

文章编号: 0253-2239(2003)07-0845-5

基于模拟退火的相位展开方法*

彭震君 钱 锋 王学锋 钟向红 王向朝

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 二维相位展开技术被广泛应用于光学精密测量、自适应光学、合成孔径雷达、图像处理等领域中。提出了一种基于模拟退火的相位展开方法。此方法对主值相位图采用局部平面近似, 用模拟退火算法求出最优化平面参数, 从而得到去除噪声和 2π 相位跳变的真实相位图。计算机模拟和实验结果均证明, 此方法能有效地去除相位图中的噪声, 实现带噪声的主值相位图的相位展开, 可靠地重建被测物体的表面形貌。详细介绍了这一方法的原理及实验结果。

关键词: 干涉衍射; 移相干涉术; 相位展开; 模拟退火

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

1 引言

随着固态面阵探测器和计算机的快速发展, 激光干涉测量术已经成为人们进行高精度测量的主要手段^[1,2]。包含有被测物理量信息的干涉信号 $I(x, y)$ 可用下式表示

$$I(x, y) = I_0(x, y)\{1 + \gamma \cos[\phi(x, y)]\}, \quad (1)$$

其中 $I_0(x, y)$ 为探测器上点 (x, y) 探测到的干涉信号的直流分量, γ 为条纹可见度, $\phi(x, y)$ 为反映被测物理量的相位项。但是, $\phi(x, y)$ 往往由反正切函数求出, 所得到的相位是在 $-\pi$ 到 π 之间的主值相位值 $\phi_w(x, y)$, 其与真实相位图 $\phi(x, y)$ 之间的关系为

$$\phi(x, y) = \phi_w(x, y) + 2k(x, y)\pi, \quad (2)$$

其中 $k(x, y)$ 为整数。为了重建真实相位图, 我们必须对主值相位图进行相位展开来消除主值相位图中的 2π 跳变。对于无噪声的主值相位图, 只需逐行或逐列比较相邻两点的相位值, 在相位跳变处进行相位补偿。但是, 在实际测量中, 噪声总是存在的。而在存在噪声的情况下, 由于噪声积累, 这种方法很难得到正确的真实相位图。因此, 人们已提出了许多相位展开算法^[3~14]来克服主值相位图中噪声的影响。相位展开算法主要可以归并为两大类: 路径积分方法和最小二乘方法。分支切割 (Branch cut)^[3]、质量图导向的路径积分 (Quality guided

path following)^[4]、掩模切割 (Mask cut)^[8]等是典型的路径积分相位展开算法。预处理共轭梯度 (Preconditioned conjugate gradient)^[5]、多网格 (Multigrid)^[11,12]等是典型的最小二乘相位展开算法。路径积分方法执行速度较快, 适用于噪声较低的主值相位图。但是, 当相位图由于噪声而存在密集的残差点时, 路径积分算法在用分支平衡残差点时很容易被这些由噪声引起的残差对所误导, 生成不合理的分支, 有可能会导致整个区域的真实相位出现 $2k\pi$ 的累加错误, 而且这种错误很可能难以发现。最小二乘方法是通过寻求相位展开前后相位微分的差最小来实现相位展开, 比路径积分分类算法稳定性更高。但是, 由于相位梯度在高噪声区域和相位急剧变化区域都可能超过 π , 而最小二乘类算法中的相位梯度取值都被限定在一 π 到 π 的主值内, 这就会引起相位展开错误。

近些年来, 智能最优化的各种技术和方法得到了迅速发展。一些最优化方法和思想已逐渐被应用于解决相位展开的问题。Labrousse^[15]与 Poggio^[16]的相位展开算法利用模拟退火算法寻找代价函数的最小值, Stramaglia^[17]也已把均场理论应用于相位展开算法中。但由于这些算法都是只针对合成孔径雷达 (SAR) 相位图的相位展开, 其代价函数的选取更多地是考虑合成孔径雷达相位图中欠采样、重叠等问题, 而对噪声的抗干扰能力有限。而在干涉测量中, 噪声却是相位展开所要面对的主要问题。在本文中, 我们提出一种新的基于模拟退火的相位展开方法。此方法对真实相位图的局部相位面采用平面近似, 以真实

* 国家自然科学基金(69978024)、上海市科技发展基金(011461060、0114nm013)资助课题。

E-mail: pzj-post98@sohu.com

收稿日期: 2002-05-05; 收到修改稿日期: 2002-07-01

相位面上各点到近似平面距离的平方和为代价函数,利用模拟退火算法对此代价函数进行最优化处理,从而得到去除了噪声和 2π 相位跳变的真实相位图。计算机模拟和实验结果均证明:此相位展开方法对噪声有很强的抗干扰能力,能有效实现带噪声的主值相位图的相位展开,重建物体表面形貌。

2 模拟退火算法

模拟退火算法^[18]是模仿液体结晶过程的最优化算法。液体结晶主要经历以下过程:

$$P[s(k+1) = s'(k)] = \begin{cases} 1, & f[s'(k)] < f[s(k)] \\ \exp\left\{\frac{f[s(k)] - f[s'(k)]}{T}\right\}, & f[s'(k)] > f[s(k)] \end{cases} \quad (3)$$

其中 $f(s)$ 为代价函数。可见,模拟退火算法不但进行局部搜索,而且可以以一定的概率“爬山”到代价更高的解答,以防止搜索进程陷入局部极小解。这样,经过无限次转换,最终达到平衡态(全局最优解)。

在实际应用中,为了在有限时间内完成搜索,一个完整的模拟退火算法需要:起始温度、温度下降函数、给定温度下解的扰动和转移机制、给定温度下达到准平衡态的判定准则、模拟退火终止准则。

3 基于模拟退火算法的相位展开方法

很多科学和工程问题都可以归结为有约束条件的最优化问题,相位展开问题也不例外,只要找到合理的代价函数,相位展开问题就转化为最优化问题。下文针对应用模拟退火算法解决相位展开问题的原理、计算机模拟结果和实验结果进行详细讨论。

1) 在高温下,粒子能量较高,可以自由运动和重新排序;

2) 随着温度的下降,粒子能量减弱,运动减少;

3) 粒子最终进入平衡态,固化为具有最小能量的晶体。

对应于液体冷却过程,模拟退火算法主要有两个操作:一个为冷却流程,用于设定温度下降幅度;另一个为在每个温度下搜索最优解(准平衡态)的随机松弛过程。在给定温度 T 下,模拟退火算法接受从一个状态 $s(k)$ 到另一个状态 $s'(k)$ 的概率为

3.1 原理

在实际测量中,主值相位图中必然存在有噪声。(2)式中,为了由 $\phi_w(x, y)$ 求得 $\phi(x, y)$,就必须去除噪声,并求出 $k(x, y)$ 。然而, $k(x, y)$ 是无法从测量结果中得出的。为了求得 $k(x, y)$,需要一些预先设定的约束条件。本文中假定真实相位面中每一个小局域都足够光滑,可以用一个平面来近似。在很多光学测量中,此条件是可以被满足的。在这一平面近似下,相位面上任一点 (x, y) 都有三个参量 $[\phi_0(x, y), k_x(x, y), k_y(x, y)]$,而点 (x, y) 邻域内的相位面可以由下式表示

$$\phi_e(x, y, \epsilon, \eta) = \phi_0(x, y) + k_x(x, y)(\epsilon - x) + k_y(x, y)(\eta - y), \quad (4)$$

其中点 (ϵ, η) 为 (x, y) 的邻域中的点, $\phi_0(x, y)$ 、 k_x 、 k_y 分别为相位面在点 (x, y) 的相位值、 x 方向切线的斜率、 y 方向切线的斜率。再考察主值相位图中各点到该平面的距离的平方和,可以得到如下代价函数

$$U_{x, y}(\phi_0, k_x, k_y) = \sum_{(\epsilon, \eta) \in (N_{x, y} \cap L)} \lambda(\epsilon, \eta) V[\phi(\epsilon, \eta) - \phi_e(x, y, \epsilon, \eta)], \quad (5)$$

其中 $V[f(x)] = \{f(x) - 2\pi \text{Int}[f(x)/\pi]\}^2$, L 为主值相位图的有效区域, $N_{x, y}$ 是以点 (x, y) 为中心的小邻域,根据噪声的强弱,邻域大小可以是 $3 \times 3, 5 \times 5, 7 \times 7$ 等。噪声越强,所选取的邻域就应该越大。 $\text{Int}(x)$ 为取整函数。在上式中,当点 (ϵ, η) 还未经过最优化处理时, $\phi(\epsilon, \eta)$ 取 $\phi_w(\epsilon, \eta)$,这些项保证了所求得的相位面忠实地反映测得的主值相位面。此时, $\lambda(\epsilon, \eta)$ 取 1。当

点 (ϵ, η) 已经经过最优化处理时, $\phi(\epsilon, \eta)$ 取 $\phi_0(\epsilon, \eta)$,这些项保证所求得的相位面的平滑性。考虑到 $\phi_0(\epsilon, \eta)$ 与 $\phi_0(x, y)$ 很接近, $\lambda(\epsilon, \eta)$ 可以取 2 或 3。

在每个温度 T_N 下,我们按下列策略进行相位展开:

1) 选定相位图中一点作为起始点[若采用 3×3 邻域,可选点 $(2, 2)$ 作为起始点],然后以 $(0, 0, 0)$ 作

为该点(ϕ_0, k_x, k_y)的初始值进行最优化处理。

2) 对每一点找到(ϕ_0, k_x, k_y)的最佳组合后,再把这一组合作为下一点的初始值对下一点进行最优化处理。

3) 沿图1中所示路线,重复步骤2的操作直到

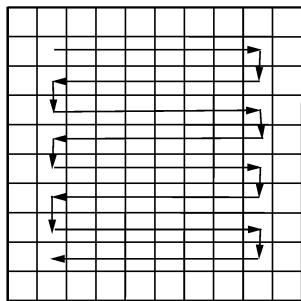


Fig. 1 Operating path of the proposed phase-unwrapping algorithm

整幅相位图最优化处理完毕。

在相位展开过程中,我们采用模拟退火算法来最优化相位图上各点的 $U_{x,y}(\phi_0, k_x, k_y)$ 。我们先选定一个较高的起始温度,如 $T_0 = 10$ K。在此温度下,由随机扰动产生新解

$$\left. \begin{array}{l} \phi_0^{n'} = \phi_0^n + c_1 R, \\ k_x^{n'} = k_x^n + c_2 R, \\ k_y^{n'} = k_y^n + c_3 R, \end{array} \right\} \quad (6)$$

其中 R 为取值在 $[-1, 1]$ 之间的随机数, c_1, c_2, c_3 为扰动系数,是随着程序的运行而动态变化的。它们被赋予较大的初值,然后按如下策略变化,新解若被连续拒绝多次, c_1, c_2, c_3 缩小5倍。这就保证了所求的解不会在最小值两侧振荡,从而较快地收敛于最小值。

新解被接受概率为

$$P[(\phi_0^{n+1}, k_x^{n+1}, k_y^{n+1}) = (\phi_0^{n'}, k_x^{n'}, k_y^{n'})] = \begin{cases} 1 & U(\phi_0^{n'}, k_x^{n'}, k_y^{n'}) \leq U(\phi_0^n, k_x^n, k_y^n) \\ \exp\left[r \frac{U(\phi_0^n, k_x^n, k_y^n) - U(\phi_0^{n'}, k_x^{n'}, k_y^{n'})}{T}\right] & U(\phi_0^{n'}, k_x^{n'}, k_y^{n'}) > U(\phi_0^n, k_x^n, k_y^n) \end{cases} \quad (7)$$

可见,如果新解答的代价小于原来的解答,新解答肯定被接受;如果新解答的代价大于原来的解答,它并不一定被抛弃,而是有一定的概率被接受。这就保证了该算法能跳出局部最优解,找到全局最优解。

当接受新解的次数超过一个预设的值 $L(T)$ 时,我们认为已达到此温度下的准平衡态。当所有点都达到 T_N 下的准平衡态后,再按照我们所选的降温函数 $T_{N+1} = T_N / (1 + T_N)$ 降低温度,然后搜索新温度下的准平衡态。重复这一过程,直到达到我们所选用的模拟退火终止准则

$$\sum_{(x,y) \in L} |\phi_0^{N+1}(x,y) - \phi_0^N(x,y)| < \delta, \quad (8)$$

其中 δ 为一个预先选定的小值。这样,就得到了使代价函数 $U_{x,y}(\phi_0, k_x, k_y)$ 值最小的参量组合,则最后得到的 $\phi_0(x,y)$ 即为所求得的真实相位图。

3.2 计算机模拟

首先,由计算机产生四幅彼此间相位相差 $\pi/2$ 的干涉信号图。这四幅图为 512×512 的8位灰度图,共有256个灰度级,代表干涉信号的强度。它们可由下式表示

$$I_m(x,y) = I_0(x,y) \left\{ 1 + \gamma \cos \left[\phi(x,y) + m \frac{\pi}{2} \right] \right\}. \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (9)$$

接着,我们对上述四幅干涉信号图分别加上噪声,得到四幅带有噪声的干涉信号图,可由下式表示:

$$I'_m(x,y) = I_0(x,y) \left\{ 1 + \gamma \cos \left[\phi(x,y) + m \frac{\pi}{2} \right] \right\} + I_{\text{noise}}(x,y). \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (10)$$

由四步算法分别求出

$$\phi_w(x,y) = \arctan \left[\frac{I_1(x,y) - I_3(x,y)}{I_4(x,y) - I_2(x,y)} \right], \quad (11)$$

$$\phi'_w(x,y) = \arctan \left[\frac{I'_1(x,y) - I'_3(x,y)}{I'_4(x,y) - I'_2(x,y)} \right], \quad (12)$$

图2(a)和图2(b)是由(11)式和(12)式分别计算得出的理想主值相位图和带有噪声的主值相位

图。与理想的主值相位图相比较,带噪声的主值相位图的均方根误差(rms)为1.742 rad。先对图2(a)进行相位展开,得到理想的真实相位图。然后,我们采用本文提出的算法对带噪声的主值相位图进行相位展开。程序中各参量的选择如下,邻域 L 为 5×5 ,初始温度 $T_0 = 10$,扰动系数 c_1, c_2, c_3 初值分

别为 0.1、0.05、0.05。由于 c_1 、 c_2 、 c_3 和 T_0 都是随着程序的运行而动态变化, 初值的选取范围较大, 对结果影响较小。模拟退火算法处理的结果如图 3 所示, 与理想的真实相位图比较, 均方根误差为 0.097 rad。可见, 此方法很好地去除了主值相位图中的噪声和 2π 相位跳变, 实现了相位展开。

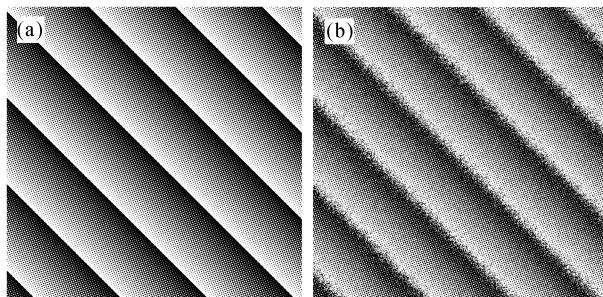


Fig. 2 (a) Wrapped noise-free phase map;
(b) Wrapped noisy phase map

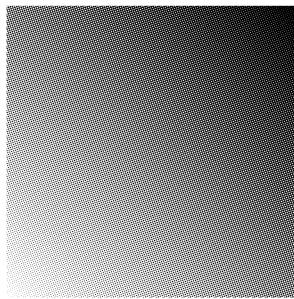


Fig. 3 Unwrapped result by using the algorithm we proposed

3.3 实验结果

我们把此方法应用到移相干涉法面形测量中。图 4 是我们使用菲佐(Fizeau)移相干涉仪进行物体表面形貌测量的实验装置图。光源是 Coherent 公司的 DPSS532 半导体抽运固体激光器, 其波长为 532 nm, 最大功率为 500 mW。参考镜是一个透射率和反射率之比为 7:3 的透明平板。其反射光作为参考光, 透射光经被测物体反射后为物光。参考镜由压电陶瓷驱动, 在参考光和物光之间引入相位差以实现移相功

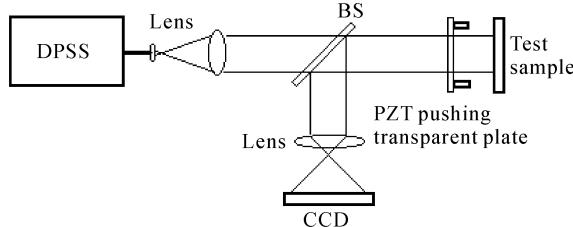


Fig. 4 Phase-stepping interferometer with typical Fizeau optical configuration: DPSS, laser-diode-pumped solid-state laser; BS: beam splitter; PZT: piezoelectric transducer

能。干涉图由 CCD 探测器记录, 然后通过一个 8 位 A/D 转换器输入到计算机进行处理。所测试的样品为一个平面镜, 用移相干涉法测得四幅干涉信号图。图 5(a)是由干涉信号图计算出来的主值相位图。采用本文中提出的算法对其进行处理, 参量的选择与 3.2 节中一样, 得到真实相位图—图 5(b)。表面形貌图与真实相位图之间的关系如下式:

$$H(x, y) = \frac{\lambda}{4\pi} \phi_0(x, y), \quad (13)$$

图 5(c)是由图 5(b)计算出的平面镜三维表面形貌图。图中所测表面大小为 10 mm × 10 mm, 峰谷值为 95.6 nm。在上述测量一分钟后, 我们再重复上述测量和数据处理过程, 两次测量结果的重复精度为 0.9 nm。

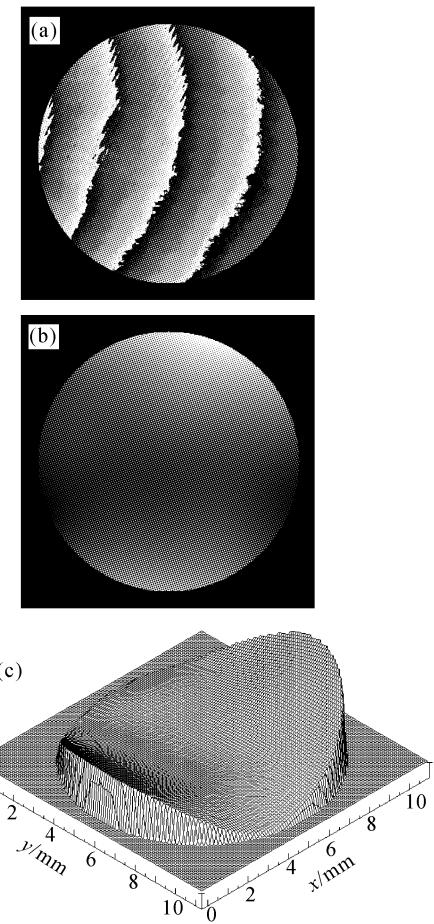


Fig. 5 (a) Wrapped phase map of the mirror surface being measured; (b) The unwrapped result of (a) by the algorithm we proposed; (c) 3-D morphology of the mirror surface

结论 本文提出了一种新的相位展开方法。此方法对所求的相位面采用局部平面近似, 用模拟退火算法

最优化平面参量,从而求得去除了噪声和 2π 相位跳变的真实相位图。计算机模拟表明此方法能很好地去除主值相位面中的噪声和 2π 相位跳变,实现带噪声的主值相位图的相位展开。在测量平面镜表面形貌的实验中,此方法有效地消除了噪声的影响,重建了平面镜的表面形貌,证实了此方法的实际可行性。

参考文献

- 1 Judge T R, Bryanston-Cross P J. A review of phase unwrapping techniques in fringe analysis. *Opt & Laser in Engng.*, 1994, **21**(4):199~293
- 2 Wang X Z, Sasaki O, Suzuki T et al.. Response characteristics of a self-pumped phase-conjugate mirror to spatially nonuniform phase changes of an incident wave and their applications. *Opt Engng.*, 1999, **34**(4):1184~1190
- 3 Gutmann B, Werber H. Phase unwrapping with the branch-cut method: Role of phase-field direction. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(26):4502~4516
- 4 Bone D J. Fourier fringe analysis: the two-dimensional phase unwrapping problem. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(25):3627~3632
- 5 Ghiglia D C, Romero L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative method. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(1):107~117
- 6 Marroquin J L, Rivera M. Quadratic regularization functionals for phase unwrapping. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1995, **12**(11):2393~2400
- 7 Quiroga J A, Gonzalez-Cano A, bernabeu E. Phase-unwrapping algorithm based on an adaptive criterion. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(14):2560~2563
- 8 Ghiglia D C, Romero L A. Minimum LP-norm two-dimensional phase unwrapping. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(10):1999~2013
- 9 Tan Songxin, Su Xianyu. Utilization of cellular automata phase unwrapping method in 3-D sensing. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1997, **17**(1):112~116 (in Chinese)
- 10 Su Xianyu, Tan Songxin, Xiang Liqun et al.. Complex object shape measurement using FTP method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(9):1228~1233
- 11 Botello S, Marroquin J L, Rivera M. Multigrid algorithms for processing fringe-pattern images. *Appl. Opt.*, 1998, **37**(20):4468~4476
- 12 Yao Wei, Wu Donglou, Wang Zhendong et al.. Wave-front reconstruction from opaque-object-containing interferogram using modified multigrid algorithm. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(2):171~180 (in Chinese)
- 13 Huntley T M. Three-dimensional noise-immune phase unwrapping algorithm. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(23):3901~3908
- 14 Qian F, Wang X Z, Wang X F et al.. Adaptive filter for unwrapping noisy phase image in phase-stepping interferometry. *Opt. & Laser Technol.*, 2001, **33**(7):479~486
- 15 Labrousse D, Dupont S, Berthod M. SAR Interferometry: A Markovian Approach To Phase Unwrapping With A Discontinuity Model. *Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 1995. IGARSS '95. Quantitative Remote Sensing for Science and Applications, International, 1995, 1:556~558
- 16 Poggi G, Ragozini A R P, Servadei D. A Bayesian Approach for SAR Interferometric Phase Restoration. *Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 2000. Proceedings. IGARSS 2000. IEEE International, 2000, 7:3202~3205
- 17 Stramaglia S, Nico G, Lovergne F et al.. InSAR Phase Unwrapping Algorithm based on Mean-Field Theory. *Geoscience and Remote Sensing Symposium*, 1999. IGARSS '99 Proceedings. IEEE International, 1999, 2:1345~1347
- 18 Ansari N, Hou E. *Computational Intelligence for Optimization* (用于最优化的计算智能). Transl. L. Jun, B. Zhaoqi. Beijing: Tsinghua University Press, 1999 (in Chinese)

Phase Unwrapping Algorithm Based on Simulated Annealing

Peng Zhenjun Wang Xiangzhao Qian Feng Wang Xuefeng Zhong Xianghong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 5 May 2002; revised 1 July 2002)

Abstract: Phase unwrapping is widely applied in a variety of fields including optical and microwave interferometry, adaptive optics, synthetic-aperture radar and image processing. A phase unwrapping method is developed based on simulated annealing. The local behavior of the unwrapped phase is approximated by a plane. The parameters of the plane are optimized by simulated annealing. Computer simulation and experimental results make it clear that this method can effectively remove noise in phase map, unwrap the wrapped phase, and reconstruct the surface of the detected object.

Key words: interference and diffraction; phase-stepping interferometry; phase unwrapping; simulated annealing