

文章编号: 0253-2239(2003)06-0717-7

微粗糙面上方球形粒子的光散射及其 散射截面的计算*

郭立新¹ 金彩英² 吴振森¹

(¹ 西安电子科技大学理学院, 西安 710071
² 韩国国立庆北大学电子工程与计算机科学学院, 韩国大邱)

摘要: 基于互易定理研究了光波入射时微粗糙面与其上方球形粒子复合模型的光散射。根据粗糙表面电流积分方程并利用表面微扰展开,得到了微粗糙面表面极化电流的迭代解,给出了耦合电场的计算方法。结合散射耦合场散射矩阵和已有的微粗糙面及球形粒子的散射矩阵,给出了复合模型散射截面的计算公式,数值计算了复合模型的后向散射截面并进行了详细讨论。

关键词: 物理光学; 微粗糙面; 球形粒子; 互易定理; 光散射

中图分类号: O436.2 文献标识码: A

1 引 言

目标与粗糙面复合模型的电磁(光)散射研究一直是电磁(光)波散射领域较为复杂且具有实际价值的课题。例如在电磁波段,对于风趋起伏海面上的舰船、地空飞行目标、陆地上的战车及地表植被等体目标的遥感等实际雷达工程问题来说,均处于粗糙面环境之中,均属于粗糙面与目标复合模型的散射问题;在光波段,用有关光学扫描仪器测量研究实际微粗糙材料表面的光散射特性时,处于其上的尘埃微粒的影响和材料表面上异质粒子的检测也均属于粗糙面与目标复合模型的散射问题。然而在经典粗糙面复合散射研究当中,粗糙面和目标的散射往往是分开且孤立进行的,目标和粗糙面的近场作用并未考虑。事实证明,光波入射时,在不考虑相对论效应的前提下,当粒子尺寸与粗糙度及光波长相比拟时,不能将体目标的散射和粗糙面的散射割裂为两个孤立的问题来处理,而应当将体目标与粗糙面作为一个整体看待,既要考虑体目标与粗糙面各自独立的光散射,又要考虑体目标与粗糙面之间的相互耦合作用,这种相互作用的结果产生了散射耦

合分量^[1,2]。

关于粗糙面与目标复合模型的散射研究目前国内外正在逐步开展,Johnson^[3]曾利用“四路径”模型计算了无限大介质平板上方的介质目标的散射,文献^[4]利用物理光学近似分析了平板目标与导体、介质粗糙面复合模型的散射,Chui等^[5]计算了微粗糙面上树木植被(有限长柱体)的电磁散射,Johnson^[6]利用多极子展开法计算了介质平板上球形粒子的光散射,但到目前为止,关于光波段的粗糙面与目标复合模型的散射研究较少。

本文主要在洛伦兹互易定理的基础上,研究了实际介质微粗糙面上方介质球形粒子这一复合模型的光散射特征,利用粗糙表面电流积分方程及表面微扰展开,得到了微粗糙表面极化电流的迭代解,进而获得了散射耦合电场。同时利用已有的微粗糙面和球形粒子的光散射结果,给出了复合模型散射截面的计算公式,并与有关方法进行了比较,数值计算了不同极化状态下的后向散射截面并进行了详细讨论。我们发现当球粒子半径很小时,耦合作用很小,计算结果与单独微粗糙面的微扰法计算结果相接近。

2 粗糙面上方球形粒子光散射中的互易定理

考虑一平面电磁(光)波 $\mathbf{E}_i = \exp(ik_0 \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}) \mathbf{e}_i$, 如图 1 所示,入射到一介电常量为 ϵ_r 的微粗糙介质

* 国家自然科学基金(60101001)、国防科技预研基金(51403020401DZ0155)和高等学校优秀青年教师教学和科研奖励计划资助课题。

E-mail: lxguo@mail.xidian.edu.cn

收稿日期:2002-05-03; 收到修改稿日期:2002-06-24

表面上,对于微粗糙面一般有 $k_0\delta < 0.3$,其中 δ 为粗糙面的高度起伏均方根, $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为自由空间波数, λ 为入射波长, \mathbf{k}_i 为入射波矢单位向量。在距离粗糙面高度起伏平均值以上 h 处有一半径为 a 的介质球形粒子(介电常量为 ϵ_s),球心位置为

$$\mathbf{r}_s = \rho_s \cos \phi \mathbf{x} + \rho_s \sin \phi \mathbf{y} + z_s \mathbf{z},$$

其中 $z_s = a + h$,平面波入射时对该微粗糙面和球形粒子而言入射角均为 θ_i 。假设在介质球不存在的情况下,平面波照射在粗糙面上所产生的极化电流为 \mathbf{J}_r ,再将介质球放回原处, \mathbf{J}_r 在介质球处产生的电流为 \mathbf{J}_{rs} , \mathbf{J}_r 和 \mathbf{J}_{rs} 在空间中产生的电场用 \mathbf{E}_1 (事实上即为图 1 中微粗糙面的散射场 \mathbf{E}^r 和相互作用场 \mathbf{E}^{rs} 之和) 而磁场用 \mathbf{H}_1 来表示。为了计算远区散射场,我们再假设粗糙面不存在(即移去 \mathbf{J}_r),将一电流源 $\mathbf{J}_e = I\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\mathbf{p}$ 放置在远区观察点 \mathbf{r}_0 处,该电流源在介质球形粒子处产生的极化电流用 \mathbf{J}_{es} 来表示,而产生的电磁场用 \mathbf{E}_{es} (包括表面场 \mathbf{E}_{es}^i 和散射场 \mathbf{E}_{es}^s) 和 \mathbf{H}_{es} 来表示。以上在介质球处产生的两种极化电流可以分别表示为^[5]

$$\mathbf{J}_{rs}(\mathbf{r}) = -ik_0 Z_0^{-1}(\epsilon_s - 1)\mathbf{E}_1(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{r} \in \text{球体 } V_s, \quad (1)$$

$$\mathbf{J}_{es}(\mathbf{r}) = -ik_0 Z_0^{-1}(\epsilon_s - 1)\mathbf{E}_{es}(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{r} \in \text{球体 } V_s \quad (2)$$

其中 Z_0 为自由空间特征阻抗。

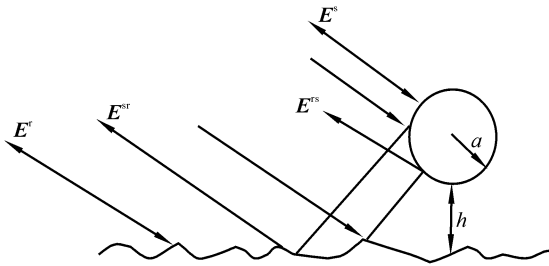


Fig. 1 Geometry of the light scattering from a spherical particle above a slightly dielectric rough surface
利用全空间的洛伦兹互易定理可得^[7]

$$\int_{S_{\infty}} (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_{es} - \mathbf{E}_{es} \times \mathbf{H}_1) \cdot \mathbf{n} ds = - \int_{V_r} \mathbf{J}_r \cdot \mathbf{E}_{es} dV - \int_{V_s} \mathbf{J}_{rs} \cdot \mathbf{E}_{es} dV + \int_{V_s} \mathbf{J}_{es} \cdot \mathbf{E}_1 dV + \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_1, \quad (3)$$

其中 V_r 为照射的微粗糙面体积。利用辐射边界条件,上式等号左端全空间积分为零,同时将(1)式、(2)式分别代入等号右端第二、三两项,此两项相消后可得

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}_1 = \mathbf{p} \cdot (\mathbf{E}^r + \mathbf{E}^{rs}) =$$

$$\int_{V_r} \mathbf{J}_r \cdot \mathbf{E}_{es}^i dV + \int_{V_r} \mathbf{J}_r \cdot \mathbf{E}_{es}^s dV, \quad (4)$$

即微粗糙面的散射场 \mathbf{E}^r 是由表面极化电流和入射电流源决定的,关于独立微粗糙面的散射场多数有关文献已经给出了计算结果^[7,8],这不是本文研究的重点。我们主要分析入射波经微粗糙面散射后再经球体散射而产生的散射耦合电场 \mathbf{E}^{rs} ,由上式右端第二项可知它是由粗糙表面极化电流和观察点处电流源入射到球体后所产生的散射场共同决定的。同理,如图 1 所示中球体的散射场 \mathbf{E}^s 和散射耦合电场 \mathbf{E}^{sr} 也可利用以上互易定理得到,关于独立球体的散射场 \mathbf{E}^s 我们已采用米氏理论做过研究^[9],而散射耦合电场 \mathbf{E}^{sr} 可由下式表示

$$\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}^{sr} = \int_{V_s} \mathbf{J}_s \cdot \mathbf{E}_{er}^i dV, \quad (5)$$

其中 \mathbf{J}_s 为球体单独存在时平面波照射下在球体处产生的极化电流, \mathbf{E}_{er}^i 为粗糙面单独存在时由观察点处的电流源引起的散射场。因此一旦散射耦合电场 \mathbf{E}^{rs} 和 \mathbf{E}^{sr} 得到求解,在加上已经有解的粗糙面远区散射场 \mathbf{E}^r ^[8] 和球体远区散射场 \mathbf{E}^s ^[9],整个复合模型的散射场(如图 1 所示以上四项之和)就确定下来了。

3 散射耦合场分析

我们首先计算散射耦合电场 \mathbf{E}^{rs} 。根据(4)式可知要计算 \mathbf{E}^{rs} ,必须先获得观察点处电流源入射到球体后所产生的散射场 \mathbf{E}_{es}^s ,而观察点处(即散射方向)的电流源入射到球体时的电场可以表示为^[10]

$$\mathbf{E}_{ed}^i(\mathbf{r}) = \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 r_0)}{r_0} \times \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \mathbf{k}_s \times \mathbf{k}_s \times \mathbf{p}, \quad (6)$$

这里 $-\mathbf{k}_s$ 正好为 $\mathbf{E}_{ed}^i(\mathbf{r})$ 入射波矢单位向量,而 \mathbf{k}_s 为散射波矢单位向量,它可以表示为

$$\mathbf{k}_s = \sin \theta_s \cos \phi_s \mathbf{x} + \sin \theta_s \sin \phi_s \mathbf{y} + \cos \theta_s \mathbf{z}.$$

根据均匀介质球的散射理论,可以获得 $\mathbf{E}_{ed}^i(\mathbf{r})$ 入射下的球形粒子散射场

$$\mathbf{E}_{es}^s(\mathbf{r}) = \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 r_0)}{r_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \times \frac{\exp(ik_0 r')}{r'} \mathbf{S}^s(-\mathbf{k}_s, \mathbf{r}'), \quad (7)$$

其中 r' 为球心 \mathbf{r}_s 到远区散射场点 \mathbf{r} 处的距离,即

$$r' = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|, \quad \mathbf{r}' = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_s) / |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|,$$

而 $\mathbf{S}^s(-\mathbf{k}_s, \mathbf{r}')$ 为球形粒子的双站散射振幅矩阵, 它可以用矢量球谐函数与球体的散射系数来表示^[6,9], 此时关于耦合电场 \mathbf{E}^{rs} 的计算可以表示为^[10]

$$\begin{aligned} \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}^{rs} &= \int_{V_r} \mathbf{J}_r \cdot \mathbf{E}_{es}^s dv = \\ &= \frac{-ik_0 Z_0}{4\pi} \frac{\exp(ik_0 r_0)}{r_0} \exp(-ik_0 \mathbf{k}_s \cdot \mathbf{r}) \times \\ &= \int_{V_r} \frac{\exp(ik_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|} \mathbf{J}_r \cdot \mathbf{S}^s(-\mathbf{k}_s, \mathbf{r}') dv. \quad (8) \end{aligned}$$

以下主要给出表面极化电流 \mathbf{J}_r 的计算过程。设粗糙面为微粗糙表面, 在 $z=d$ 面上有零均值, 且它的微扰起伏可以用 $\Delta f(x, y)$ (可正, 可负) 来表示, 即粗

糙面表面的高度起伏函数为 $z=d+\Delta f(x, y)$ 来表示, 则 \mathbf{J}_r 可以表示为关于 \mathbf{J}_r 的积分方程:

$$\frac{1}{\epsilon_r - 1} \mathbf{J}_r(\mathbf{r}) = -ik_0 Z_0^{-1} (\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r) + k_0^2 \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_0^{d+\Delta f} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_r(\mathbf{r}') dx' dy' dz', \quad (9)$$

其中 $\mathbf{E}_r = \exp(ik_0 \mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}) \mathbf{e}_r$, \mathbf{e}_r 为反射波振动方向单位矢量, 反射波矢 \mathbf{k}_r 与 \mathbf{k}_i 满足 $\mathbf{k}_r = \mathbf{k}_i - 2(\mathbf{z} \cdot \mathbf{k}_i) \mathbf{z}$, $\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为半无界空间的格林函数。上式积分中关于 z' 的积分可以分成 $0 \sim d$ 和 $d \sim \Delta f$ 两部分, 而第二部分中的 Δf 为一小的微扰量, 利用格林公式 (9) 式可以近似写为

$$\begin{aligned} \frac{1}{\epsilon_r - 1} \mathbf{J}_r(\mathbf{r}) &= -ik_0 Z_0^{-1} (\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_r) + k_0^2 \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_0^d \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_r(\mathbf{r}') dx' dy' dz' + \\ &= k_0^2 \sum_{n=0}^{N-1} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \int_{-\infty-\infty}^{\infty} \frac{[\Delta f(x', y')]^{n+1}}{(n+1)!} \frac{\partial^n}{\partial z^n} [\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{J}_r(\mathbf{r}')] dx' dy', \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{r}'_d = x'\mathbf{x} + y'\mathbf{y} + d\mathbf{z}$ 。对上式两端进行二维傅里叶变换, 可以得到

$$\begin{aligned} \frac{1}{\epsilon_r - 1} \mathcal{J}_r(\mathbf{k}_\perp, z) &\approx -i4\pi k_0 Z_0^{-1} \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^i) [\exp(-ik_i^z) \mathbf{e}_i + \exp(ik_i^z) \mathbf{e}_r] + \\ &= k_0^2 \int_0^d \mathcal{G}(\mathbf{k}_\perp, z, z') \mathcal{J}_r(\mathbf{k}_\perp, z') dz' + \\ &= k_0^2 \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^n \left\{ \binom{n}{m} \Delta^{n+1} / (n+1)! \right\} \frac{\partial^m}{\partial z^m} \mathcal{G}(\mathbf{k}_\perp, z, z') \left[\frac{\partial^{n-m}}{\partial z^{n-m}} \mathcal{J}_r(\mathbf{k}_\perp, z') * \otimes^m \mathcal{F}(\mathbf{k}_\perp) \right], \quad (11) \end{aligned}$$

其中 \mathbf{e}_i 为入射波振动方向单位矢量, $k_i^z = k_0 \cos \theta_i$, $\mathbf{k}_\perp = k_x \mathbf{x} + k_y \mathbf{y}$, “*” 表示卷积, \otimes^n 表示 n 重自卷积, 而 \mathcal{J}_r , \mathcal{G} 和 $\mathcal{F}(\mathbf{k}_\perp)$ 分别表示 \mathbf{J}_r , \mathbf{G} 和 $f(x', y')$ 的傅里叶变换。由于 $\Delta f(x, y) \ll \lambda$, 极化电流可以按照微扰量 Δ 做展开 (Δ 通常取为高度起伏均方根)

$$\mathbf{J}_r(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{J}_r^{(n)}(\mathbf{r}) \Delta^n, \quad (12)$$

其中 $\mathbf{J}_r^{(0)}(\mathbf{r})$ 是粗糙面为平面时的表面极化电流 (零阶), 而 n 阶 ($n \neq 0$) 极化电流对应于由微粗糙表面展开的第 n 阶微扰项所引起的表面电流。将 (12) 式代入 (10) 式、(11) 式可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\epsilon_r - 1} \mathcal{J}_r^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z) &\approx -i4\pi k_0 Z_0^{-1} \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^i) [\exp(-ik_i^z) \mathbf{e}_i + \exp(ik_i^z) \mathbf{e}_r] + \\ &= k_0^2 \int_0^d \mathcal{G}(\mathbf{k}_\perp, z, z') \mathcal{J}_r^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z') dz', \quad (13) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\epsilon_r - 1} \mathcal{J}_r^{(N)}(\mathbf{k}_\perp, z) \approx k_0^2 \int_0^d \mathcal{G}(\mathbf{k}_\perp, z, z') \mathcal{J}_r^{(N)}(\mathbf{k}_\perp, z') dz' + k_0^2 \mathcal{G}(\mathbf{k}_\perp, z, d) \mathcal{V}_N, \quad (14)$$

其中 \mathbf{k}_\perp^i 为入射波矢在 xy 面内的投影矢量, 而

$$\mathcal{V}_N = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-n-1} \left[\binom{N-n-1}{m} \right] \frac{(ik)^m}{(N-n)!} \left[\frac{\partial^{N-n-m-1}}{\partial z^{N-n-m-1}} \mathcal{J}_r^{(n)}(\mathbf{k}_\perp, d) \right] * \otimes^{N-n} \mathcal{F}(\mathbf{k}_\perp). \quad (15)$$

通常又将 $\mathcal{J}_r^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z)$ 写成以下三种分量的形式

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_r^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z) &= J_{rh}^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z)\mathbf{h}(k_i^z) + \\ &J_{rt}^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z)\mathbf{t}(k_i^z) + J_{rz}^{(0)}(\mathbf{k}_\perp, z)\mathbf{z}, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 $\mathbf{h}(k_i^z) = \mathbf{k}_i \times \mathbf{z}$, $\mathbf{t}(k_i^z) = \mathbf{z} \times \mathbf{h}(k_i^z)$ 。(13)式、(14)式是第二类弗雷德霍姆积分方程, (14)式对应的是 N 阶积分方程, 它的求解要基于求解出前 $N-1$ 阶表

面极化电流, 为此必须先从 (13) 式出发求解。将 (13) 式的积分段分成 $[0, z]$ 和 $[z, d]$ 两段计算, 然后对其两端分别以 $\mathbf{h}(k_i^z)$ 、 $\mathbf{t}(k_i^z)$ 和 \mathbf{z} 做内积并利用伏特拉积分方程的求解可以得到 (16) 式中的三个分量系数, 即

$$J_{rh}^{(0)}(\mathbf{r}_\perp, z) = -i \frac{8\pi^2 k_0 k_i^z Z_0^{-1}}{k_i^z + k_i^{1z}} \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^i) (\epsilon_r - 1) C_0^h(\mathbf{k}_i, z) [\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{h}(k_i^z)] \exp(-ik_i^z d), \quad (17)$$

$$J_{rt}^{(0)}(\mathbf{r}_\perp, z) = -i \frac{8\pi^2 k_0 k_i^z Z_0^{-1}}{k_i^e (\epsilon_r k_i^z + k_i^{1z})} \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^i) (\epsilon_r - 1) C_0^v(\mathbf{k}_i, z) [\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{z}] \exp(-ik_i^z d), \quad (18)$$

$$J_{rz}^{(0)}(\mathbf{r}_\perp, z) = -i \frac{8\pi^2 k_0 k_i^z Z_0^{-1}}{\epsilon_r k_i^z + k_i^{1z}} \delta(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_\perp^i) (\epsilon_r - 1) C_1^v(\mathbf{k}_i, z) [\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{z}] \exp(-ik_i^z d), \quad (19)$$

其中 $k_i^{1z} = k_0 \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta_i}$, $k_i^e = k_0 \sin \theta_i$, 而

$$C_n^h(\mathbf{k}, z) = \frac{(-1)^n (r_h - R_{hh}) \exp(-ik_{1z} z) + (r_h R_{hh} - 1) \exp(-ik_{1z} z)}{r_h (r_h - R_{hh}) \exp(ik_{1z} d) + (r_h R_{hh} - 1) \exp(-ik_{1z} d)}, \quad (20)$$

$$C_n^v(\mathbf{k}, z) = \frac{(-1)^n (r_v - R_{vv}) \exp(-ik_{1z} z) + (r_v R_{vv} - 1) \exp(-ik_{1z} z)}{r_v (r_v - R_{vv}) \exp(ik_{1z} d) + (r_v R_{vv} - 1) \exp(-ik_{1z} d)}, \quad (21)$$

$$r_h = \frac{k_i^z - k_i^{1z}}{k_i^z + k_i^{1z}}, \quad r_v = \frac{\epsilon_r k_i^z - k_i^{1z}}{\epsilon_r k_i^z + k_i^{1z}}, \quad (22)$$

其中 C_n^h 和 C_n^v 中的上标分别表示它们是与 hh 极化和 vv 极化有关的量, R_{hh} 、 R_{vv} 分别为 hh 极化和 vv 极化下粗糙面的菲涅耳反射系数, 而 $k_{1z} = k_i^{1z} \cos \theta_i$ 。

同样对于 (14) 式中的表面极化电流, 其等号右边第一项积分部分与 (13) 式等号右边第二项有相同的形式, 而 (14) 式中等号右边第二项可以写为

$$k_0^2 \mathcal{G}(\mathbf{k}_\perp, z, d) \mathcal{V}_N = -ik_0 Z_0^{-1} [\exp(-ik_z z) \mathbf{q}_{Ni} + \exp(ik_z z) \mathbf{q}_{Nr}], \quad (23)$$

其中

$$\mathbf{q}_{Ni} = \frac{-Z_0 k_0}{2k_z} \exp(-ik_z d) \{ [\mathbf{h}(k_z) \mathcal{V}_N] \mathbf{h}(k_z) + [\mathbf{v}(-k_z) \mathcal{V}_N] \mathbf{v}(-k_z) \}, \quad (24)$$

$$\mathbf{q}_{Nr} = \frac{-Z_0 k_0}{2k_z} \exp(-ik_z d) \{ [\mathbf{h}(k_z) \mathcal{V}_N] \mathbf{h}(k_z) + [\mathbf{v}(-k_z) \mathcal{V}_N] \mathbf{v}(k_z) \}, \quad (25)$$

其中 $\mathbf{v} = \mathbf{h} \times \mathbf{k}_i$ 。这样 (14) 式按照 (13) 式的类似求解过程, 同样将 $\mathcal{J}_r^{(N)}(\mathbf{k}_\perp, z)$ 按 $\mathbf{h}(k_i^z)$ 、 $\mathbf{t}(k_i^z)$ 、 \mathbf{z} 三个方向展开, 其三个分量系数可以表示如下:

$$\mathcal{J}_{rh}^{(N)}(\mathbf{k}_\perp, z) = i \frac{k_0^2 (\epsilon_r - 1)}{k_z + k_{1z}} C_0^h(\mathbf{k}, z) [\mathcal{V}_N \mathbf{h}(k_z)], \quad (26)$$

$$\mathcal{J}_{rt}^{(N)}(\mathbf{k}_\perp, z) = i \frac{k_0 k_{1z} (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r k_z + k_{1z}} C_0^v(\mathbf{k}, z) [\mathcal{V}_N \mathbf{v}(-k_z)], \quad (27)$$

$$\mathcal{J}_{rz}^{(N)}(\mathbf{k}_\perp, z) = i \frac{k_0 k_i^e (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r k_z + k_{1z}} C_1^v(\mathbf{k}, z) [\mathcal{V}_N \mathbf{v}(-k_z)]. \quad (28)$$

将以上获得的各阶极化电流进行反傅里叶变换并代回到 (8) 式, 我们就可以得到散射耦合电场 \mathbf{E}^{rs} 的各阶近似结果, 它与入射场之间满足

$$\mathbf{E}^{rs(n)} = \frac{\exp(ikr)}{r} \mathbf{S}_{pq}^{rs(n)} \mathbf{E}_i, \quad (29)$$

其中 $\mathbf{S}_{pq}^{rs(n)}$ 为不同极化状态下 n 阶极化电流近似时

的耦合复散射矩阵, 因此由散射耦合电场 \mathbf{E}^{rs} 所对应的散射截面可以表示为

$$\sigma_{pq}^{rs} = 4\pi \langle |\mathbf{S}_{pq}^{rs(n)}|^2 \rangle, \quad p, q \in \{h, v\} \quad (30)$$

以上我们根据计算出的 (8) 式结合 (29) 式、(30) 式获得了散射耦合电场 \mathbf{E}^{rs} 所对应的散射截面。同理根据 (5) 式计算出入射波由球体再到粗糙面由于

近场作用而产生的散射耦合电场 \mathbf{E}^{sr} , 然而由文献 [5] 可以证明对于两个相互邻近的散射体的近场相互作用, \mathbf{E}^{rs} 和 \mathbf{E}^{sr} 所对应的复散射矩阵元素满足

$$\begin{bmatrix} S_{hh}^{\text{rs}} & S_{hv}^{\text{rs}} \\ S_{vh}^{\text{rs}} & S_{vv}^{\text{rs}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{hh}^{\text{sr}} & -S_{vh}^{\text{sr}} \\ -S_{hv}^{\text{sr}} & S_{vv}^{\text{sr}} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

因此由上式可知不必在去计算 \mathbf{E}^{sr} 而直接可以获得计算散射截面 $\sigma_{\text{pq}}^{\text{sr}}$ 所需的复散射矩阵。考虑到耦合复散射矩阵的二阶近似, 单位面积下的粗糙面上方球形粒子的复合模型散射截面可以利用球体、微粗糙面的复散射矩阵及耦合复散射矩阵写为 [5]

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{pq}} &= \sigma_{\text{pq}}^{\text{r0}} + 4\pi |S_{\text{pq}}^{\text{s}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(0)}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(1)}}|^2 + \\ &4\pi\Delta^2 \langle |S_{\text{pq}}^{\text{rs(1)}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(1)}}|^2 \rangle + \\ &8\pi\Delta^2 \text{Re} \{ \langle S_{\text{pq}}^{\text{rs(1)}} (S_{\text{pq}}^{\text{rs(1)}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(1)})} \rangle + \\ &(S_{\text{pq}}^{\text{s}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(0)}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(1)}}) \langle S_{\text{pq}}^{\text{rs(2)}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(2)}} \rangle^* \}, \quad (32) \end{aligned}$$

其中 $\sigma_{\text{pq}}^{\text{r0}}$ 为微粗糙面的后向散射截面, 而 S_{pq}^{s} 和 $S_{\text{pq}}^{\text{r(1)}}$ 分别为球形粒子和微粗糙面散射的复散射矩阵, 它们的计算许多文献早已给出 [7,8]。综上分析, 只要算出散射耦合场的复散射矩阵, 通过 (32) 式即可求得整个复合模型的散射截面。值得注意的是当计算交叉极化散射截面时, 由于

$$S_{hv, vh}^{\text{r(1)}} = 0, \quad S_{hv, vh}^{\text{s}} = 0, \quad S_{hv, vh}^{\text{sr(1)}} = S_{hv, vh}^{\text{sr(1)}} = 0,$$

(32) 式可以简化为

$$\sigma_{\text{pq}} = \sigma_{\text{pq}}^{\text{r0}} + 4\pi \langle |S_{\text{pq}}^{\text{rs(1)}} + S_{\text{pq}}^{\text{sr(1)}}|^2 \rangle. \quad (33)$$

4 数值计算结果

我们首先采用本文所给方法与文献 [6] 所给的多极子展开方法计算比较了该文献中的聚苯乙烯小球粒子在硅材料平面基底上的光散射截面角分布 (一维情况, $\phi_s = 0^\circ$), 如图 2 所示, 其中小球和表面的折射率分别为 1.59 和 3.8, 入射光波垂直于表面入射 ($\theta_i = 0^\circ$), 入射波长为 $0.6328 \mu\text{m}$, 小球半径 $a = 0.76 \mu\text{m}$, $h = 0 \mu\text{m}$ 。采用本文所给方法计算时, 由于材料表面设为平面, 微扰量 $\Delta = 0$, 因此采用 (32) 式计算时只取前两项就可以了。从图中可以看出, 无论是图 2(a) 中的 vv 极化还是图 2(b) 中的 hh 极化 (对应于多极子展开方法中的 p 极化和 s 极化), 两种计算方法吻合得较好 (尤其在中、小散射角区域)。

我们同时利用本文方法计算了某微粗糙硅基底材料 [11] 表面的光散射截面, 该材料在 $0.6328 \mu\text{m}$ 波长入射下的介电常量一般为 $15.07 + i0.15$ [11]。设该材料表面上方有一球形尘埃微粒 (一般为小尺寸粒子), 其复折射率一般为 $1.53 + i0.008$ [12]。假定

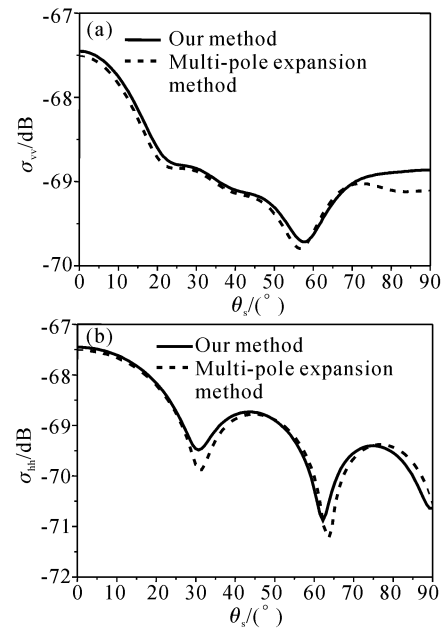


Fig. 2 Comparison of the two different methods for angular distribution of light scattering cross section with a spherical particle on a plane.

(a) vv polarization; (b) hh polarization

该材料谱满足高斯分布, $k_0\delta = 0.2$, $k_0l = 2.0$ (l 为粗糙面的相关长度)。取 $k_0a = 1.0$, 球形微粒距材料表面距离 $h = 0.2 \mu\text{m}$ 。图 3 根据 (32) 式给出了该复合模型不同极化状态下的后向散射截面角分布 ($\phi_s = \pi, \theta_s = \theta_i$), 其中粗糙面本身的后向散射矩阵计算近似到二阶。从图中可以看出, 随着入射角的增大, 对于 vv 极化 (TM 波入射), 后向散射截面始终是增大的, 而对于 hh 极化 (TE 波入射) 或交叉极化, 随着入射角的增加, 散射截面起初略有减小, 但很快也随着入射角的增加而增大。而我们由单独的微粗糙面的散射结果可知, 随着入射角的增加, 散射截面一般是逐步减小的, 而对于单独球形粒子的后

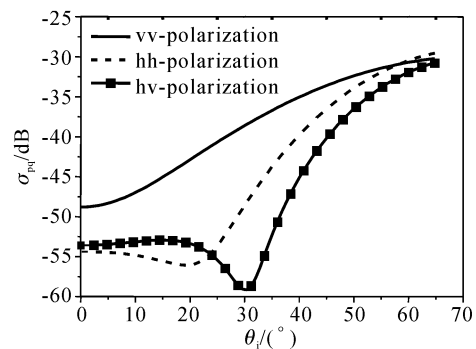


Fig. 3 The angular distribution of the backscattering cross section for the spherical particle above the slightly rough surface

向散射是不变的,可见球形粒子与粗糙面的耦合作用使得散射截面随着入射角的增加而有较快的增加,使得总散射截面是逐渐增大的。

图 4 中计算了考虑二阶后向散射近似时的微粗糙面和球形粒子复合模型 vv 极化状态下后向散射截面 σ_{vv} 在不同入射角下随粗糙度的变化,图中关于球形粒子和粗糙面的其他有关参量同图 3。可以发现无论入射角的大小,随着粗糙度的增大,后向散射截面始终是增大的。在粗糙度较小的情况下 ($k_0\delta < 0.12$),对于确定的粗糙度,后向散射截面随入射角的增大并不是象图 3 那样始终单调增大。我们同时计算了图 3 中其他参量确定时后向散射截面随粗糙面相关长度的变化,发现三种极化状态下,后向散射截面随 k_0l 的变化均不是十分明显。

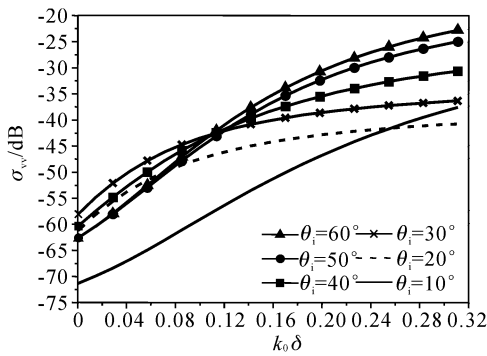


Fig. 4 The backscattering cross section of the composite model versus $k_0\delta$ with different incident angle

在图 3 中有关参量不变的情况下,我们还计算了该复合模型后向散射截面(vv 极化)在不同入射角下随球形粒子位置 h 的变化(如图 5 所示)。可以看出,无论入射角的大小,随着球形粒子与粗糙面间距离的增大,起初 σ_{vv} 略有增加,当增大到一定距离后, σ_{vv} 几乎不再随 h 发生变化,入射角越大时, σ_{vv} 很快达到一确定不变值。这与文献[3]中关于粗糙面与有限长圆柱复合模型的后向散射截面在近场范围

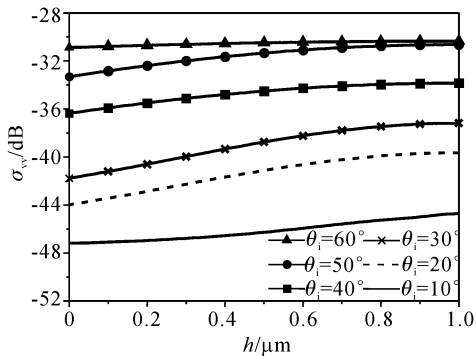


Fig. 5 The backscattering cross section of the composite model versus h with different incident angle

内随柱体到粗糙面的距离变化结论是类似的。图 6 中给出了球形粒子取不同尺寸时整个复合模型的后向散射截面角分布(vv 极化,其他有关参量同图 3)。不难看出在球形粒子半径较大时,球形粒子与粗糙面的耦合作用较大, σ_{vv} 随入射角的增大而迅速增大,但随着球形粒子半径的减小, σ_{vv} 随入射角的变化逐渐趋于平缓,这是由于耦合作用和粒子自身的散射对总散射截面的贡献变得越来越小,当球形粒子半径很小时($k_0a = 0.1$),总散射截面主要来自粗糙面自身散射的贡献,复合模型下的 σ_{vv} 与单独用经典微扰法计算的微粗糙面后向散射截面曲线逐渐接近。

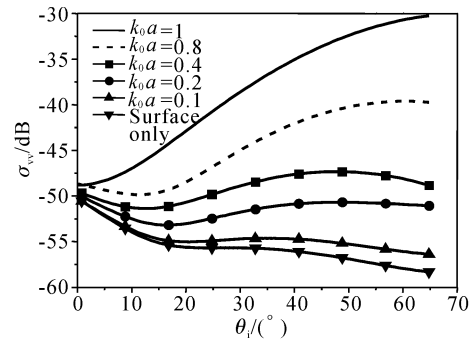


Fig. 6 The angular distribution of the backscattering cross section for the composite model with different k_0a of the spherical particle

结论 本文主要将洛伦兹互易定理用于实际微粗糙面上方介质球形粒子这一复合模型的光散射中,利用粗糙表面电流积分方程及表面微扰展开,得到了微粗糙表面极化电流的迭代解,并获得了散射耦合电场。同时利用已有的微粗糙面和球形粒子的散射结果,给出了复合模型散射截面的计算公式,并与多极子展开法进行了计算比较。我们同时数值计算了不同极化状态下复合模型的后向散射截面并讨论了它随粗糙度、球形粒子位置和尺寸的变化关系。当球粒子半径很小时,由于耦合作用和球体本身散射很小,计算结果与单独微粗糙面的微扰法计算结果相接近。当然本研究还局限于微粗糙表面散射,对于大粗糙度表面上极化电流的获得及其上方球形粒子的光散射研究还未进行;另外实际粗糙面上方存在的一般不仅仅是一个粒子,对于粗糙面上方存在多粒子时考虑粒子间耦合的复合模型光散射问题及粗糙面上方非球形粒子复合模型的光散射问题也有待深入研究,有关理论和计算结果还有待于实验验证。

参 考 文 献

- 1 Tsang L, Kong J A, Shin R T. *Theory of Microwave Remote Sensing*. New York: Wiley, 1985, chap. 3
- 2 Ulaby F T, Sarabandi K, McDonald K *et al.*. Michigan microwave canopy scattering model. *Int. J. Remote Sensing*, 1990, **11**(7):2097~2128
- 3 Johnson J T. A study of the four-path model for scattering from an object above a half space. *Microwave and Opt. Tech. Lett.*, 2001, **30**(2):130~134
- 4 Zhu Guoqiang, Shun Jin, Zheng Lizhi *et al.*. Composite scattering of electromagnetic waves by the plate target and random rough surface. *J. Wuhan Univ.* (武汉大学学报), 2000, **46**(1):99~103 (in Chinese)
- 5 Chiu T, Sarabandi K. Electromagnetic scattering interaction between a dielectric cylinder and slightly rough surface. *IEEE Trans. on Antenna and Propagat.*, 1999, **47**(5):902~913
- 6 Johnson B R. Calculation of light scattering from a spherical particle on a surface by the multipole expansion method. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(2):326~337
- 7 Kong J A. *Theory of Electromagnetic Wave*. John Wiley & Sons, 1990, chap. 5
- 8 Ulaby F T, Moore R K, Fung A K. *Microwave Remote Sensing*. Vol. II, Addison-Wesley Publishing House, 1982, chap. 12
- 9 Wu Zhensen, Guo Lixin, Wu Chengming. Light scattering of Gaussian beam from an off-axis multilayered sphere. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1998, **18**(6):682~687 (in Chinese)
- 10 Sarabandi K, Polatin P F. Electromagnetic scattering from two adjacent objects. *IEEE Trans. on Antenna and Propagat.*, 1994, **42**(4):510~517
- 11 Germer T A. Polarized light scattering by microroughness and small defects in dielectric layers. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2001, **18**(6):1279~1288
- 12 Gillespie J B, Jennings S G, Lindberg J D. Use of an average complex refractive index in atmospheric propagation calculations. *Appl. Opt.*, 1978, **17**(7):989~991

Light Scattering From a Spherical Particle Above a Slightly Rough Surface and the Calculation of the Scattering Cross Section

Guo Lixin¹ Kim Cheyoung² Wu Zhensen¹

$\left[\begin{array}{l} 1 \text{ School of Science, Xidian University, Xi'an, 710071} \\ 2 \text{ School of Electronic Engineering and Computer Science,} \\ \text{Kyungpook National University, Taegu, Korea} \end{array} \right]$

(Received 3 May 2002; revised 24 June 2002)

Abstract: In this paper, based on the reciprocity theorem, the light scattering from a spherical particle above a slightly rough dielectric surface is studied. According to the electric field integral equation of the surface, the recursive solution for the induced current on the slight rough surface is derived using the perturbation expansion of the surface, and the method for computing the interaction field is given. With considering the known scattering matrix of the slightly rough surface and the spherical particle, the analytical solution of the scattering cross section for the composite model is presented, the backscattering cross sections are calculated and discussed in detail.

Key words: physical optics; slightly rough surface; spherical particle; reciprocity theorem; light scattering