

文章编号: 0253-2239(2003)06-0666-5

应用相息图再现二元图像的振幅配置法*

刘福民¹ 翟宏琛¹ 杨晓苹² 黄桂岭¹

(¹ 南开大学现代光学研究所教育部光电信息技术科学重点实验室, 天津 300071)
(² 天津理工学院光电信息与电子工程系, 天津 300191)

摘要: 针对应用相息图再现二元图像的图像质量劣化问题, 提出一种基于对二元图像进行振幅补偿的改进方法, 对二元图像的零振幅区进行一个微小量的振幅配置, 实现该区域相位对迭代的参与, 从而增加了相息图设计的自由度, 改善了二元图像的质量。通过对模拟实验结果的分析, 讨论了振幅补偿对二元图像质量的改善效果。

关键词: 图像处理; 振幅配置; 二元图像; 迭代傅里叶算法; 相位自由度; 相息图

中图分类号: TB877.1: O438.2 文献标识码: A

1 引言

由于使用相息图^[1]可以获得任何期望的光强分布, 并具有很高的衍射效率(理论值可以达到 100%), 因而在图像存储、图像处理、图像显示以及光计算^[2,3]等方面得到了应用。其中, 在众多的设计算法中, 迭代傅里叶算法(IFTA)^[4~6]以其收敛速度快, 寻优精度高特点, 在相息图的设计中使用得最为广泛。

然而由于这类相位恢复问题的解析解从理论上并不存在, 因而在用迭代傅里叶算法进行设计的过程中, 会发生迭代的停滞现象^[7], 最终影响再现像的质量。Wyrowski^[7]通过给图像周围增加一个无信号区来增加振幅自由度的方法, 解决了迭代的停滞问题。然而, 由于此方法增加了图像的计算面积, 不仅增大了计算量, 而且也导致了衍射效率的下降。在设计过程中发现, 对于二元图像, 上述迭代的停滞比灰度图像要快得多, 因而再现像的质量更差。

本文作者提出在不增大图像面积的前提下, 对二元图像的零(0)振幅区进行一个微小量的振幅配置, 实现该区域相位对迭代的参与, 从而通过增加相息图设计的自由度来改善再现的二元图像的质量, 可使其质量得到很大的提高。通过对模拟实验结果的分析, 讨论了振幅补偿对图像质量改善的评价方法及改善效果。

2 相息图设计中二元图像的振幅配置

对相息图相位分布的求解是一个相位恢复问题, 即已知输入和输出平面的振幅分布, 如何确定输入平面的相位分布, 使之能够调制入射光场, 产生期望的光场输出。到目前为止, 在数学上还无法证明这类逆衍射问题解的存在性和唯一性, 因而只能通过迭代傅里叶算法对相息图的相位分布进行近似逼近的求解^[8]。

利用迭代傅里叶算法进行相位恢复计算的框图如图 1 所示。其中 $F(u, v)$ 和 $f(x, y)$ 分别表示谱空间(相息图)和相对应的像空间的复振幅分布, $|g(x, y)|$ 表示与期望的光强分布 $I_0(x, y)$ 对应的振幅分布。首先对相息图的相位赋予一个可随机选取的初始值 $\phi'(u, v)$, 作为问题的第一个试探解。对复振幅 $F(u, v)$ 进行傅里叶变换得到空域图像 $f(x, y)$, 接着引入像平面限制条件, 得到 $f'(x, y)$; 然后做逆傅里叶变换得到 $F'(u, v)$ 后, 引入频域限制条

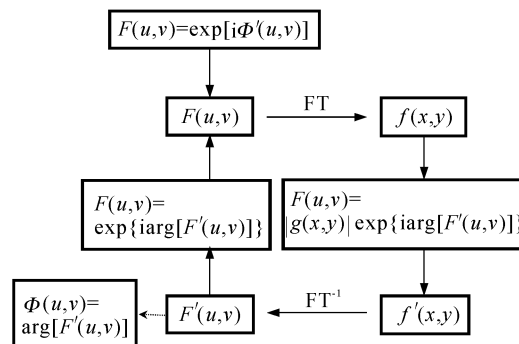


Fig. 1 Block diagram of IFTA (iterative Fourier transform algorithm)

* 国家自然科学基金(60177004)及南开大学振兴计划资助课题。

E-mail: zhai@nankai.edu.cn

收稿日期: 2002-04-22; 收到修改稿日期: 2002-06-13

件,形成新的 $F(u, v)$, 进入下次循环。重复上述过程一直到 $|f(x, y)|$ 与期望值 $|g(x, y)|$ 的差异小于某一特定值为止。迭代结束后得到的最佳相息图的相位分布为 $\phi(u, v) = \arg[F'(u, v)]$ 。

相息图相位分布的求解过程也就是确定像平面的相位分布 $\arg[f(x, y)]$ 的过程。将该相位分布附加在原图像之上后, 应能使图像的傅里叶谱振幅为常量。由于这里只关心最终再现像的强度信息, 因而像平面上附加的相位并不会影响图像的观察结果, 然而对于相息图的设计来说, 在图像上附加相位分布, 则可增加一个相位自由度。

对于只有 1 和 0 两个强度值的二元图像而言, 图 1 中所示的迭代过程中的像平面限制条件可以写成

$$f'(x, y) = \begin{cases} \exp\{i\arg[f(x, y)]\}, & \text{if } |g(x, y)| = 1 \\ 0, & \text{if } |g(x, y)| = 0 \end{cases} \quad (1)$$

从(1)式中可以看出, 对于二元图像的强度为 0 的像素, 无论所附加的相位如何, 其对于图像的傅里叶谱均无贡献。而且, 一般说来, 二元图像中强度为 0 的像素与强度为 1 的像素在整个图像中占有的比例大致相同, 因而, 在求解二元图像的相息图相位分布的迭代过程中可以自由控制的有效相位参量大大减少。这必然影响再现图像的质量。

为克服上述缺点, 提出在相息图的设计中, 给图像的 0 值像素人为地赋予一个微小量 δ (相当于一个振幅配置 $\sqrt{\delta}$), 即: 将对强度值为 1 和 0 的二元图像的相息图设计, 转换成对强度值为 1 和 δ 的二元图像的相息图设计。则迭代过程中像平面限制条件应改为

$$f'(x, y) = \begin{cases} \exp\{i\arg[f(x, y)]\}, & \text{if } |g(x, y)| = 1 \\ \sqrt{\delta}, & \text{if } |g(x, y)| = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中 δ 的引入, 相当于在二元图像区域附加了一个均匀的背景强度。但由于 δ 很小, 因而只能对图像的对比度产生轻微的影响。然而, 对于相息图而言, δ 却保证了图像 0 值部分的相位自由度对迭代过程的参与, 使迭代过程有 $M \times N$ 个可以自由控制的相位参量, 从而保证了再现像的质量。

为分析引入的微小强度 δ 对图像质量的影响, 可引入再现像与目标图像的均方差来评价图像的质量

$$M_{sc} = \lg \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [I_0(x, y) - \alpha I_r(x, y)]^2}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I_0^2(x, y)}, \quad (3)$$

其中 $I_0(x, y)$ 表示目标图像的强度分布, $I_r(x, y) =$

$|f(x, y)|^2$ 为相息图再现像的强度分布, α 是一个缩放因子, 以保证再现像的均方差取极小值:

$$\alpha = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I_0(x, y) I_r(x, y)}{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N |I_r(x, y)|^2}. \quad (4)$$

由于图像的傅里叶谱的不均匀性是造成图像误差的一个很重要的原因, 因此它也可以作为评价图像的一个标准。定义傅里叶谱的不均匀性为

$$M_{in} = \lg \left\{ \frac{1}{MN} \sum [\langle |\gamma F'(u, v)| \rangle - |\gamma F'(u, v)|]^2 \right\} = \lg [\langle |\gamma F'(u, v)|^2 \rangle - \langle |\gamma F'(u, v)| \rangle^2], \quad (5)$$

其中 $F'(u, v)$ 是图像的傅里叶谱, γ 是归一化系数。上式表明, 傅里叶谱的不均匀度可以用其归一化振幅的方差来表示。

3 实验及其结果

应用上述方法, 对一幅 128×128 像素的二元图像[见图 2(a)]的相息图的相位分布进行了迭代计算求解, 并模拟了它的再现结果。如果不对二元图像进行振幅配置处理, 而直接用迭代算法求解相息图的相位分布, 则迭代过程很快就停滞了。其再现像的均方差以及图像傅里叶谱的不均匀度随迭代次数的变化分别示于图 3(a)和图 3(b)。为便于比较, 图 3(a)和图 3(b)中还分别给出了一幅具有同样像素数的 256 灰阶的灰度图像[图 2(b)]的 M_{sc} 和 M_{in} 值随迭代次数变化的曲线。

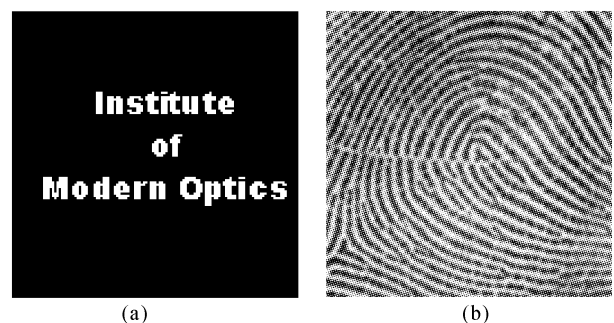


Fig. 2 Target images for the design of kinoforms. (a) Binary image; (b) Image with gray levels

从图 3 中可以看出, 对于二元图像, 图像的均方差以及相息图的不均匀度均比相应的灰度图像收敛得更快。也就是说, 迭代的停滞过程更快。而且, 迭代到一定次数后, 二元图像的这两个参量始终比相应的灰度图像要大上 2~3 个数量级。这表明二元

图像的最终再现质量会劣于相应的灰度图像。

对进行过振幅配置的二元图像再现的模拟结果示于图 4。其中给出了在不同的振幅配置下(即不同的 $\sqrt{\delta}$ 值), M_{se} 和 M_{fn} 随迭代次数的变化情况。从

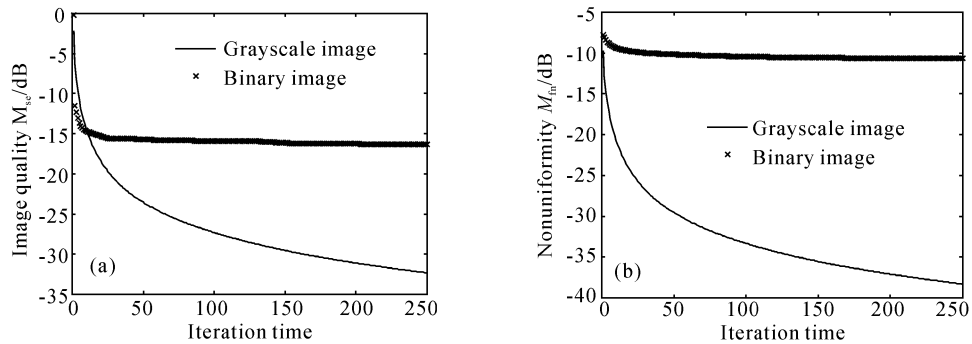


Fig. 3 Convergence of M_{SE} and M_{fn} for binary image and image with gray levels. (a) M_{SE} ; (b) M_{fn}

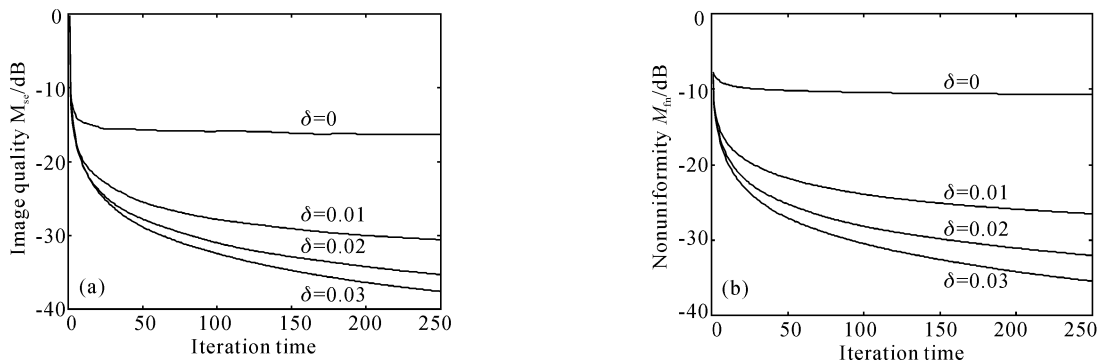
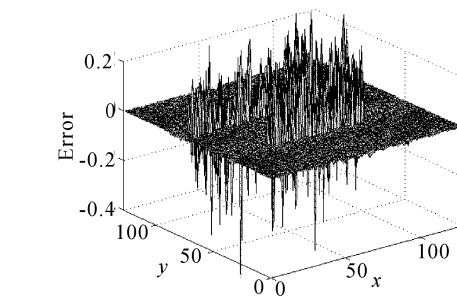
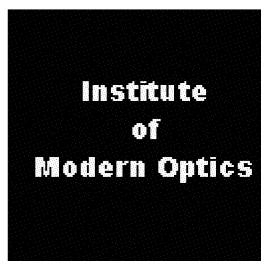
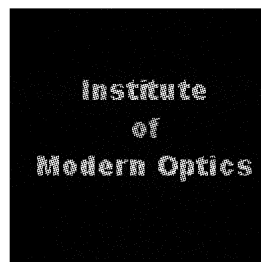


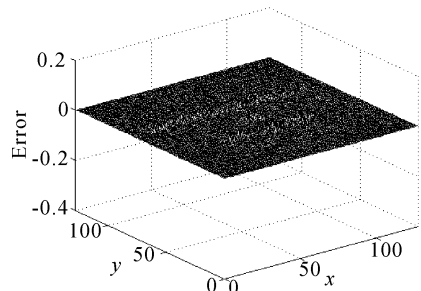
Fig. 4 Convergence of iteration for kinoform of binary images at different δ values. (a) M_{SE} ; (b) M_{fn}

图 5 给出了 $\delta=0$ (即未进行振幅配置)和 $\delta=0.03$ 两种情况下的再现像及其误差分布。从图 5 可

图 4 还可以看出, M_{se} 和 M_{fn} 在 $\delta=0.03$ 时的值比 $\delta=0$ 时的值分别降低了 2 个数量级, 即通过给 0 振幅区配置一个微小量 $\sqrt{\delta}$, 则图像的均方差和傅里叶谱的均匀度都有了很大的改善。



(a)



(b)

Fig. 5 Convergence of reconstructed image and their error distributions for different values of δ . (a) M_{SE} ; (b) M_{fn}

以看出, $\delta=0$ 时, 二元图像存在明显的散斑分布, 而在 $\delta=0.03$ 时, 散斑已经基本被消除了, 因而图像质

量得到了本质的改善。

图 6 给出了有关的几个图像上某一对应行像素的强度分布。其中(a)是目标二元图像,(b)是未经过振幅处理直接进行迭代的再现结果,(c)是进行振幅配置后的再现像的结果。从图中可以看出,应用微小振幅配置的方法,可以确保二元图像相息图再现像中强度分布的均匀性。

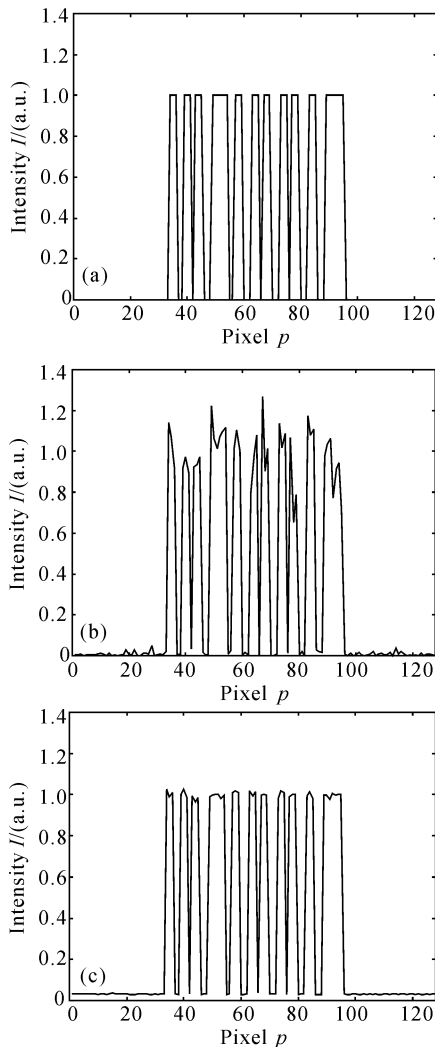


Fig. 6 Intensity distribution of the 45th line of binary images. (a) Object image; (b) Reconstructed image at $\delta=0$; (c) Reconstructed image at $\delta=0.03$

若 I_{\max} 和 I_{\min} 分别是再现像中对应于原二元图像中强度为 1 的部分(简称“1”值区)的最大强度和最小强度。则再现像的强度不均匀性可表示为

$$\Delta R = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (6)$$

在 δ 取值不同的情况下, ΔR 的值列于表 1。可见, 随着 δ 的增大, ΔR 明显地递减。

表 1 中还给出了在取不同的值的 δ 情况下, 对图

像衍射效率 η , 以及图像的信噪比 (SNR) 的变化进行比较的结果。其中衍射效率 η 定义为“1”值区强度之和占总强度之和的比例, 信噪比定义为“1”值区的平均强度与最大背景强度之比。

Table 1 Comparison of ΔR , η and SNR for different value of δ

δ	Nonuniformity of the image	Diffraction efficiency	SNR
	$\Delta R / \%$	$\eta / \%$	
0	52.6	93.4	12.4
0.01	11.5	84.3	41.5
0.02	5.5	74.9	33.4
0.03	3.7	67.2	25.6

4 讨论与结论

应该指出, 本文提出的方法与给图像周围增加无信号区的方法虽然都是引入了振幅自由度, 但是, 其本质的不同在于, 后者是在图像窗口之外的操作, 并允许保留较大的振幅值及振幅起伏, 一般呈散斑分布; 而应用本文提出的方法, 其操作仅限于在图像窗口内进行, 而且增加的仅为一个固定的微小量, 所以, 在引入了振幅自由度的同时, 又保证了所有相位自由度的有效性, 同时由于引入的微小振幅是一个固定值, 因而在实现二元图像的“1”值区强度均匀分布的同时, 也保证了背景起伏较小, 从而有效地消除了散斑噪声。

此外, 从表 1 中还可以看出, 由于引入了背景强度, 引起了“1”值区衍射效率的下降。应该指出, 衍射效率下降的程度是与原来图像中 0 值像素数占总像素数的比例紧密相关的。在配置较小的 δ 的情况下, 由于设计自由度的增加, 背景噪声会有明显的下降。然而, 随着 δ 的增加超过了一定的限度, 信噪比会趋于下降。但无论如何, 总可以断言, 在限定 δ 的情况下, 信噪比总比不加振幅配置时要大。因此, 在实际设计中应针对具体问题确定 δ 的取值大小, 而且还要在图像的强度均匀度, 衍射效率, 以及信噪比之间进行权衡。如果期望很高的图像强度均匀度, 即很小的 ΔR , 则必然要牺牲 η 。例如, 本文中取 $\delta=0.03$, 即是基于以上考虑。

综上所述, 在不增加设计的计算量的前提下, 通过给二元图像引入一个微小的均匀振幅配置, 有效地消除了再现像上的散斑噪声, 改善了二元图像相息图再现像质量。所提出的方法简单, 易于操作。

对模拟实验结果的分析 and 比较表明,应用所提出的方法进行模拟设计,在误差分布、信噪比等方面均能得到满意的结果。本文的结果对于对强度均匀度要求高而对均匀背景不敏感的各类二元图像相息图的设计问题有参考价值。

参 考 文 献

- 1 Lesem L B, Hirsch P M, Jordan, Jr. T A. The kinoform: A new wavefront reconstruction device. *IBM J. Res. Dev.*, 1969, **13**(1):150~155
- 2 Lee W H. *Computer-Generated Holograms: Techniques and Applications*. Progress in Optics, E. Wolf, ed., Amsterdam: North-Holland, 1978, **16**:119~232
- 3 Dallas W J. Computer-generated holograms; *Topics in Applied Physics. The Computer in Optical Research*, B. R. Frieden, ed., Berlin: Springer-Verlag, 1980, **41**:291~366
- 4 Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(15):2758~2769
- 5 Fienup J R. *Phase-Retrieval Imaging Problem*. International Trends in Optics, J. W. Goodman, ed., New York: Academic Press, 1991
- 6 Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optick*, 1972, **35**(2):237~246
- 7 Wyrowski F. Diffractive optical elements: iterative calculation of quantized, blazed structures. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1990, **7**(6):961~969
- 8 Jin Guofan, Tan Qiaofeng. Binary optics. *Optoelectronic Technology and Information*(光电子技术与信息), 2001, **14**(5):1~10 (in Chinese)

Amplitude Fitting to Binary Image Reconstructed by Kinoform

Liu Fumin¹ Zhai Hongchen¹ Yang Xiaoping² Huang Guiling

{¹ Key Laboratory of Optoelectronic Information Science & Technology,
Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071
² Department of Phthoelectronics and Devices, Tianjin University of Technology, Tianjin 300191 }

(Received 22 April 2002; revised 13 June 2002)

Abstract: A method of amplitude fitting is proposed to solve the degeneration problem of the quality of binary images reconstructed by kinoforms. By fitting a small amplitude to the zero-amplitude area of the binary image, involvement of phase in this area during the iteration is ensured. As a result, the degree of freedom during the design of kinoform is increased, and the quality of the binary image reconstructed is improved. Quantitative analyses and discussions of the improved result are given by comparing the final simulation results.

Key words: image processing; amplitude fitting; binary image; iterative Fourier transform algorithm; phase freedom; kinoform