第 23 卷 第 7 期
2003 年 7 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 23, No. 7
July, 2003

文章编号：0253-2239(2003)07-0879-5

数字平面检测系统误差和精度评价方法的研究

莫卫东
（空军工程大学工程学院，西安 710038）

摘要： 通过对光学平面玻璃样品表面检测结果的分析，对激光数字平面检测系统中，应用泽尼克多项式进行平面分析的系统理论误差以及被测表面形状类型的判别方法进行了深入的研究，并应用误差分析理论，提出了一个在"泽尼克像差空间"确定激光数字平面检测系统精度的理论和方法。

关键词： 平面检测；泽尼克多项式拟合；误差分析；精度评价
中图分类号：TN247　　　文献标识码：A

1 引　　言

应用激光数字平面检测系统，可快速准确测量光学平面的平整度[1～4]，精度可达 $\lambda/100$，灵敏度达到 $\lambda/1000$[4,6]，其精度之高速度之快是传统方法无法比拟的。应用激光数字平面检测系统除了能很好地测量光学平面的平整度之外，还可以应用它对平面误差的类型进行评判，以指导平面加工过程与工艺。本文对平面误差分析中的系统理论误差、光学误差进行了深入系统全面的研究，并根据误差分析理论，提出了一个能客观地评价激光数字平面检测系统精度的理论与方法。

2 通过泽尼克多项式拟合系数的大小确定被测表面误差的类型

用泽尼克(Zernike)多项式拟合的光波干涉波面是激光数字平面检测系统中的核心技术之一，拟合的目的是把被测表面的信息用一个波面函数表达出来，通过该波面函数来计算和分析被测表面的平整度以及表面形状等信息。此波面函数其实就是一个光波干涉波面，它是一个参考光学平面和一个被测光学表面的反射光形成的干涉波面，在此干涉波面中包含了被测光学表面的信息。在该干涉波面的波面函数中包含着以下三方面的信息：一是人为调整的相对固定的相位贡献，即二相干波有一定的夹角形成的"平行"的干涉条纹，"异变"的干涉条纹则反映了被测表面的状况；二是干涉系统的误差，包括系统内外各种噪声干扰和参考平面的误差等；三是被测表面相对参考平面的误差，即平面误差。

对被测表面误差进行分型别类，达到全面准确细致地检测被测光学平面玻璃表面状况的目的，就是要能将上述三种信息分离。通过在理论上对泽尼克多项式的每一项拟合系数的分析，并在实验上系统地研究泽尼克多项式与误差形式的联系，从而得到了每一项泽尼克多项式的拟合系数与平面误差具有如下关系：

1) 拟合系数 Z_1：对应泽尼克多项式的常量项。它代表着两个相干平面波有一定的"间距"，它是在把干涉波面数字化时干涉条纹零级选择的任意性引起的；

2) 拟合系数 Z_2 和 Z_3：对应泽尼克多项式的 $\rho\cos\theta$ 和 $\rho\sin\theta$ 项（ρ 和 θ 为柱坐标，下同）。它们为倾斜项，其拟合系数的大小反映了两相干平面波存在着一定的夹角大小，具体的反映为干涉条纹的疏密程度。

可见，Z_1、Z_2 和 Z_3 反映的是整个干涉波面的相位大小的信息，它们是测量系统人为造成的，并且是相对固定，其中没有被测表面加工质量方面的信息，所以可直接令其拟合系数为零便可去除它们对整个干涉波面的相位贡献，也就完成了将其从干涉波面的波面函数分离的任务。如，在表 1 中的计算表面总误差 W_{tRMS} 时，就直接令 Z_1、Z_2 和 Z_3 为零，因而在 W_{tRMS} 并不包含上述拟合系数 Z_1、Z_2 和 Z_3 所对应的波差。

3) 拟合系数 Z_4：对应泽尼克多项式的 $(2\rho^2-1)$ 项，它对应着光学系统的初级像差——像场弯曲。

E-mail: mwd1999@sohu.com
收稿日期：2002-05-09；收到修改稿日期：2002-06-24

因而拟合系数 Z_4 的大小，反映了被测表面整体上的凹凸状况，即，被测表面大体上的非平整度部分。当被测玻璃表面加工后具有明显的球面形式的凹凸时（如表 1 中的样品三），就可以看到该项拟合系数的明显增大。进一步说明，拟合系数 Z_4 的大小代表了被测平面球面误差的大小。

4) 拟合系数 Z_5 和 Z_6：对应泽尼克多项式的 $\rho^2\cos\theta$ 和 $\rho^2\sin\theta$ 项，它们合起来对应着光学系统的初级像差——像散。实验表明，当被测表面大体上平整度具有特殊的非球面形式的凹凸时，泽尼克多项式的这两项的拟合系数（Z_5 和 Z_6）将明显增大。如表 1 中的样品四，它具有类似柱面形式凹（凸）面型，从而拟合系数 Z_5 和 Z_6 对整个表面误差相位贡献就显得比较大。可见，拟合系数 Z_5 和 Z_6 的大小代表了被测平面柱面误差的大小。

通过以上分析可以发现，Z_4、Z_5 和 Z_6 对应的拟合系数反映的是被测平面的平整度情况，称之为被测表面的平面度误差 W_{pRMS}。除了以上六项四种形式的波差外，泽尼克多项式其余的每一项也都代表了不同形式的波差，这些波差不但包含着被测表面的平面误差，也包含着系统的误差。把除去上述四种形式误差后剩下的被测表面误差称为局部误差 W_{lRMS}，它反应了被测表面小范围内不规则的凹凸不平的状况，许多精密光学系统（如激光陀螺）对这部分误差更为敏感，因而在精密光学的应用中更关心这部分误差的大小。因此，通常把局部误差 W_{lRMS} 作为评价被测玻璃表面质量好坏的关键指标。

以下通过表 1 具体说一下不同质量样品的泽尼克多项式拟合系数（经过归一化后）的变化情况，从中可以看到泽尼克多项式拟合系数与被测表面误差类型之间的关系。

Table 1 The relations between types of plane error of inspected surfaces and coefficients of Zernike polynomials

		Sample 1	Sample 2	Sample 3	Sample 4
Number of stripe in diaphragm		5	5	5	5
Order of Zernike polynomials		4	4	4	4
Hits		294	266	276	269
Square of standard coefficient fitted in Zernike polynomials	$Z_1=A_1^2$	35.04433	25.94647	12.67806	37.78828
	$Z_2=A_2^2$	0.52356	0.03707	1.02140	0.00545
	$Z_3=A_3^2$	5.95158	5.45339	5.91204	5.62323
	$Z_4=A_4^2$	0.03868	0.00005	0.83960	0.00031
	$Z_5=A_5^2$	0.00211	0.00020	0.03279	0.01977
	$Z_6=A_6^2$	0.00006	0.00014	0.00280	0.04586
	$Z_7=A_7^2$	0.00001	0.00050	0.00291	0.00235
	$Z_8=A_8^2$	0.00001	0.00331	0.00025	0.00521
	$Z_9=A_9^2$	0.00013	0.00025	0.00060	0.00007
	$Z_{10}=A_{10}^2$	0.00001	0.00182	0.00282	0.00198
	$Z_{11}=A_{11}^2$	0.00000	0.00008	0.00446	0.00028
	$Z_{12}=A_{12}^2$	0.00002	0.00168	0.00013	0.00001
	$Z_{13}=A_{13}^2$	0.00007	0.00000	0.00043	0.00011
	$Z_{14}=A_{14}^2$	0.00006	0.00118	0.00333	0.00026
	$Z_{15}=A_{15}^2$	0.00005	0.00001	0.00001	0.00013
Fitting Precision: $P_{\mathrm{RMS}}(\lambda)$		0.01591	0.01837	0.02636	0.01508
Total error of inspected surface: $W_{\mathrm{tRMS}}(\lambda)$		0.05733	0.02709	0.26615	0.07788
Plane error of inspected surface: $W_{\mathrm{pRMS}}(\lambda)$		0.05702	0.00556	0.26390	0.07244
Local error of inspected surface: $W_{\mathrm{lRMS}}(\lambda)$		0.00606	0.02652	0.03449	0.02859
Maximal error of inspected surface: $W_{\mathrm{pv}}(\lambda)$		0.23190	0.18590	1.00768	0.43384

Annotate: λ in the table is wavelengh of the laser in the system to inspect surface of optical plane glass with laser quantizing technique.

综合干涉图条纹形状与表面误差形式之间关系的研究与分析，通过泽尼克多项式拟合系数的大小，可明确地对表 1 中的四个样品的表面平面误差情况做出如下评价：

样品一：仅 Z_4 一项对应的误差就占了总误差的 93.4%，说明该样品的平面误差主要是平面度误差，

其他局部误差只占了很小一部分。充分说明该样品平面度一般，局部误差小；

样品二：Z_4、Z_5、Z_6 三者之和对应的误差贡献仅占总误差的 4.2%，说明其平面度较好，但局部误差相对比较大；

样品三：平面度也比较差，仅 Z_4 一项对应的误差就占了总误差的 94.3%，与样品一的平面误差形式相同，主要是球面形式误差。由于样品三 Z_4 的大小比样品一大很多，说明样品三比样品一的误差更大，其表面质量比样品一差，不过，二者的局部误差都相对较小；

样品四：其干涉条纹为"放射式"的，带有较强的柱面形式的面型分布特征，反映在 Z_5 和 Z_6 上，其对应误差占到了总误差的 85.8%，说明该样品的平面度一般，但与样品一和样品三的误差形式不同，且局部误差也相对较大。

3　激光数字平面检测系统精度的分析和评价

3.1　干涉条纹数对测量结果精度与误差的影响

表 2 列出了不同质量的样品在不同干涉条纹数的条件下的检测结果，从分析中可以看出，不同质量样品的特点均在泽尼克多项式拟合系数中有直接的反映。

如前所述，检测被测光学平面误差的基本思想是靠被测表面与参考面形成的干涉条纹——若干根干涉条纹描述整个被测表面的，很显然，检测时在光干涉波面上的光瞳内采样的数据点区域是不均匀的。这种在干涉条纹的极值点采样数据的局部性(实际上是线化采样)，加之干涉条纹本身的对称性与泽尼克多项式函数之间的内在联系，最终导致了用泽尼克多项式拟合干涉波面分析中出现异常[5,7]。

Table 2　The relations of number of interference stripe in diaphragm with quality of inspected surface

Number of stripe in diaphragm		4	5	6	7
Order of Zernike polynomials		3	4	5	6
Sample 1	Characteristic of inspected surface	Planeness is relatively poor. Local error is less			
	Fitting Precision: $P_{RMS}(\lambda)$	0.0113	0.0159	0.0179	0.0194
	Total error of inspected surface: $W_{tRMS}(\lambda)$	0.0540	0.0573	0.0606	0.0550
	Repetitiveness of $W_{tRMS}(\lambda)$ for different number of interference stripe in diaphragm	$(W_{tRMS})_{RMS}=0.00301$, $(W_{tRMS})_{RMS}/\overline{W}_{tRMS}=5.3\%$			
	Local error of inspected surface: $W_{lRMS}(\lambda)$	0.00795	0.00606	0.00818	0.01009
	Repetitiveness of $W_{lRMS}(\lambda)$ for different number of interference stripe in diaphragm	$(W_{lRMS})_{RMS}=0.00162$, $(W_{lRMS})_{RMS}/\overline{W}_{lRMS}=20.1\%$			
Sample 2	Characteristic of inspected surface	Planeness is better. Local error is more			
	Fitting Precision: $P_{RMS}(\lambda)$	0.18560	0.01837	0.00818	0.01709
	Total error of inspected surface: $W_{tRMS}(\lambda)$	0.01988	0.02709	0.02297	0.02186
	Repetitiveness of $W_{tRMS}(\lambda)$ for different number of interference stripe in diaphragm	$(W_{tRMS})_{RMS}=0.00304$, $(W_{tRMS})_{RMS}/\overline{W}_{tRMS}=13.3\%$			
	Local error of inspected surface: $W_{lRMS}(\lambda)$	0.01832	0.02652	0.02230	0.02132
	Repetitiveness of $W_{lRMS}(\lambda)$ for different number of interference stripe in diaphragm	$(W_{lRMS})_{RMS}=0.00339$, $(W_{lRMS})_{RMS}/\overline{W}_{lRMS}=15.3\%$			

根据表 2 分析可以发现：样品一局部误差较小，不同条纹下的测量结果的重复性比较好；而样品二局部误差比较大，不同条纹数下的测量结果重复性就比较差。这其中的原因可以解释为：局部误差比较大时，表明被测表面的不规则小误差较严重，当被测光瞳内的条纹数改变时，条纹所在被测面的方位随之改变，采样点所表示的干涉波面的相位随之也必将有所变化，最终影响了对干涉波面的拟合和对被测面的检测结果。所以，在此情况下通过条纹计算和分析的被测表面误差的重复性就不会太好；而当局部误差较小时，且误差的形式也稍微"规则"，既使条纹数改变致使条纹的方位变化，对于选择不同条纹数下的检测结果的重复性将仍然比较好。

因此建议，当被检测的样品的局部误差比较大时，检测时应调整光瞳内的干涉条纹数多一些，以便能更充分地反应被测表面的特征，把条纹数对测量结果的误差降到最小。其实，在实际的应用中会发现，一般的样品的局部误差均较小，检测时整光瞳内的干涉条纹数在 6 根左右均可得到满意的结果。

3.2　泽尼克多项式阶的选择对系统精度的影响

对于这个问题研究，最初的目的是企图找到当干涉条纹数一定时，拟合干涉波面的泽尼克多项式

的阶选择高到何值时，测量的精度最高，或者说测量的结果对更高阶的选择关系已经不大。具体地讲，就是拟合干涉波面时，在选择了某一阶的泽尼克多项式之后，该阶多项式的拟合系数趋于一个小量，并且这个小量在总的误差分析结果中所占的比例很小。经过系统地研究发现以下事实：当在被测干涉波光瞳内的条纹数量一定时，拟合时选择的多项式阶越高，其拟合精度越高。但是，并不是说可以无条件地增加多项式的阶，以提高检测的精度。对于平面误差的检测，要求阶必须遵守泽尼克多项式阶选择法则[5,7]，即：泽尼克多项式拟合干涉波面的阶应小于被测光瞳内干涉条纹的数量。否则，测量的结果和分析都将是不可靠的。

由于用泽尼克多项式不能做到对干涉波面进行完全一致的表示，必然使测量的结果存有误差，这种误差称为理论误差，原则上应归于系统误差，不妨称之为系统理论误差。

3.3 一个比较客观评价数字平面检测系统精度的理论和方法

在没有更高一级仪器或更好的标准样品来标定如此高精度的激光数字平面检测系统条件下，只能采用在理论和实践上均比较合理，并且能更客观地确定系统精度的新方法。应用误差分析理论，本文提出了在“泽尼克像差空间”确定激光数字平面检测系统精度的方法，其理论分析过程如下：

假设取一被测样品，检测时改变光瞳内的干涉条纹数量 N 和泽尼克多项式拟合的阶 k，重复测量该样品若干次，则被测样品的表面上一点 (x,y) 的局部误差 $W(x,y)$ 的平均值为

$$\overline{W}_{N,k}(x,y)=\frac{1}{M}\sum_{N,k}^{M}\Big[\sum_{n=4}^{\infty}a_n(N,k)\Big]Z_n(x,y)=\sum_{n=4}^{\infty}\Big[\frac{1}{M}\sum_{N,k}^{M}a_n(N,k)\Big]Z_n(x,y)=\sum_{n=4}^{\infty}\overline{a}_nZ_n(x,y),\tag{1}$$

式中

$$\overline{a}_n=\frac{1}{M}\sum_{N,k}^{M}a_n(N,k),$$

M 为 N,k 变化重复测量的总次数。$a_n(N,k)$ 表示在 N,k 时的泽尼克多项式归一化拟合系数，$\overline{a}_n$ 为重复测量 M 次 $a_n(N,k)$ 的平均值。在 N,k 一定时，被测表面的误差与真实被测表面的误差的误差——也就是系统的精度，可按照以下方法分析计算：

$$\Delta^2(N,k)=\frac{1}{M}\sum_{j=1}^{M}[W(x_j,y_j)-W_{\mathrm{t}}(x_j,y_j)]^2.\tag{2}$$

当采样点数取无穷多时，上式变为

$$\Delta^2(N,k)=\frac{1}{\pi}\iint[W(x,y)-W_{\mathrm{t}}(x,y)]^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y.\tag{3}$$

对于表面误差的真值 $W_{\mathrm{t}}(x,y)$ 无从得知，但从误差统计理论可知，当重复测量的次数足够多时，$\overline{W}_{\mathrm{t}}(x,y)$ 无限趋近于 $W_{\mathrm{t}}(x,y)$，所以(3) 式变成

$$\Delta^2(N,k)=\frac{1}{\pi}\iint[W(x,y)-\overline{W}_{\mathrm{t}}(x,y)]^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{1}{\pi}\iint\Big\{\sum_{n=4}^{\infty}[a_n(N,k)-\overline{a}_n]Z(x,y)\Big\}^2\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{1}{\pi}\sum_{n=4}^{\infty}[a_n(N,k)-\overline{a}_n]^2.\tag{4}$$

因此，测量时选择光瞳内条纹数为 N，拟合泽尼克多项式阶最大为 k，变化 N 和 k 总共测量了 M 次，则系统测量平均精度为

$$\Delta=\Big[\frac{1}{M}\sum_{N,k}^{M}\Delta^2(N,k)\Big]^{1/2}=\Big\{\frac{1}{M}\sum_{N,k}^{M}\frac{1}{\pi}\sum_{n=4}^{\infty}[a_n(N,k)-\overline{a}_n]^2\Big\}^{1/2}.\tag{5}$$

根据上述系统的精度分析理论和公式，对几十个样品进行了检测，并利用检测的数据对某激光数字平面检测系统的精度进行了评估，所有样品检测的结果没有出现与其它各种精度评估方法的结果相矛盾的情况，而且检测的精度相当稳定。无论质量好的样品，还是质量较差一点的样品，都证明了系统的精度 Δ 在 $3\lambda/1000$ 以内。

因此，根据测量误差分析理论可知，利用该激光数字平面检测系统对平面玻璃表面的单次测量误差范围不超过 3Δ 的概率为 99.7%，故而说明该激光

数字平面检测系统的精度达到了 $\lambda/100(\approx 3\Delta)$。

不过，需要说明一点，上述分析中，严格来讲确定的是检测系统的精密度，如果要最终确定系统的精确度，还需要采用其它独立的检测理论和方法进行评定，如一次旋转法[3]、平移旋转法[8]等，或者用更高一级的测量仪器进行标定。

结论　应用上述研究的成果，使用激光数字平面检测系统，除了能对平面玻璃表面的平整度进行高精度的测量外，还可依据检测分析中的泽尼克多项式拟合系数的大小，判断其表面误差（表面形状）的类型，以便指导平面玻璃表面加工过程和工艺，并还可在"泽尼克像差空间"对系统的精度进行评价。

参 考 文 献

1 Bruning J H, Herriott D R, Gallagher J E *et al*.. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses. *Appl. Opt.*, 1974, **13**(11): 2693～2703

2 Schwider J, Burow R, Elssner K *et al*.. Digital wavefront measuring interferometer: Some systematic error sources. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(21): 3421～3431

3 Yu Jingchi. Calculation of wavefront error and OTF from interferogram. *Acta Optical Sinca* (光学学报), 1984, **4**(9): 814～820 (in Chinese)

4 Mo Weidong, Feng Jinfu. Research of a system to inspect surface of optical plane glass with quantizing technique. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 2001, **29**(9): 618～623 (in Chinese)

5 Mo Weidong, Gao Bolong. Application of quantizing technique in the system to inspect surface of optical glass. *J. Air Force Engineering University* (空军工程大学学报), 2000, **1**(5): 1～4 (in Chinese)

6 Mo Weidong. The research on method of fitting interferogram in Zernike polynomials. *High Speed Photography and Photonics* (高速摄影与光子学), 1991, **20**(4): 296～304 (in Chinese)

7 Mo Weidong. The principle of fitting interferogram with Zernike polynomials. *J. Air Force Engineering University* (空军工程大学学报), 2002, **3**(2): 14～17

8 Zhu Yucong. Yang Guoguang, Dong Taihe. Absolute evaluation of optical sueface on laser wavefront interferometer. *Applied Laser* (应用激光), 1988, **7**(6): 255～258

Error and Precision Evaluation of a System for Inspecting Surface of Optical Plane

Mo Weidong

(*Engineering Institute, University of Engineering of Air Force, Xi'an* 710038)

(Received 9 May 2002; revised 24 June 2002)

Abstract: Through the analysis of the results obtained from inspecting actual surface of optical plane glass, the system theoretical error and methods to classify the type of surface shape in analysis of plane error with Zernike polynomials are studied in depth. A new theory and method are proposed by using error theory to appraise the precision of the laser digital system for inspecting surface of optical plane glass.

Key words: optical plane inspecting; Zernike polynomials fitting; error analysis; precision appraising

更　正

本刊 2003 年 23 卷第 5 期第 565 页：国家自然科学基金批准号有误，其中 69177026 应为 60177026。