

文章编号: 0253-2239(2003)06-0662-4

用重谱检测天文迭代位移叠加法的收敛过程*

邱耀辉 刘 忠 金振宇

(中国科学院国家天文台, 云南天文台, 昆明 650011)

摘要: 在天文像复原“迭代位移叠加法”中, 判定其迭代过程发展的方向和收敛结果是否正确是关键问题。根据斑点掩模法中目标重谱与目标像间的相互对应的性质, 用目标重谱作为检验迭代结果的标准函数。用最小二乘法鉴别迭代过程的发展方向和收敛结果, 因而可避免迭代过程的盲目性, 并将得到正确复原像。

关键词: 信息光学; 迭代位移叠加法; 收敛标准; 重谱

中图分类号: 文献标识码: A

1 引 言

天文高分辨率像复原实验表明, 用像复原新方法——迭代位移叠加法 (Iterative shift-and-add)^[1,2]可消除大气湍流干扰, 实现地基望远镜衍射受限分辨率成像。该方法对观测到的大量目标斑点图进行相关位移叠加的统计处理, 采用迭代方式逐步获得正确的位移叠加基准点, 将隐含于每幅斑点图中的目标最强衍射受限像严格地按此基准点对齐并对中后进行叠加平均, 在迭代过程收敛的最后一步, 其结果将被认为是所期望的像复原结果。显然, 怎样判断输入的初始信息, 迭代收敛方向和最终的像复原结果是否正确是该方法的关键。然而在阐述迭代位移叠加法的有关文献中, 迄今未对此问题进行过讨论。本文着重介绍了我们在像复原实验中已经成功地使用过的方法, 它以由斑点掩模法 (Speckle masking)^[3,4]得到的目标重谱作为标准函数, 用最小二乘法检验迭代过程, 有效地判断了迭代过程的收敛的性质, 保证了最终像复原结果的正确性。

2 目标像与目标重谱的关系

在斑点掩模法中, 分别对被观测目标和参考星 (目标近旁一点源单星) 的一系列短曝像 (斑点图) 进行三阶矩统计, 即计算其平均三重自相关的傅里叶

变换对——平均重谱; 分别得到目标斑点图的平均重谱和斑点掩模法传递函数, 用后者对前者卷积得到消除了大气湍流和望远镜自身的像差后的目标衍射受限像的重谱 (以下简称“目标重谱”)。

在本文中用小写英文字母表示空间域中的函数, 而相应的大写字母表示其傅里叶变换。设目标的强度分布或原像表为 $o(x)$, 这里 x 为空间 2 维坐标变量, 它的傅里叶谱表为 $O(u)$, 目标重谱表为 $O^{(3)}(u, v)$, 其中 u, v 均为 2 维空间频率坐标变量, 重谱是 4 维函数。其定义表为

$$O^{(3)}(u, v) = O(u)O(v)O(-u - v). \quad (1)$$

设目标重谱的相位为 β , 目标谱相位为 $\varphi(u)$, 显然 (1) 式中存在如下相位关系:

$$\varphi(u + v) = \varphi(u) + \varphi(v) - \beta(u, v), \quad (2)$$

(2) 式即为相位递推公式, 表明由目标重谱相位可得到目标谱相位 $\varphi(u)$, 相位递推 (详细递推过程请参阅文献[5]) 是一个相当繁杂的过程。

在对目标谱和重谱进行归一化处理, 有 $O(0) = 1, O^{(3)}(0, 0) = 1$, 当令 $v = 0$ 时, (1) 式变为斑点干涉术^[6]的功率谱 $O^{(2)}(u)$, 表为

$$O^{(2)}(u) = O(u)O(-u) = |O(u)|^2, \quad (3)$$

其中 $|O(u)|$ 为目标像的傅里叶模。得到模和相位后, 就得到了目标像的傅里叶谱

$$O(u) = |O(u)| \exp[i\phi(u)],$$

其中 i 为虚数单位, 对 $O(u)$ 进行傅里叶逆变换即可得到目标复原像 $o(x) = \mathcal{F}^{-1}[O(u)]$, 其中 $\mathcal{F}^{-1}[\cdot]$ 表示对括号中的函数进行傅里叶逆变换。

上述分析表明, 由目标重谱可得到目标高分辨率复原像, 因为目标重谱包含了复原目标像所需的全部信息——模和相位, 目标像与其重谱间必存在

* 国家自然科学基金(19183001)、中国科学院天文口基金资助课题。

E-mail: gfb@public.km.yn.cn

收稿日期: 2002-04-01; 收到修改稿日期: 2002-06-19

着一一对应关系。

3 迭代位移叠加法的数据处理过程

迭代位移叠加法的思维方式来自于“简单位移叠加法”^[7,8]，它认为大气-望远镜综合成像系统的瞬时点扩展函数(对一点源单星的瞬时像)中存在有一个强度极大值点(在文献[2]中我们对此现象用干涉成像观点进行了有说服力的解释)，此“强度极大值点”将在目标的瞬时短曝光像-斑点图中产生目标的强度最大的衍射受限像，因目标斑点图等于此点扩展函数与目标强度分布的卷积。简单位移叠加法寄期望于将目标的很多幅斑点图按每幅中的强度极大值点位移对中并相互叠加平均后，应该使每幅斑点图中的最强目标衍射受限像相互对齐并相加，就得到空出显现的目标高分辨率的衍射受限像。但事实并非如此，显而易见的原因是：当目标本身具有两个以上强度相近的成员时，或者由于斑点图中的斑点间的交叠均会形成强度极大值点，都将使简单地以强度极大值点作为对斑点图位移叠加的基准点是错误的。怎样确定该每幅斑点图中“强度最大的目标衍射受限像”的位置就成为问题的关键。

我们利用像的几何结构的自相关极大点与像的位置间具有精确的几何关系的特点，提出了对简单位移叠加法的一种改进——“迭代位移叠加法”，它用目标像结构的初始信息(可由斑点干涉术或简单位移叠加法得到)与目标的每幅斑点图进行相关运算，以得到的相关极大点为斑点图位移叠加的基准点进行位移叠加平均，将叠加平均的结果，经 CLEAN 算法消卷积^[9]后得到的结果作为新的目标信息，再将新信息再与各斑点图进行相关运算……，如此反复迭代至收敛，此时的结果就得到了目标的衍射受限复原像，因在达到收敛的最后一步中，输入的目标信息已经是目标复原像本身，它与每幅目标斑点图中最强目标衍射受限像进行相关运算，得到的相关极大值点就是我们最终要找的目标像的自相关极大值点，它才是“正确的位移叠加基准点”，得到的位移叠加结果才是正确的像复原结果。

为表示上述相关迭代运算过程，下面给出一组必要的符号定义：迭代位移叠加法的点扩展函数为 $p_1(x)$ ，它由近 N 幅参考星斑点图按迭代位移叠加法计算得到；目标在某时刻 j 的瞬时像——目标的第 j 幅斑点图表为 $i_j(x)$ ，其中 $j=1, 2, \dots, N$ ，即 N 为被观测和处理的斑点图幅数，目标的初始信息表

为 $o'_0(x)$ ，第 k 次相关迭代的结果用 $o'_k(x)$ 表示；设迭代总次数为 K ， x_{kj} 为第 k 次迭代中的目标信息 $o'_{k-1}(x)$ 与第 j 幅目标斑点图 $i_j(x)$ 进行相关运算后得到的相关极大值点的位置坐标，即

$$o'_{k-1}(x) \otimes i_j(x) \Rightarrow x_{kj}, \quad (4)$$

其中 \otimes 为相关运算符， \Rightarrow 表示由其左边的运算所导致的右边的间接结果；设 $\bar{i}_k(x)$ 为第 k 次迭代中对 N 幅斑点图按每幅斑点图的 x_{kj} 位移对中后叠加平均的结果，即有

$$\bar{i}_k(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N i_j(x - x_{kj}). \quad (5)$$

在下一步骤中，用迭代位移叠加法的点扩展函数 $p_1(x)$ 经 CLEAN 算法对第 k 次迭代位移叠加结果 $\bar{i}_k(x)$ 消卷积，结果表为 $o'_k(x)$ ：

$$o'_k(x) = \bar{i}_k(x) \odot p_1(x), \quad (6)$$

其中 \odot 为消卷积算符。将第 k 次迭代位移叠加得到的结果 $o'_k(x)$ 又作为第 $k+1$ 次迭代位移叠加初始信息，将得到的第 $k+1$ 次迭代的结果 $o'_{k+1}(x)$ 又作为其下一步迭代的位移叠加初始信息，……，如此循环直至收敛。

4 用重谱最小二乘方法判断迭代过程和检验收敛结果

4.1 目标重谱的最小二乘方法

按第 2 节中给出的目标像与目标重谱之间的对应关系，我们提出以目标重谱作为迭代位移叠加法的迭代收敛的标准函数，首先用斑点掩模法计算出目标的重谱 $O^{(3)}(u, v)$ ，在需进行收敛情况检验的迭代步骤中计算出迭代结果 $o'_k(x)$ 的重谱：首先计算其傅里叶变换得到频谱： $O'_k(u)$ ，再计算其重谱，表为 $O_k^{(3)}(u, v) = O'_k(u)O'_k(v)O'_k(-u-v)$ ，它与标准函数间的差的平方在所有频率成份上的和被定义为“差函数”。第 k 次迭代的差函数表为 σ_k ，它的值由下面的积分给出：

$$\sigma_k = \int |O^{(3)}(u, v) - O_k^{(3)}(u, v)|^2 dudv. \quad (7)$$

在选定一合理的最小差函数之值 σ_m 后，将差函数值 σ_k 与之比较，当 $\sigma_k \leq \sigma_m$ 时，则迭代到此收敛，此时 $k = K$ ，结果 $o'_K(x)$ 即为像复原结果。

怎样选择合理的 σ_m 是实际操作中的重要问题，有必要对之进行如下讨论： σ_m 之值的选定主要取决于下面的两个因素：(i) 对像复原结果的精度要求；(ii) 用斑点掩模法得到的目标重谱 $O^{(3)}(u, v)$

作为最小二乘法的标准函数,其精度能达到的水平有多高。

由于因素(i)是人为因素,要求达到高精度复原时, σ_m 应取较小值,反之取较大值,(例如在实际操作中,我们按对复原精度的要求设定的 σ_m 值在 $|O^{(3)}(u,v)|$ 的积分值 $R = \int |O^{(3)}(u,v)| dudv$ 的1%~5%范围内)。

而因素(ii)则同时具有人为和客观条件,其中人为条件是能否采取正确的消除各种噪声对目标重谱的影响,例如我们在文献[10~12]中所进行的对噪声偏差的改正那样。而其客观条件是斑点成像技术本身的信噪比的限制,按 Goodman 对斑点干涉术的信噪比的分析^[13]可知,在目标每幅斑点图中所探测到目标的光子数大于 200 的情况下,对目标傅里叶模复原的信噪比与所探测到的斑点图幅数 N 的 1/2 次方成正比,如上所述,重谱中包含了目标傅里叶模,此信噪比限制同样适用于目标重谱。一旦完成了一次观测,斑点图幅数 N (由探测器的纪录速度和气候条件所限) 就已无法改变。我们的对策是,当 N 达到 10^3 量级时,信噪比属中等水平,实验表明, σ_m 一般取 R 的 1%~5% 内的值均可达到复原的精度要求;而当 N 仅达到 10^2 量级时,信噪比属低等水平,为了能达到复原的精度要求, σ_m 应取较小值,如 R 的 1% 的值。对于每幅目标斑点图中所探测到目标的光子数小于 200 的情况下,情况更为复杂,宜采取的对策是尽量增加 N 值以提高信噪比,否则只有降低对像复原精度的要求,此时 σ_m 还是应取较小值,如 R 的 1%~2% 之间的值,以保证达到所要求的像复原精度。

4.2 对迭代过程发展方向的判断

理论和实践均表明,初始信息正确否将直接影响迭代过程的收敛性质,而用简单观察各迭代步骤的结果的方法难于判断迭代的发展方向的正确性,必须有一个严格的判断标准。如上所述,目标的重谱可作为严格的标准。原理上,一般把由(7)式给出的计算加入每一迭代步骤中去,成为迭代过程中的一部分,可由 σ_m 与 σ_k 之间的比较实时地判断迭代是收敛的还是发散的。若为发散,则至少说明第一步输入的目标像结构的初始信息是错误的,应及时停止迭代,重新选择正确的初始信息;否则应检查其他方面的问题。但事实上,由于重谱 $O_k^{(3)}(u,v)$ 的计算量比较大,若每一步都计算,将加大计算量,为保持迭代位移叠加法简单快捷的特点,在实际处理中,我们采

用分段检验方式,每隔几次迭代才抽检一次。

4.3 对最终结果的检验

在迭代趋于收敛的末期,用上述重谱最小二乘法对最终结果进行检验是很方便和严格的,关键是能否满足所给出的判定标准 $\sigma_k \leq \sigma_m$ 。大量实验表明,只要收敛方向正确,一般均能满足此判定标准,否则,必须考虑各种噪声(斑点图的非线性噪声、探测器的附加噪声、光子噪声)对目标重谱的影响是否已被消除^[10~12],正确的目标重谱是满足此判定标准的基本条件。

5 两个像复原实例

在文献[2]中,由于篇幅所限,我们给出的实验没有提及对收敛结果的严格的检验问题,为此这里对两个天文目标的像复原实验中收敛结果的检验情况进行说明。两目标均是在云南天文台 1 m 口径望远镜上观测的,被复原的双星目标 ADS16800 被分辨的角距为 0.17 角秒,两成员的强度比为 1.00:1.02,另一个目标是三星 ADS16648,复原的 3 成员的角距分别为 2.26"、2.23"和 0.15",强度比为 1:0.1:0.1,两结果均为克服了大气的严重限制后的复原像,观测分辨率已接近 1 m 望远镜的衍射受限分辨率 0.14",复原像及其他详细观测实验情况请参阅文献[2]。

在两目标的迭代数据处理过程中,我们选择在 k 分别为 3、6、9、10 次迭代步骤中插入重谱最小二乘法进行跟踪检测,由判定标准 $\sigma_k \leq \sigma_m$ 可明显看出 σ_k 趋于 σ_m 的速度很快,当迭代进行到 $k=9$ 时,已基本接近判定标准,到第 10 次,满足判定标准,达到收敛条件,两目标迭代过程的总次数均为 $K=10$ 。

尽管在每个目标像复原的迭代过程中我们计算了 4 次位移叠加结果的重谱,使数据处理的时间加长了不少,但它使我们清楚地看到迭代过程是向正确的收敛方向进行,说明所给的初始信息是正确的;目标重是消除了噪声的;实验说明了空域像复原方法和频率域像复原方法的一致性。

结语 本文对迭代位移叠加天文像复原法收敛结果的检验方法进行的讨论,使对该像复原法的描述趋于完备;利用目标重谱包含了目标像完整的傅里叶谱的信息的特点,我们得到了检验迭代过程结果正确性的可靠标准,同时它还将对迭代过程收敛方向是否正确进行有效的甄别。所进行的实验结果明

白, 尽管需要计算几次迭代结果的重谱, 但与斑点掩模法相比, 迭代位移叠加法仍然保持了简单快捷的数据处理特点, 它无需进行计算量巨大的由目标重谱递推目标相位谱和模的繁杂计算。

参 考 文 献

- 1 Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lu Ruwei. Reconstruction of video image through turbulent atmosphere. *Proc. SPIE*, 1998, **3561**:326~331
- 2 Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei *et al.*. A new method for astronomical image reconstruction in spatial region: Iterative shift-and-add technique. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2001, **21**(2):186~191 (in Chinese)
- 3 Lohmann A W, Weigelt G P, Wirtzner B. Speckle masking in astronomy-triple correlation theory and application. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24):4028~4037
- 4 Bartelt H, Lohmann A W, Wirtzner B. Phase and amplitude recovery from bispectra. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18):3121~3129
- 5 Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lou Ke *et al.*. Phase recovery methods in speckle masking and image reconstruction experiment. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(7):932~940 (in Chinese)
- 6 Labeyrie A. Attainment of diffraction limited resolution in large telescopes by Fourier analyzing speckle patterns in star images. *Astron. Astrophys.*, 1970, **6**(1):85~87
- 7 Bates R H T, Cady F W. Towards true imaging by wideband speckle interferometry. *Opt. Commun.*, 1980, **32**(3):365~369
- 8 Hunt B R, Fright W R, Bates R H T. Analysis of the shift and add method for imaging through turbulent media. *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, **73**(4):456~465
- 9 Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei *et al.*. The application of CLEAN algorithm to astronomical image reconstruction working in spatial domain. *Publications of Yunnan Observatory* (云南天文台台刊), 2000, (2):1~9 (in Chinese)
- 10 Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lou Ke *et al.*. A positive restriction method to correct noise bias terms in bispectrum and the experiment in astronomical high resolution image reconstruction. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(2):163~170 (in Chinese)
- 11 Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lu Ruwei *et al.*. Analysis of noise influence on astronomical speckle imaging techniques. *Acta Optica Sinica* (光学学报) 2002, **22**(4):417~421 (in Chinese)
- 12 Qiu Yaohui, Liu Zhong, Lu Ruwei *et al.*. Noise bias compensation in the iterative shift-and-add method for astronomical image reconstruction. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(7):829~833 (in Chinese)
- 13 Goodman J W. *Statistical Optics* (统计光学). Transl. by Qin Kecheng, Liu Peisen, Cao Qizi *et al.*. Beijing: Science Press, 1992. 468 (in Chinese)

To Test the Convergence Process of Astronomical Iterative Shift-and-Add Technique by Bispectrum

Qiu Yaohui Liu Zhong Jin Zhenyu

(Yunnan Observatory, National Astronomical Observatories,
The Chinese Academy of Sciences, Kunming 650011)

(Received 1 April 2002; revised 19 June 2002)

Abstract: In the method of iterative shift-and-add for astronomical image reconstruction, a key problem is to determine whether the developing direction and the convergence result of the iterative process are correct. According to the properties that an object bispectrum corresponds to the image of the object in speckle masking method, the object bispectrum is adopted as the standard function to test the iterative results. The method of least-square is used to distinguish the developing direction and convergence result of the iterative process, so that the blind action of the iterative process can be avoided and a correct reconstructed image will be got.

Key words: information optics; iterative shift-and-add method; convergence standard; bispectrum