

文章编号: 0253-2239(2003)06-0680-04

飞秒暗孤子间相互作用的数值研究*

王 涛 田慧平 李仲豪 周国生

(山西大学电子信息技术系, 山西大学量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

摘要: 通过数值模拟对飞秒暗孤子间的相互作用进行了研究, 并且同飞秒亮孤子和皮秒暗孤子分别进行了比较, 结果表明: 同飞秒亮孤子相比, 飞秒暗孤子间的相互作用比较小, 前者表现为相互吸引、碰撞、合二为一, 然后相互排斥, 不具有周期性; 而后者从一开始就相互排斥, 且这种排斥作用较亮孤子来说相当微弱, 同样也不具有周期性。此外, 数值模拟的结果还表明, 飞秒暗孤子间的相互作用同皮秒尺度下暗孤子间的相互作用基本一致, 并且通过计算表明, 飞秒暗孤子间的相互作用在一定范围内仍可利用皮秒尺度下暗孤子间相互作用的经验公式。但是, 数值模拟结果显示, 两孤子的初始间距越小, 由经验公式计算结果所带来的误差就越大。

关键词: 光纤光学; 飞秒暗孤子; 相互作用; 数值模拟; 经验公式

中图分类号: TN929 文献标识码: A

1 引 言

超短非线性光脉冲(孤子)在光纤中的传输特性研究一直是人们研究的热点课题之一^[1~5]。其中脉冲(孤子)间的相互作用是它们的一个重要方面^[6~10]。在皮秒尺度下, 亮孤子间的相互作用较强, 表现为周期性地相互吸引和排斥, 而暗孤子间的相互作用较弱, 并且只有排斥而没有吸引作用。随着光脉冲压窄技术的发展, 脉冲宽度的变窄, 近几年光脉冲宽度已经从皮秒广泛进入到飞秒领域, 由此带来的一系列高阶效应(诸如三阶色散、自陡峭、自频移等)对光脉冲的传输特性将产生重要的影响。原来用于描述光脉冲在光纤中传输规律的非线性薛定谔方程(NLSE)需要修正为高阶非线性薛定谔方程(HNLSE)^[11]。人们已经从各种不同的角度对高阶非线性薛定谔方程进行了研究, 获得了各种不同类型的飞秒光(亮)孤子的精确解^[3,4,12], 并讨论了它们之间的相互作用及其抑制^[6,10]。但据我们所知, 对于飞秒暗孤子的研究相对于飞秒光(亮)孤子显得远远不够。

本文就是针对最近文献^[13,14]报告的高阶非线性薛定谔方程在一般参量条件下的暗孤波解, 通过数值模拟详细研究了其在光纤中传输时的相互作用,

发现在一定范围内皮秒尺度下暗孤子间相互作用的经验公式可以被拓展应用到飞秒领域。

2 数值模型

对于脉宽小于 100 fs 的光脉冲, 其在光纤中的传输规律可由高阶非线性薛定谔方程描述:

$$\frac{\partial A}{\partial Z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial \tau} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} - b_1 \frac{\partial}{\partial \tau} (|A|^2 A) - b_2 A \frac{\partial |A|^2}{\partial \tau}, \quad (1)$$

其中, A 是电场的复振幅包络, Z 是脉冲在光纤中传输的距离, τ 是时间坐标, α 是损耗系数, $1/\beta_1$ 是群速度, β_2 、 β_3 分别对应于二阶、三阶色散, γ 是非线性克尔系数, b_1 项代表了脉冲的自陡峭效应, b_2 项代表了自频移效应。目前, 由于光纤制造工艺的改进, 在波长 1.55 μm 附近, 损耗已降至 0.2 dB/km。在实际的传输中, 还可用掺铒光纤放大器来补偿损耗。所以方程中设 $\alpha=0$ 。

在试图解传输方程(1)之前, 通常采用以群速度 V_g 运动的坐标系比较方便, 有时也称之为延迟系。作变换:

$$T = \tau - Z/V_g = \tau - \beta_1 Z$$

同时, 为了便于分析计算, 我们进一步对时间 τ 、距离 Z 、振幅 A 作无量纲归一化变换:

$$E = A/\sqrt{P_0}, \quad t = T/T_0, \quad z = Z/L_D$$

其中, P_0 、 T_0 、 L_D 分别为归一化参量, 则变换后的方程可简写成

* 国家自然科学基金(10074041)和山西省青年科技研究基金(20011015)资助课题。

E-mail: wangtaosxu@sohu.com

收稿日期: 2002-04-15; 收到修改稿日期: 2002-07-03

$$\frac{\partial E}{\partial z} = i\alpha_1 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + i\alpha_2 |E|^2 E + \alpha_3 \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + \alpha_4 \frac{\partial}{\partial t} (|E|^2 E) + \alpha_5 E \frac{\partial |E|^2}{\partial t}, \quad (2)$$

其中, $\alpha_1 = -\frac{1}{2} \text{sgn}(\beta_2)$, $\alpha_2 = N^2$, $\alpha_3 = \frac{\beta_3}{6|\beta_2|T_0}$, $\alpha_4 = -\frac{2}{\omega_0 T_0} N^2$, $\alpha_5 = -\frac{\alpha_v}{\gamma T_0}$, $L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$ 为色散长度, $L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$ 为非线性长度, $N^2 = L_D/L_{NL}$ 。

最近研究发现(2)式在某些特定条件下,可存在如下暗孤波解^[13,14]:

$$E(z, t) = \rho \tanh[\eta(t - \chi z)] \exp[i(Kz - \Omega t)], \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} \rho &= \left(-\frac{6\alpha_3}{3\alpha_4 + 2\alpha_5} \right)^{1/2} \eta, \\ \chi &= (-2\alpha_1\Omega + 3\alpha_3\Omega^2) + 2\alpha_3\eta^2, \\ K &= \alpha_1(\eta^2 - \Omega^2) + \alpha_3\Omega(\Omega^2 - 3\eta^2), \\ \Omega &= \frac{\alpha_1(3\alpha_4 + 2\alpha_5) - 3\alpha_2\alpha_3}{6\alpha_3(\alpha_4 + \alpha_5)}. \end{aligned}$$

暗孤波实质上是一类前后沿为有限值而中心下陷的“暗脉冲”。参量 η 对应于暗脉冲宽度的倒数, χ 描述群速度倒数的变化, ρ 是光脉冲的最大振幅, K 为传播常量的变化, 而 Ω 则表示脉冲频率的移动。

本文采用数值模拟的方法讨论(3)式孤波解的相互作用。为了提高精度,采用下述对称分步傅里叶方法,先将方程(2)改写成如下形式:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})E$$

其中,

$$\hat{D} = i\alpha_1 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \alpha_3 \frac{\partial^3}{\partial t^3},$$

$$\hat{N} = i\alpha_2 |E|^2 + \alpha_4 E^* E_t + (\alpha_4 + \alpha_5) |E|^2_t$$

则

$$E(z+h, t) \approx \exp\left(\frac{h\hat{D}}{2}\right) \exp(h\hat{N}) \exp\left(\frac{h\hat{D}}{2}\right) E(z, t)$$

h 是每一步的步长。

计算中根据普通单模光纤的典型参量值取 $\beta_2 = 20 \text{ ps}^2/\text{km}$, $\beta_3 = 0.1 \text{ ps}^3/\text{km}$, $\gamma = 20 \text{ W}^{-1}\text{km}^{-1}$, 取 $T_0 = 100 \text{ fs}$, $N^2 = 1$, 可得(2)式的系数值: $\alpha_1 = -0.5$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 0.0083$; 另外,为了计算方便使 $\Omega = 0$, 可取 $\alpha_4 = -0.0166$, $\alpha_5 = 0$ 。

初始脉冲我们采用如下的方法输入^[7]:

$$E(0, t) = \rho \tanh(t + q_0), \quad -\infty < t < 0$$

$$E(0, t) = -\rho \tanh(t - q_0) \quad 0 \leq t < +\infty$$

两暗脉冲的初始间距是 $2q_0$ 。

3 计算结果及分析

根据文献[6],对于两个亮孤子,当它们的初始间距 $q_0 = 3.5$ 时,其相互作用已明显表现出来了。见图1,在前25个色散长度中,孤子表现为相互吸引,到第26个色散长度,两孤子完全作用合二为一,之后,两孤子则一直处于排斥状态,不具有周期性。据此,我们也取 $q_0 = 3.5$,考察两暗孤子的相互作用情况。

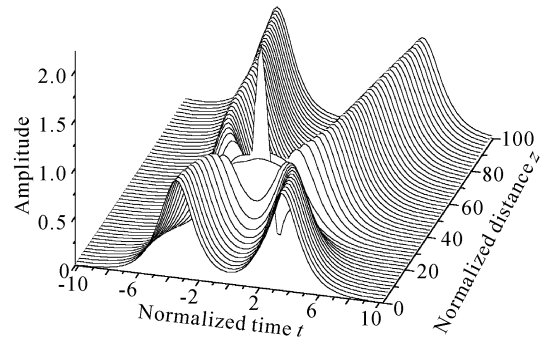


Fig. 1 Interactions of two bright solitons in monomode optical fibers propagating a distance of 100 dispersion lengths. Initial pulse separation is $q_0 = 3.5$

图2(a)是两暗孤子传输了100个色散长度的演化图形,从图上可知,两暗孤子间除了有一些微小的峰值移动外,相互作用力非常弱,几乎无法看出,我们根据演化数据计算得出,它们之间仅有微小的排斥作用。并且,在传输过程中,暗孤子能够很好地保持其波形不变。图2(b)是图2(a)传输300个色散长度的等高线图,从图上可看出,两暗孤子有非常微弱的排斥作用,也不具有周期性。从上述结果可以清楚地得出:飞秒暗孤子之间的相互作用较飞秒亮孤子小的多,它们比亮孤子更加稳定。

令方程(2)中 $\alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0$, 则方程化为标准的非线性薛定谔方程。该方程描述了在皮秒尺度下光脉冲在光纤中的传输规律。我们来比较一下暗孤子在皮秒和飞秒尺度下其相互作用的情况。图3和图4分别是皮秒暗孤子和飞秒暗孤子在 $q_0 = 2$ 的情况下传输100个色散长度的等高线图,从图上可知,除了有一些微小的峰值移动外,飞秒尺度下的两暗孤子间的相互作用同皮秒暗孤子基本一致。二者都是从一开始就相互排斥,并且不具有周期性。

此外,根据 Zhao 和 Bourkoff^[7] 给出的皮秒尺度下两暗孤子间相互作用满足的经验公式:

$$\exp[2(q - q_0)] = \frac{1}{2} \{1 + \exp[4z \exp(-2q_0)]\}, \quad (4)$$

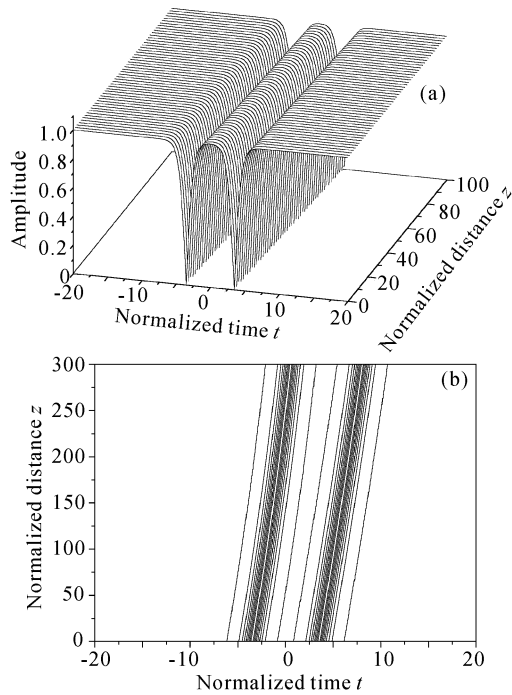


Fig. 2 (a) Interactions of two dark solitons in monomode optical fibers propagating a distance of 100 dispersion lengths. Initial pulse separation is $q_0 = 3.5$; (b) Contour of two dark solitons in monomode optical fibers propagating a distance of 300 dispersion lengths. Initial pulse separation is $q_0 = 3.5$

其中： q_0 是两孤子的初始间距， z 是传输距离， q 是传输了 z 距离后两孤子之间的间距。

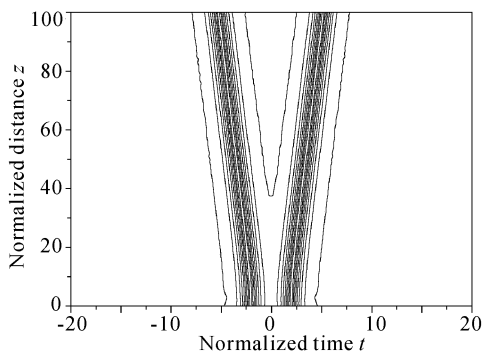


Fig. 3 Contour of two picosecond dark solitons in monomode optical fibers propagating a distance of 100 dispersion lengths. Initial pulse separation is $q_0 = 2$

我们考察了在飞秒尺度下的情况，表 1、表 2 分别描述了在 $q_0 = 2$ 和 $q_0 = 1.5$ 时，两暗孤子传输一定距离后，其间距的数值模拟结果同公式计算结果的比较。

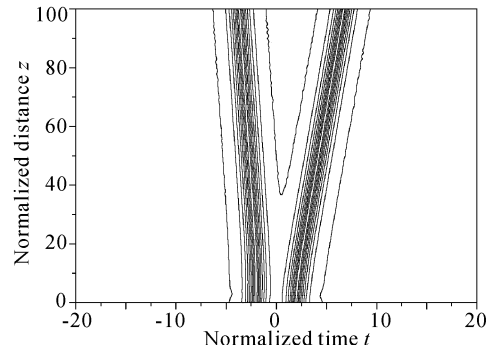


Fig. 4 Contour of two femtosecond dark solitons in monomode optical fibers propagating a distance of 100 dispersion lengths. Initial pulse separation is $q_0 = 2$

Table 1 Separation between two dark solitons propagating some distance ($q_0 = 2$)

z	Simulation value		Calculated value
	ps	fs	from (4)
16	2.3	2.3	2.374
50	3.4	3.45	3.498
75	4.3	4.3	4.403
100	5.2	5.2	5.317

Table 2 Separation between two dark solitons propagating some distance ($q_0 = 1.5$)

z	Simulation value		Calculated value
	ps	fs	from (4)
20	3	3.05	3.154
50	5.7	5.75	6.132
75	8	8	8.621
100	10.3	10.3	11.111

从表 1 可知，飞秒暗孤子间的相互作用同样满足该公式，并且从表 2 可知，初始间距越小，公式计算值同数值模拟值的差距越大。

最后，当我们减小两飞秒暗孤子的初始间距，其相互作用开始增强。经过计算表明，当 $q_0 = 3.5$ ， $z = 100$ 时，此时两孤子的间距仅是其初始间距的 1.0071 倍，而同样在 $z = 100$ 处， $q_0 = 2$ 时，两孤子的间距是其初始间距的 2.6 倍。这充分表明初始间距的减小使得两暗孤子的排斥力增大，相互作用增强。如何抑制它们之间的这种排斥作用，是我们今后的研究方向。

结论 我们通过数值模拟的方法研究了飞秒暗孤子间的相互作用特性。结果表明，类似于皮秒暗孤子，两飞秒暗孤子间的相互作用表现为相互排斥，不具有周期性，但它们的相互作用较飞秒亮孤子要弱。

此外,进一步的数值结果还表明,飞秒暗孤子间的相互作用在一定范围内仍可利用皮秒尺度下暗孤子间相互作用的经验公式。但是,数值模拟结果显示,两孤子的初始间距越小,由经验公式计算结果所带来的误差就越大。当减小两暗孤子的初始间距到一定程度时,发现两暗孤子间的排斥作用明显开始增强。如何有效抑制两暗孤子间的相互作用仍是我们值得研究的课题。

参 考 文 献

- 1 Kivshar Y S. Dark solitons in nonlinear optics. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1993, **29**(1):250~264
- 2 Tomlinson W J, Hawkins R J, Weiner A M *et al.*. Dark optical solitons with finite-width background pulses. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1989, **6**(3):329~334
- 3 Li Zhonghao, Li Lu, Tian Huiping *et al.*. New types of solitary wave solutions for the higher order nonlinear Schroedinger equation. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18):4096~4099
- 4 Porsezian K, Nakkeeran K. Optical solitons in presence of Kerr dispersion and self-frequency shift. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76**(21):3955~3958
- 5 Wang Li, Li Zhonghao, Zhou Guosheng. Analysis of transmission properties of femtosecond pulse in medium with momentum method. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(10):1219~1223 (in Chinese)
- 6 Tian Huiping, Li Zhonghao, Wang Gang *et al.*. Numerical research of interaction between femtosecond optical pulses. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(5):513~517 (in Chinese)
- 7 Zhao W, Bourkoff E. Interactions between dark solitons. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(24):1371~1373
- 8 Gordon J P. Interaction forces among solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1983, **8**(11):596~598
- 9 Mitschke F M, Mollenauer L F. Experimental observation of interaction forces between solitons in optical fibers. *Opt. Lett.*, 1987, **12**(5):355~357
- 10 Cao Wenhua, Liu Songhao, Guo Qi. Soliton interaction in dispersion-shifted fibers. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(6):739~745 (in Chinese)
- 11 Kodama Y, Hasegawa A. Nonlinear pulse propagation in a monomode dielectric guide. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1987, **QE-23**(5):510~524
- 12 Liu Shanliang, Wang Wenzheng. Exact N -soliton solutions of the extended nonlinear Schroedinger equation. *Phys. Rev. (E)*, 1994, **49**(6):5726~5730
- 13 Li Zhonghao, Xu Xinmin, Li Lu *et al.*. Dark solitary wave solution of femtosecond optical pulse in optical fibers. *Acta Photonica Sinica* (光子学报), 1998, **27**(z2):107~110
- 14 Palacios S L, Guinea A, Fernandez-Diaz J M *et al.*. Dark solitary waves in the nonlinear Schrödinger equation with third order dispersion, self-steepening and self-frequency shift. *Phys. Rev. (E)*, 1999, **60**(1):R45~R47

Numerical Research of Interactions Between Femtosecond Dark Solitons

Wang Tao Tian Huiping Li Zhonghao Zhou Guosheng

(Department of Electronics and Information Technology, National Key Laboratory for Quantum Optics and Optical Quantum Device, Shanxi University, Taiyuan 030006)

(Received 15 April 2002; revised 3 July 2002)

Abstract: The interactions between two femtosecond dark solitons are numerically investigated. The results show that femtosecond dark solitons are less affected than bright solitons by their respective interaction forces. The latter attracts each other and collides into one pulse, then they keep the state of repulsion without periodicity. The former repulses all the way and the repulsive forces are weaker than those of bright solitons. They have no periodicity, either. In addition, the numerical simulation results show that the interactions between femtosecond dark solitons are the same as those of picosecond dark solitons. It is found that their interactions agree with the empirical expression of picosecond dark solitons for the separation of two solitons as a function of initial separation and traveling distance. And the smaller the initial separation between two dark solitons is, the larger the difference between numerical simulation results and formula calculation results is.

Key words: fiber optics; femtosecond dark solitons; interaction; numerical simulation; empirical expression