

文章编号: 0253-2239(2003)06-0712-5

# 彩虹及在非均匀球中的应用\*

韩香娥<sup>1</sup> 任宽芳<sup>2</sup> Grehan G<sup>2</sup> Gouesbet G<sup>2</sup> 吴振森<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 西安电子科技大学理学院电波研究所, 西安 710071

(<sup>2</sup> LESP, UMR 6614/CORIA, INSA de Rouen, BP 12, 76801 Saint Etienne du Rouvray, France)

**摘要:** 利用广义洛伦兹-米氏理论,研究了多层球折射率按指数规律变化时,其一阶彩虹角分布随折射率变化的情况。研究表明,无论折射率为指数增大还是指数衰减,多层球彩虹角位置均与折射率分布密切相关,为探测非均匀球的折射率及梯度分布以及燃烧室的温度分布提供了有效的信息。

**关键词:** 物理光学; 彩虹; 光散射; 粒度测量; 米氏理论

中图分类号: O436 文献标识码: A

## 1 引 言

近十年来,彩虹技术作为一种重要的工具,已经被用于探测液滴的折射率或温度。这种方法首次由 Roth<sup>[1]</sup>等提出。对于燃烧室(如发动机)中的可燃液滴或蒸气过程中的蒸气液滴,其液体折射率探测技术对于研究上述过程以及探测液滴的尺寸具有重要意义。

彩虹技术的早期研究主要针对均匀液滴,近几年,考虑到许多实际过程的液滴温度分布通常是非均匀的(也即折射率分布为非均匀的),如发动机中高温的喷雾燃油燃烧室中,其油滴的温度分布通常为非均匀的,由于液体材料的折射率与温度密切相关,故粒子折射率也是呈非均匀分布的。上述过程中粒子尺寸和折射率分布的测量,对于探测发动机中的喷雾过程、温度和燃烧效率具有实际意义。传统的喷雾粒子尺寸分布测量方法是相多普勒法和成像法等,但是它们均无法处理非均匀粒子问题。目前对于非均匀液滴的彩虹现象的研究已经开始,但此方面的理论基础主要是几何光学<sup>[2]</sup>,存在有相当的近似,使得测量精度受到限制。本文研究的理论基础为广义洛伦兹-米氏理论,该理论为具有严格数学基础的、解决均匀及非均匀球粒子散射的理论。但该理论在数值计算中,对于大尺寸、多层球粒子通常存在许多困难。本文使用的非均匀球的彩虹理论计算是基于广义洛伦兹-米氏理论的多层球电磁散

射算法<sup>[3]</sup>,该算法与目前国际上使用的其他几种算法相比,具有分层多、尺寸参量大以及运算速度快、精度高等优点。本文以非均匀水滴为例,计算了其折射率以指数规律衰减或增加时其一阶彩虹强度分布以及一阶彩虹艾里峰位置与折射率指数衰减(或增加)的衰减(或增加)指数间的关系。

## 2 彩虹基本原理及理论基础

当一束平行光照射到一个均匀透明球形粒子上,如图 1 所示,射入球内的光线经球内表面一次反射后从球内透射出来可形成一阶彩虹。若透射进球内的光线经球内表面两次反射后射出形成的彩虹称为二阶彩虹,以此类推,高阶彩虹的阶次对应透射光线在球内的反射次数。本文只涉及一阶彩虹。

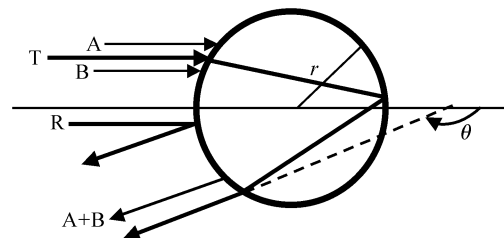


Fig. 1 Geometry of light scattering

图 2 为典型的均匀球粒子一阶彩虹强度角分布。图中对应的低频分布[也称艾里(Airy)分布或艾里结构]主要来自于邻近的入射光线 A、B 经球内表面一次反射出射后相互干涉形成的;图 2 中画出了一阶彩虹的前四个艾里峰,从左向右分别称为第一、第二、第三和第四个艾里峰,它们的角位置与折射率的大小和分布关系密切。高频振荡(或称高频

\* 中法先进研究计划项目(PAR E00-07)资助课题。

E-mail: xehan@mail.xidian.edu.cn

收稿日期:2002-04-08; 收到修改稿日期:2002-07-23

分布,高频结构)主要来自于经过一次内表面反射的光线 T 与球外表面直接反射的光线 R 之间的干涉形成的。对于彩虹强度分布,最简单的解释理论是几何光学方法,但该方法只能获得一个几何光学的彩虹角  $\theta_{rg}(n)$ ,该角度仅与球粒子的折射率  $n$  有关。艾里理论是研究解释彩虹现象的另一种理论,此方法是基于几何光学光线传播基础上,利用惠更斯-菲涅耳原理及菲涅耳积分,可以获得艾里分布的理论解释。根据艾里理论,彩虹的低频分布间的间隔不仅取决于球粒子的直径,也与粒子的折射率有关,艾里理论无法解释彩虹分布中的高频分布。由于艾里理论仍是建立在几何光学的基础上,因此该理论是一个近似理论。对于彩虹的高频结构的解释,需要利用洛伦兹-米氏理论,该理论完全基于电磁场理论<sup>[4]</sup>。关于米氏理论和艾里近似方法对彩虹分布的计算和处理方法,Wang 和 Hulst<sup>[5]</sup>对此有比较详细的研究。对于彩虹测量技术在喷雾等过程中的应用,Beeck 等<sup>[6,7]</sup>已有一些研究。

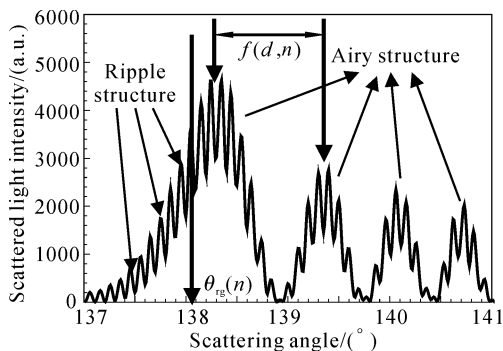


Fig. 2 Scattering intensity distribution of first rainbow ( $n=1.333$ ,  $d=600 \mu\text{m}$ )

对于非均匀球形粒子的彩虹研究,目前已有的一些初步的理论和实验研究<sup>[2,8]</sup>。利用几何光学方法,仅能得到它的几何光学彩虹角的位置大小,而无法解释它的艾里分布和高频分布,因此也就无法获得与直径相关的信息。下面给出的所有非均匀球彩虹分布计算结果均是利用完全基于电磁理论的广义洛伦兹-米氏理论获得的,它不仅能给出相应的艾里结构,还可以获得非均匀球粒子散射的一阶彩虹高频结构,为研究非均匀球粒子散射的高频结构,以及研究非均匀球粒子的散射提供了更多的信息。

### 3 非均匀球折射率分布

在许多实际过程中,液滴的温度分布是非均匀的,相应的折射率分布也是非均匀的。对于由温度

非均匀分布引起的液滴折射率的非均匀分布,在许多情况下可认为它们按指数规律变化。

对于按指数规律变化的折射率分布函数为<sup>[8]</sup>

$$n(x) = n_0 + \frac{(n_1 - n_0)(e^{bx} - 1)}{e^b - 1}, \quad (1)$$

其中  $n_0$  为球心处的折射率,而  $n_1$  为球表面上的折射率, $x$  为相对半径,取值范围  $0 \leq x \leq 1$ 。

若  $n_0 > n_1$ ,意味粒子折射率随直径增大而衰减,其中指数参量  $b = 0$  时对应折射率线性衰减, $b > 0$  对应折射率变化曲线为凸形指数衰减,而  $b < 0$  时变化曲线为凹形指数衰减。当  $n_0 < n_1$  时,折射率变化为指数增加的, $b = 0$  时对应折射率线性增加, $b < 0$  时折射率曲线为凸形,而  $b > 0$  时变化曲线为凹形的。

图 3 给出了几种指数系数下的折射率衰减变化关系曲线,其中  $n_0 = 1.333$ ,  $n_1 = 1.3178$ ,分别对应波长为  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  时温度分别为  $20^\circ\text{C}$  和  $80^\circ\text{C}$  时水的折射率<sup>[8]</sup>。而图 4 为不同指数参量下的折射率递增分布曲线,其中  $n_0 = 1.3178$ ,  $n_1 = 1.333$ 。图 3 和图 4 中的直线折射率分布表示粒子折射率为均匀分布,折射率大小为图中给定的数值。

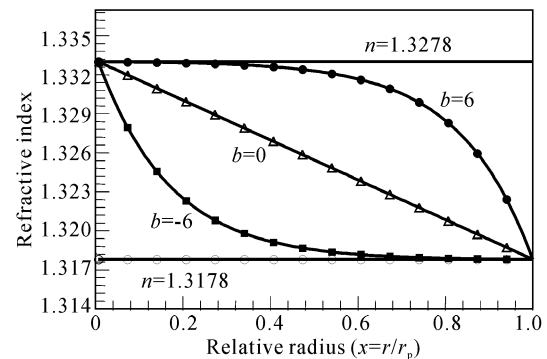


Fig. 3 Profile of refractive index with  $n_0 = 1.333$  and  $n_1 = 1.3178$

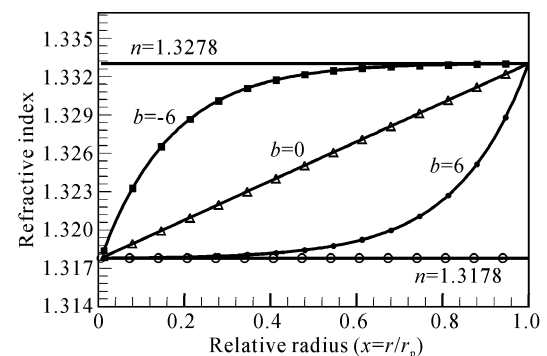


Fig. 4 Profile of refractive index with  $n_0 = 1.3178$  and  $n_1 = 1.333$

#### 4 非均匀球彩虹分布理论结果

利用多层球广义洛伦兹-米氏理论,我们计算了上述折射率分布情况下的多层球一阶彩虹强度角分布,结果如图 5 和图 6 所示。其中多层球的直径为  $600\ \mu\text{m}$ , 计算层数为 150 层, 入射光波长为  $632.8\ \text{nm}$ 。照射光波长选用  $632.8\ \text{nm}$  是由于该波长是氦氖激光器输出的典型波长, 氦氖激光器由于其优良特性和低廉的价格在光粒度测量中被广泛使用。对于多层球的散射计算, 其强度分布与折射率

的分层数及分布、直径大小密切相关, 对于确定的直径和折射率范围, 只有当分层数大于确定的层数, 其散射分布可近似为折射率连续分布时的散射角分布。经过计算和比较, 对于上述图 3 和图 4 的折射率范围, 如果多层球的直径为  $d=600\ \mu\text{m}$ , 分层数达到 150 层后, 其散射结果就与分层数基本没有关系。因此, 图 5 和图 6 为多层球的直径  $d=600\ \mu\text{m}$ , 层数  $N=150$ , 入射光波长  $\lambda=632.8\ \text{nm}$  的一阶彩虹理论计算结果。

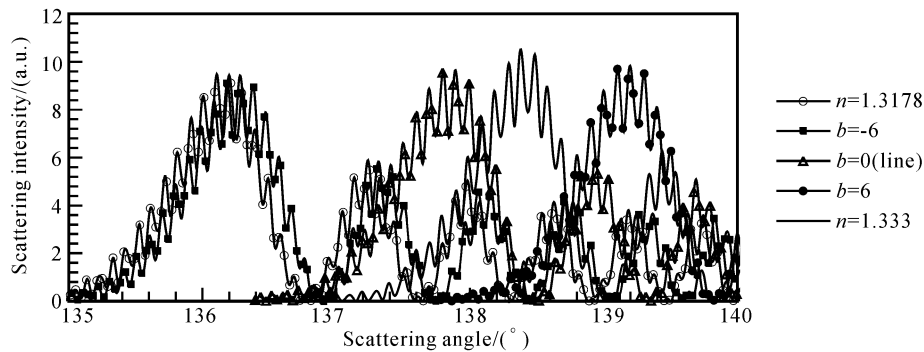


Fig. 5 First rainbow simulated by Lorentz-Mie theory for a multi-layered sphere, the refractive index profile is same as Fig. 3 (diameter:  $d=600\ \mu\text{m}$ , number of layers:  $N=150$ , wavelength:  $\lambda=632.8\ \text{nm}$ )

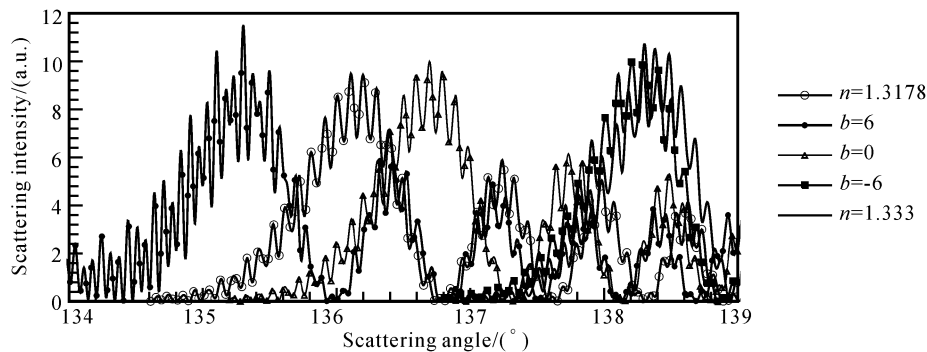


Fig. 6 First rainbow simulated by Lorentz-Mie theory for a multi-layered sphere, the refractive index profile is same as Fig. 4 (diameter:  $d=600\ \mu\text{m}$ , number of layers:  $N=150$ , wavelength:  $\lambda=632.8\ \text{nm}$ )

图 7 和图 8 给出了折射率指数变化情况下, 彩虹角分布的前五个艾里峰角位置随指数参量  $b$  的变化情况。其中多层球的直径同为  $600\ \mu\text{m}$ , 分层数为 150 层, 入射光波波长  $632.8\ \text{nm}$ 。

上述研究结果表明, 非均匀球一阶彩虹角位置与其折射率分布关系密切。从图 5 和图 7 可以看出, 对于图 3 的折射率指数衰减时的情况, 当  $b > 1$  时, 其彩虹强度角分布角位置大于折射率为  $n=1.333$  (该折射率为折射率分布中的最大折射率) 的均匀球粒子的彩虹角位置; 当  $b$  约为 6 时, 彩虹角位置达到最大值, 随后, 随着  $b$  的继续增大, 彩虹角位置逐渐减小, 并趋近于最大折射率  $n=1.333$  均匀

球的彩虹角位置; 而当  $b < 1$  时, 彩虹角位置随着  $b$  的减小而减小, 逐渐趋近最小折射率  $n=1.3178$  的均匀球的彩虹角位置。

而从图 6 和图 8 可以看出, 当折射率分布为图 4 的情况时, 当  $b > 1$  时, 多层球的彩虹角位置要小于折射率为  $n=1.3178$  (该折射率为折射率分布中的最小折射率) 的均匀球粒子的彩虹角位置, 当  $b$  大约为 6 时, 彩虹角位置达到最小值, 当  $b$  值继续增大, 彩虹角位置逐渐增大, 趋近于最小折射率  $n=1.3178$  的均匀球的彩虹角位置。当  $b < 1$  时, 彩虹角位置随着  $b$  的减小而增大, 逐渐趋近最大折射率  $n=1.333$  的均匀球的彩虹角位置。

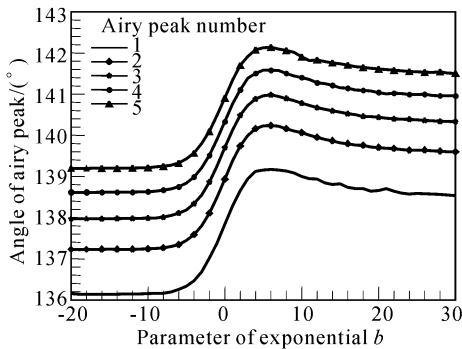


Fig. 7 Positions of Airy peaks of the first rainbow as function of parameter  $b$  of Fig. 3 (diameter:  $d = 600 \mu\text{m}$ , number of layers:  $N = 150$ , wavelength:  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ )

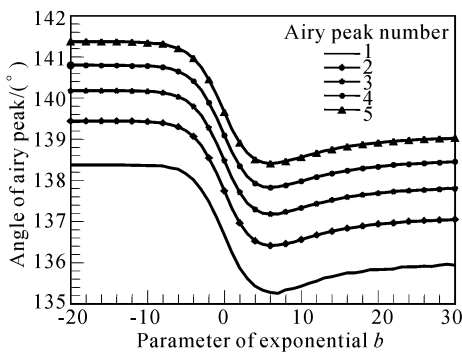


Fig. 8 Positions of Airy peaks of the first rainbow as function of parameter  $b$  of Fig. 4 (diameter:  $d = 600 \mu\text{m}$ , number of layers:  $N = 150$ , wavelength:  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ )

对于非均匀球彩虹角位置与折射率分布指数参量之间的上述变化关系的解释,从几何光学角度来看,光线在球内的几何路径为非直线,与折射率的分布密切相关,特别是与非均匀球粒子表面附近的折射率梯度关系密切,而球心附近的折射率分布的影响比较小,甚至是没有影响。对于指数衰减的折射率分布,如图 3 所示折射率分布,在表面附近,折射率分布从外向内是逐渐增加的。当  $b > 1$  且取值较大时,球表面附近的折射率梯度比较大,对光线的折射作用比较明显,此时的一阶彩虹角会大于均匀球的彩虹角。但是,当  $b$  值足够大时,粒子仅在表面附近很小的范围内存在梯度变化,而球内部基本可视为均匀球,此时的表面附近非均匀折射率的影响非常的小,使得其一阶彩虹角分布非常趋近折射率为  $n = 1.333$  的均匀球的彩虹角分布。而对于  $b < 0$  时非均匀球的折射率分布,从图 3 可以看出,表面附近的梯度比较小,而球心处的梯度较大,随着  $b$  值的逐渐减小,表面附近的折射率梯度也逐渐减小并趋零,

即表面附近的折射率分布基本趋于均匀球的折射率分布,当  $b$  足够的小,非均匀球仅在球心附近存在折射率梯度,因此对一阶彩虹的影响也就逐渐减小,使得它的一阶彩虹角分布非常接近折射率为  $n = 1.3178$  的均匀球的彩虹角分布。

对于折射率分布为指数增加的情况,即图 4 所示的折射率分布,其一阶彩虹角分布的解释方法与折射率衰减变化的情况相类似,但注意到此时在球表面附近的折射率变化由外向内是逐渐减小的,因此,对一阶彩虹角的影响不同于折射率由外向内逐渐增加时的情况。

综上所述,多层球彩虹角位置与折射率分布密切相关,无论折射率为指数增大还是指数衰减,在  $b > 1$  时,彩虹角位置与指数参量  $b$  之间不再是单值的一一对应关系,这为利用彩虹角位置探测反演多层球折射率分布带来了一定困难。为了利用彩虹角分布反演多层球的折射率分布,还必须寻找其他的一些强度分布信息,如二阶彩虹强度分布等信息,此工作还需进一步的研究。

**结论** 本文利用广义洛伦兹-米氏理论,研究了非均匀球折射率分布按指数规律变化时,其一阶彩虹角分布随折射率变化的情况。研究表明,无论折射率为指数增大还是指数衰减,非均匀球彩虹角位置与折射率分布密切相关,这使得利用彩虹角分布反演多层球的折射率分布成为可能。但是,由于在折射率分布指数参量大于 1 时,彩虹角位置与指数参量之间不是单值关系,不能仅仅借助多层球的一阶彩虹角分布反演它的折射率分布。

## 参 考 文 献

- 1 Roth N, Anders K, Frohn A. Simultaneous measurement of temperature and size of droplets in the micrometer range. *Proc. 7<sup>th</sup> Int. Congr. on Optical Methods in Flow and Particle Diagnostics*, 1988, **67**:294~304
- 2 Anders K, Roth N, Frohn A. Theoretical and experimental studies of the influence of internal temperature gradients on rainbow refractometry. *PARTEC95, 4<sup>th</sup> International Congress Optical Particle Sizing*. Nurnberg, Germany, 21~23 March 1995. 419~428
- 3 Wu Zhensen, Guo Lixin, Ren Kuanfang *et al.*. Improve of electromagnetic scattering of plane wave and beam for Multilayered sphere. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(21):5188~5198
- 4 Han Xiang'e, Ren Kuanfang, Mees Loic *et al.*. Surface waves/geometrical rays interferences: Numerical and experimental behaviour at rainbow angles. *Opt.*

- Commun.*, 2001, **195**(14):49~54
- 5 Wang W T, van de Hulst H C. Rainbows: Mie computations and the Airy Approximation. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(1):106~117
- 6 van Beeck J P A J, Riethmuller M L. Nonintrusive measurements of temperature and size of single falling raindrops. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(10):1633~1639
- 7 van Beeck J P A J, Riethmuller M L. Rainbow phenomena applied to measurement of droplet size and velocity and to the detection of nonsphericity. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(13):2259~2266
- 8 Corbin C, Han X, Wu Z S *et al.*. Rainbow refractometry: application to nonhomogeneous scatterers. 3<sup>rd</sup> *International Conference on Fluid Dynamic Measurement and Its Applications*. Beijing, China, 1997, October., Beijing: International Academic Publisher, 1997. 39~44

## Rainbow and Its Applications to Nonhomogeneous Sphere

Han Xiang'e<sup>1</sup> Ren Kuanfang<sup>2</sup> Grehan G<sup>2</sup> Gouesbet G<sup>2</sup> Wu Zhensen<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> *School of Science, Xidian University, Xi'an 710071*

<sup>2</sup> *LESP, UMR 6614/CORIA, INSA de Rouen, BP 12, 76801 Saint Etienne du Rouvray, France*)

(Received 8 April 2002; revised 23 July 2002)

**Abstract:** The first rainbow of multilayer spheres is studied, whose profiles of the refractive index are exponential decrease or increase by using generalized Lorentz-Mie theory of multilayer sphere. The results obtained demonstrate that the angle positions of the rainbow of the multilayer sphere is sensitive to the refractive index profile, whether the refractive index exponential decrease or exponential increase. The results are very useful to probe the refractive index, its gradients and temperature of the combustible particle.

**Key words:** physical optics; rainbow; light scattering; particle sizing; Mie theory

\*\*\*\*\*

## ILOPE 2003

### 第 9 届中国国际激光及光电子产品展览会

展会地点: 中国国际展览中心·北京

展会时间: 2003 年 10 月 23~25 日

展品大类:

1 光电材料和元件

2 激光器与应用

3 光通信产业

4 显示技术及设备

5 光信息产业

6 光学仪器

7 红外、传感技术等相关应用

联系方式:

中展集团北京华港展览有限公司

方 芳 刘宝存 梁 晨 李 超

电 话: 010-84600341, 84600339, 84600335 传 真: 010-84600325, 84600346

电子邮件: fang@ciec-exhibition.com lc@ciec-exhibition.com

中国光学光电子行业协会

所洪涛 吕玉华

电 话: 010-64362211-490 传 真: 010-64347322

电子邮件: coema@public2.bta.net.cn

展会网址: <http://www.ilope-expo.com> <http://ilope.ciec-exhibition.com>