity modulation analysis in complex objects evaluation. *Opt. Commun.*, 1993, **98**(1):131~150
- Schwider J. New compensating four-phase algorithm for phase-shift interferometry. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(8):1883~1885
- Zha Bing, Surrel Y. Phase-shifting six-sample self-calibrating algorithm insensitive to the second harmonic in the fringe signal. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(9):1357~1360
- Schmit J, Creath K. Extended averaging technique for derivation of error-compensating algorithms in phase-shifting

它的实际测量值,在进行表面形貌计算时只能代入剪切量的设计值,这必然会给最后的计算结果带来较大的误差;另外,诺曼斯基棱镜所引入的相位差要精确地调整到零是非常困难的。由于上述两项均是由光学系统结构决定的固定常量,因此可以用标准样块来定标,并在今后的测量中乘以该定标系数,即可得到所测值。

- interferometry. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(19):3610~3619
- Afifi M, Nassim K, Rachafi S. Five-frame phase-shifting algorithm insensitive to diode laser power variation. *Opt. Commun.*, 2001, **197**(15):37~42
- Wei C, Chen M, Wang Z. General phase-stepping algorithm with automatic calibration of phase steps. *Opt. Engng.*, 1999, **38**:1357~1360
- Hibino K. Phase-shifting algorithms for nonlinear and spatially nonuniform phase shifts. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **914**(4):918~930
- Wei C, Chen M, Guo H *et al.*. General phase-stepping algorithm using Lissajous figures technique. *Proc. SPIE*, 1998, **3478**:411~416
- Guo Hongwei, Chen Mingyi, Wei Chunlong. A new algorithm by iterative least-squares fitting based on the first order Taylor series expansion in phase shifting interferometry. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(1):72~74 (in Chinese)
- Facchini M, Zanetta P. Derivatives of displacement obtained by direct manipulation of phase-shifted interferograms. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(31):7202~7206
- Nugent K A. Interferogram analysis using an accurate fully automatic algorithm. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(18):3101~3105
- Hui Mei. *The Algorithm and Experimental Study of Phase-Stepping Interferometry in Surface Microtopography Measurement* (表面微观形貌测量中相移干涉术的算法与实验研究). Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, [D Dissertation] The Chinese Academy of Sciences, 2001. 50 ~ 53, 148 ~ 152 (in Chinese)

Algorithm in Phase-Stepping Interferometry Based on Characteristic Polynomial

Hui Mei Niu Hanben Li Qingxiang Wang Dongsheng Xu Yuxian

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments,
Department of Precision Instrument and Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084)

(Received 30 May 2002; revised 29 July 2002)

Abstract: When applying phase-stepping interferometry to measure a surface, distortion will be caused as a result of various error factors especially the phase-stepping error from the phase shifter. Even seriously flexuosity can be produced. Aiming at the main error sources to the phase-stepping interferometry—the phase-stepping error from the phase shifter, theoretical analyses was made for phase-stepping algorithm by applying Fourier method. Based on the theory of characteristic polynomial, a new phase-stepping algorithm, which is insensitive to disturbance and error, was put forward and improved. Experimental results show that the algorithm has effectively improved the measuring accuracy of the phase-stepping interferometry, and made the measured results more approach the actual numerical value.

Key words: optical metrology; characteristic polynomial; phase-stepping interferometry; phase-stepping algorithm; Fourier method

ILOPE 2003

第 9 届中国国际激光及光电子产品展览会

展会地点: 中国国际展览中心·北京

展会时间: 2003 年 10 月 23~25 日

展品大类:

1 光电材料和元件

5 光信息产业

2 激光器与应用

6 光学仪器

3 光通信产业

7 红外、传感技术等相关应用

4 显示技术及设备

联系方式:

中展集团北京华港展览有限公司

方 芳 刘宝存 梁 晨 李 超

电 话: 010-84600341, 84600339, 84600335 传 真: 010-84600325, 84600346

电子邮件: fang@ciec-exhibition.com lc@ciec-exhibition.com

中国光学光电子行业协会

所洪涛 吕玉华

电 话: 010-64362211-490 传 真: 010-64347322

电子邮件: coema@public2.bta.net.cn

展会网址: <http://www.ilope-expo.com> <http://ilope.ciec-exhibition.com>