

文章编号: 0253-2239(2003)06-0641-5

# 厚高阶光学非线性介质 Z 扫描的变分法分析\*

刘智波 臧维平 田建国\*\* 周文远 张春平 张光寅  
(南开大学物理科学学院光子学中心, 天津 300071)

**摘要:** 利用变分法对具有五阶光学非线性介质的 Z 扫描特性进行了研究。通过比较,发现当介质在具有较大的五阶非线性系数或较大光强的情况下,五阶非线性项的作用是不可忽略的。这对光限制器的设计和 Z 扫描实验都具有一定的指导意义。

**关键词:** 非线性光学; Z 扫描; 五阶非线性; 变分法  
中图分类号: O437 文献标识码: A

## 1 引 言

Z 扫描(Z-scan)方法是由 Sheik-Bahae 等<sup>[1]</sup>最先提出的,它采用单一激光束灵敏地测量光学材料的非线性系数的符号及大小。从其提出到现在的十多年里,Z 扫描技术已被广泛地应用于许多材料的非线性测量。而且,Z 扫描技术的理论研究也得到了很大的发展:从薄介质到厚介质<sup>[2~5]</sup>;从三阶非线性系数的测量到介质非线性吸收的测量<sup>[6]</sup>;从一般的高斯光束到顶环光束<sup>[7]</sup>,及椭圆高斯光束<sup>[8]</sup>;从高斯分解法到变分法<sup>[9]</sup>,菲涅耳衍射法<sup>[10]</sup>等等。Z 扫描的精度得到了很大的提高<sup>[11,12]</sup>,研究方法也变得更加广泛。

但是,具有五阶非线性介质的 Z 扫描理论分析至今还很少。通常情况下,非线性光学材料中,高阶非线性效应比低阶效应要小几个数量级,因而,三阶以上的非线性效应可以忽略不计。但对一些具有很大的光学非线性的材料,如向列液晶(NLC)<sup>[13]</sup>,一部分半导体材料,五阶非线性会明显地表现出来。而且,随着激光输出功率的增大以及飞秒激光器的出现,在光强很大的情况下,五阶非线性同样也是不可以忽略的<sup>[14~16]</sup>。

本文就存在五阶非线性情况下的 Z 扫描特性进行了变分法分析。所得结果同时适用于薄介质和厚介质的情况。通过对存在和不存在五阶非线性 Z

扫描结果的比较,可以看到五阶非线性的影响在一定条件下是不可忽略的。而且,不同的情况,其影响也是不同的,理论结果与文献[14]中的实验结果是相一致的。

## 2 五阶非线性方程的变分公式

分析从有损耗非线性介质中传播光束的电场包络方程出发:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right) - 2ik \frac{\partial E}{\partial z} - i\alpha k E + \frac{2n_2 k^2}{n_0} |E|^2 - \frac{2n_4 k^2}{n_0} |E|^4 E = 0, \quad (1)$$

这里  $r$  为径向坐标,  $z$  为光束传播方向坐标,  $k$  为线性波矢值, 折射率  $n$  为

$$n = n_0 - \frac{i\alpha c}{2\omega} + n_2 |E|^2 - n_4 |E|^4,$$

其中  $n_0$  为介质的线性折射率,  $\alpha$  为介质的线性吸收系数,  $n_2$  为三阶非线性系数,  $n_4$  为五阶非线性系数,  $\omega$  为光束的角频率。在无线性损耗介质中, 有  $\alpha = 0$ , 在这种情况下可以很容易地对(1)式进行处理。

但对(1)式进行精确求解是很困难的, 这里采用变分法对其求解。其相应的拉格朗日量为

$$L = r \left[ \left| \frac{\partial E}{\partial r} \right|^2 - ikr \left( E \frac{\partial E^*}{\partial z} - E^* \frac{\partial E}{\partial z} \right) - \frac{n_2 k^2}{n_0} |E|^4 + \frac{2n_4 k^2}{3n_0} |E|^6 \right], \quad (2)$$

在进行变分处理时, 采用高斯形式的尝试函数, 此假设与傍轴近似是一致的。

$$E(z, r) = A(z) \exp \left[ -\frac{r^2}{2a^2(z)} + ib(z)r^2 \right], \quad (3)$$

式中的  $A(z)$ ,  $a(z)$ ,  $b(z)$  为束参函数, 将(3)式代入

\* 国家杰出青年基金(60025512)、国家自然科学基金(18974032)、教育部重点研究项目(00026)、教育部骨干教师计划及霍英东教育基金会青年教师基金(71008)资助课题。

\*\* E-mail: jjtian@nankai.edu.cn

收稿日期: 2002-03-29; 收到修改稿日期: 2002-07-04

(2) 式并对其完成积分,得

$$\langle L \rangle = (1 + 4b^2 a^2) |A|^2 - ik \left( A \frac{\partial A^*}{\partial z} - A^* \frac{\partial A}{\partial z} \right) a^2 - 2k |A|^2 a^4 \frac{\partial b}{\partial z} - \frac{n^2 k^2 a^2 |A|^4}{2n_0} + \frac{2n_4 k^2 a^2 |A|^6}{3n_0}, \quad (4)$$

分别对  $A^*$ ,  $A$ ,  $a$ ,  $b$  取变分,可得到下列耦合方程组:

$$\frac{d}{dz} (a^2 |A|^2) = 0, \quad (5a)$$

$$ika^2 \left( A^* \frac{dA}{dz} - A \frac{dA^*}{dz} \right) = |A|^2 \left( 1 + 4b^2 a^4 - 2ka^4 \frac{db}{dz} - \frac{n_2 k^2 a^2 |A|^2}{n_0} + \frac{2n_4 k^2 a^2 |A|^4}{3n_0} \right), \quad (5b)$$

$$b = -\frac{k}{2a} \frac{da}{dz}, \quad (5c)$$

$$\frac{d^2 a}{dz^2} + \frac{1}{k^2 a^3} \left( \frac{n_2 k^2 a^2 |A|^2}{n_0} - 1 \right) - \frac{1}{k^2 a^5} \left( \frac{4n_4 k^2 a^4 |A|^4}{4n_0} \right) = 0. \quad (5d)$$

很明显,一旦从方程(5d)中解出  $a(z)$ ,其他的光束参量很容易从(5a)~(5c)得出。令振幅  $A$  的径向相位为  $\phi$ ,则  $A = |A| \exp(i\phi)$ ,方程(5d)可以被写为

$$ka^2 \frac{d\phi}{dz} = 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{n_2 k^2 a^2 |A|^2}{2n_0} \right) + \frac{10}{4} \left( \frac{4n_4 k^2 a^2 |A|^4}{9n_0} \right), \quad (6)$$

可以看出,如果由(5d)将  $a(z)$  解出, $b(z)$  和  $\phi(z)$  也就确定了,因此光束传播的动态行为也就知道了。

由方程(5a)可知,  $|A|^2 a^2 = A_0^2 a_0^2$  为常量,因此,方程(7d)变成

$$\frac{d^2 a}{dz^2} + \frac{1}{k^2 a^3} (p - 1) - \frac{a_0^2}{k^2 a^7} p_s = 0, \quad (7)$$

$$\text{其中 } p = \frac{n_2 k^2 a_0^2 A_0^2}{2n_0}, p_s = \frac{4n_4 k^2 a_0^4 A_0^4}{9n_0}.$$

由(7)式可以推出光束宽度所满足的动态方程

$$\left( \frac{da}{dz} \right)^2 = \pi(a), \quad (8)$$

$$\pi(a) = \frac{\mu}{a^2} - \frac{\nu}{a^6} + \lambda, \quad (9)$$

$$\text{式中 } \mu = \frac{1}{k^2} (p - 1), \nu = \frac{a_0^2 p_s}{3k^2}, \lambda = y_0^2 - \frac{\mu}{a_0^2} + \frac{\nu}{a_0^6},$$

$y_0 = \left. \frac{da}{dz} \right|_{a=a_0}$ , 因此  $y_0$  可从(5c)求得。从(9)式中可以看到,右边第二项为五阶非线性对光束宽度变化的影响。

### 3 Z扫描理论

图1为紧聚焦配置下的Z扫描原理示意图。设光束束腰位置为原点  $o$ ,  $z$  的取值为原点到介质中心的距离,  $L$  为介质厚度,  $D$  为探测光阑到束腰的距离。为了求得在介质射出表面光束的各参量值,要对(8)

式进行求解,积分后可得

$$\int_{a_0}^{a_L} \pm \frac{da}{\sqrt{\pi(a)}} = L, \quad (10)$$

从图中可以看到,对于方程(8)的求解,需要将其在三种不同的情况下进行考虑:

1) 束腰位于介质的前表面上或前表面之前 ( $z > L$ ), 此时  $da/dz > 0$ 。对于(10)式左边应取正号,则

$$F(a_L) - F(a_0) = L, \quad (11)$$

式中  $F(a) = \int \frac{da}{\sqrt{\pi(a)}}$ 。当  $n_4 = 0$ , 即不考虑五阶非线性时,  $F(a)$  的表达式为

$$F(a) = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\mu + \lambda a^2}, \quad (12)$$

从(11)式可以得到在介质后表面的光束半径  $a$ 。由(5c)可以得到  $b_L$ ,

$$b_L = -\left. \frac{k}{2a_L} \frac{da}{dz} \right|_{a=a_L} = -\frac{k}{2a_L} \sqrt{\pi(a_L)}. \quad (13)$$

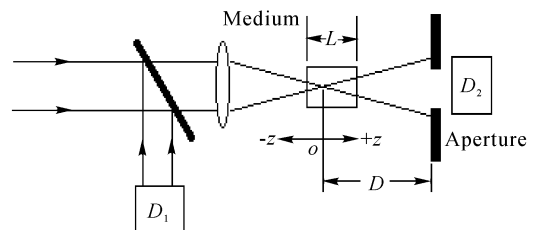


Fig. 1 Z-scan experiment arrangement. BS: beam splitter  
 $D_1, D_2$ : detector

2) 光束束腰位置在介质中 ( $-L < z < L$ )

当光束在介质前表面与束腰之间传播时,  $da/dz < 0$ ; 光束在介质后表面与束腰之间传播时  $da/dz > 0$ ; 光束在束腰位置有  $da/dz = 0$ 。由此可得

$$F(a_L) - F(w_0) = L/2 + z, \quad (14)$$

$$F(a_0) - F(\omega_0) = L/2 - z, \quad (15)$$

$\omega_0$  为束腰处的光束半径, 假设  $F(\omega_0) = 0$ , 将(14)式、(15)式相加则有

$$F(a_L) + F(a_0) = L, \quad (16)$$

$$b_L = -\left. \frac{k}{2a_L} \frac{da}{dz} \right|_{a=a_L} = -\frac{k}{2a_L} \sqrt{\pi(a_L)}, \quad (17)$$

3) 光束束腰在介质后表面或后表面之后 ( $z < -L$ ), 此时  $da/dz < 0$ .

$$F(a_0) - F(a_L) = L, \quad (18)$$

$$b_L = -\left. \frac{k}{2a_L} \frac{da}{dz} \right|_{a=a_L} = \frac{k}{2a_L} \sqrt{\pi(a_L)}, \quad (19)$$

这样, 得到了光束在介质后表面的  $a_L$  和  $b_L$ 。同时在介质后表面的复曲率半径  $q_L$  定义如下:

$$\frac{1}{q_L} = \frac{1}{R_L} - \frac{2i}{k\omega_L^2}, \quad (20)$$

式中  $R_L = k/(2b_L)$ ,  $\omega_L^2 = 2a_L^2$ 。

光束通过后表面, 传播到探测平面, 设探测平面离介质后表面的距离为  $d$ , 运用 ABCD 矩阵, 有

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & n_0 \end{bmatrix}, \\ q_D &= \frac{Aq_L + B}{Cq_L + D} = \frac{q_L + d}{n_0}, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

由此可求得

$$\omega_D^2 = \left[ \left(1 + \frac{d}{R_L}\right)^2 + \frac{4d^2}{k^2\omega_L^4} \right] \frac{\omega_L^2}{n_0}, \quad (22)$$

$$\frac{1}{R_D} = \frac{(n_0/R_L)(1 + d/R_L) + 4dn_0/(k^2\omega_L^4)}{(1 + d/R_L)^2 + 4dn_0/(k^2\omega_L^4)}, \quad (23)$$

在光阑处, 轴上透射率为

$$T = \frac{1}{\omega_D^2(n_2, n_4)} \bigg/ \frac{1}{\omega_D^2(n_2 = 0, n_4 = 0)} = \frac{\omega_D^2(n_2 = 0, n_4 = 0)}{\omega_D^2(n_2, n_4)}, \quad (24)$$

## 4 结果与讨论

当光束入射光强较小, 或介质本身的五阶非线性不大时, 相对于三阶非线性, 介质的五阶非线性并不能明显地表现出来。这时可以忽略掉介质五阶非线性的作用, 即  $n_4 = 0$ 。公式(24)中令  $n_4 = 0$  即  $p_s = 0$  可得到文献[9]中的结果。随着入射光的增强, 或介质的五阶非线性较大时,  $p_s$  的值相对较大, 这时不可以忽略五阶非线性的影响。文献[14, 15]中已从实验上对一些有机介质和半导体介质的五阶非线性进行了研究, 对于这些介质三阶和五阶非线性有着相反的符号。目前, 三阶和五阶非线性符号相同的介质还很少有报道, 因此这里着重考虑三阶和五阶非线性符号相

反的情况, 并将结果同文献[14, 15]的进行比较, 从中可以看到考虑五阶非线性后 Z 扫描曲线发生的明显变化。下面各图的参量主要取自文献[14]。

图 2 给出了  $p_s = 0.5 \times 10^{-6}$  (点线),  $p_s = -0.5 \times 10^{-6}$  (点划线) 和不考虑五阶非线性  $p_s = 0$  (实线) 的 Z 扫描理论曲线。介质厚度为  $L = 0.2$  mm, 束腰  $\omega_0 = 20$   $\mu$ m, 波长  $\lambda = 1064$  nm, 轴上峰值光强  $I_0 = 25$  GW/cm<sup>2</sup>,  $p = 0.5$  (以下各图中的其他参量同图 2)。从中可以看到, 两者有着明显的不同。考虑五阶非线性时, 曲线的峰谷明显变小 (或变大), 削弱 (或增强) 了三阶非线性的作用。随着  $p_s$  值的增加, 这种变化也会变得更加明显。对于三阶和五阶非线性符号相同的情况, 当  $p_s$  大到一定值 (如图 3 中  $p_s \approx 1.0 \times 10^{-6}$ ) 时, 曲线的峰谷位置将出现翻转。从图 3 中可以清楚看到这个变化过程。

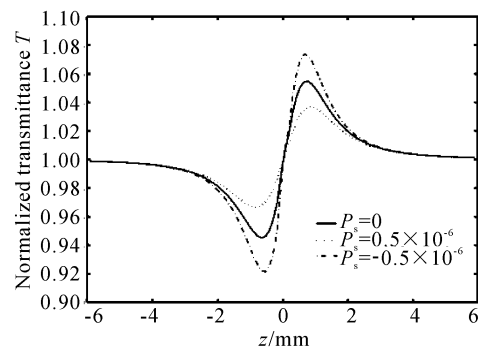


Fig. 2 The influence of fifth-order nonlinearity on the Z-scan traces. Computation parameters:  $L = 0.2$  mm,  $\omega_0 = 20$   $\mu$ m,  $\lambda = 1064$  nm,  $I_0 = 25$  GW/cm<sup>2</sup>,  $p = 0.5$

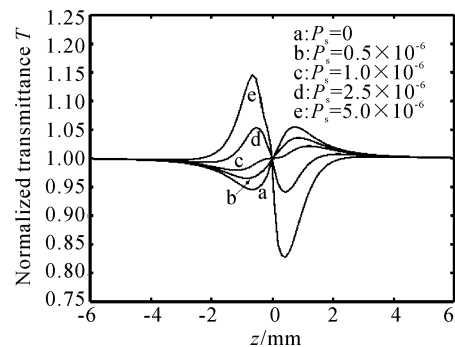


Fig. 3 Z-scan traces for different  $p_s$ , a:  $p_s = 0$ , b:  $p_s = 0.5 \times 10^{-6}$ , c:  $p_s = 1.0 \times 10^{-6}$ , d:  $p_s = 2.5 \times 10^{-6}$ , e:  $p_s = 5.0 \times 10^{-6}$ . The other parameters are same as to the ones in Fig. 2

图 4 给出了  $L = 1$  mm 时, 不同  $p_s$  值下的 Z 扫描曲线。相对于不考虑五阶非线性的情况,  $p_s$  值的变化对曲线峰的影响较小, 但对曲线谷的影响却较大并随着  $p_s$  的增加而逐渐变小并形成峰。比较图 3 与图

光场与铒离子浓度分布之间的重叠一定时,随着波导中信号光光场分布和铒离子分布之间的重叠的增加,信号光的增益逐渐增加,这是由于在一定抽运光功率下,随着信号光的光场分布和铒离子分布之间的重叠的增加,波导中铒离子对信号光的吸收效率增加,使得更多的铒离子参与激光放大,同时也说明在制作 EYCDWA 时获得较好的信号光横向光场分布是非常重要的。

### 3.4 Yb<sup>3+</sup>, Er<sup>3+</sup> 掺杂浓度比率的考虑

图 7 为在一定的铒离子浓度 ( $\rho = 1.51 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$ )、抽运光波长为 980 nm (功率为 100 mW)、放大器长度为 4 cm 的条件下, Yb<sup>3+</sup>/Er<sup>3+</sup> 掺杂浓度的比率对放大器小信号增益影响的关系曲线。从图中可以看出, Yb<sup>3+</sup>/Er<sup>3+</sup> 掺杂浓度的比率对放大器增益特性的影响较大。我们这里只考虑了单一的抽运波长且没有考虑高浓度 Yb<sup>3+</sup> 掺杂下的 Yb<sup>3+</sup> 的聚集和上转换。研究表明<sup>[12]</sup> Yb<sup>3+</sup>/Er<sup>3+</sup> 共掺放大系统的增益特性与抽运光的波长(800~1100 nm)有关,当抽运光波长大于 980 nm 时 Yb<sup>3+</sup>-Er<sup>3+</sup> 的比率大于 10 较好,而当抽运光的波长小于 980 nm 时, Yb<sup>3+</sup>-Er<sup>3+</sup> 的比率取 4~5 较好,这主要是由于受 Yb<sup>3+</sup> 的放大自发辐射的影响。此外,由于 Yb<sup>3+</sup> 离子在高浓度掺杂下也会和 Er<sup>3+</sup> 一样发生聚集,从而降低了 Yb<sup>3+</sup> 离子的敏化作用,因此 Yb<sup>3+</sup>-Er<sup>3+</sup> 的比率也不宜太高,在 980 nm 波长光抽运时 Yb<sup>3+</sup> 和 Er<sup>3+</sup> 的比率取 8~12 较好。

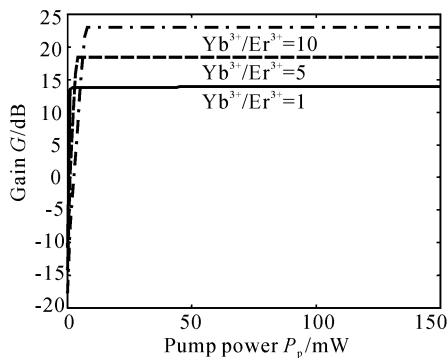


Fig. 7 Effects of Yb<sup>3+</sup>-Er<sup>3+</sup>-doped ratio on gain

### 结论

1) 在现有浓度配比下<sup>[7]</sup>,对 4 cm 长的器件来说,理论上可获得 2.6 dB/cm 的增益。要获得 15 dB 以上的小信号增益,放大器的长度要达到 7 cm 以上。为了在 4 cm 长的放大器上获得 15 dB 以上的增益,Er<sup>3+</sup> 的掺杂浓度应为  $2.0 \times 10^{26} \text{ m}^{-3}$  以上。Er<sup>3+</sup> 浓度取  $(2 \sim 2.5) \times 10^{26} \text{ ion/m}^3$  较好。实际应用

中应根据抽运光波长来选择 Yb<sup>3+</sup> 和 Er<sup>3+</sup> 的掺杂浓度之比,在 980 nm 波长光抽运时 Yb<sup>3+</sup> 和 Er<sup>3+</sup> 的比率取 8~12 较好。

2) 通过优化光波导结构可提高 Er<sup>3+</sup>-Yb<sup>3+</sup> 共掺磷酸盐玻璃波导放大器系统的增益。除了选用性能优良的玻璃基质外,制作性能优良的 Er<sup>3+</sup>、Yb<sup>3+</sup> 共掺光波导(EYCDW)是关键,以降低波导损耗和提高光场的横向分布与掺杂离子浓度之间的重叠,采用 K<sup>+</sup>, Ag<sup>+</sup>, Na<sup>+</sup> 混合  $\Leftrightarrow$  Na<sup>+</sup> 交换是一种较好的方法<sup>[9]</sup>。

由于篇幅关系,本文未给出实验结果,有关实验结果我们将另文报道。

### 参 考 文 献

- 1 Barbier D, Bruno P, Cassagnettes C *et al.*. Net gain of 27 dB with a 8.6-cm-long Er-Yb-doped glass-planar-amplifier. *Opt. Fiber Commun. San Jose, California. Conf., OFC '98 Technical Digest.* 45~46
- 2 Shoostari A, Touam T, Najafi S I. Yb<sup>3+</sup> Sensitized Er<sup>3+</sup>-doped waveguide amplifiers: A theoretical approach. *Proc. SPIE*, 2000, **3278**:149~165
- 3 Iannone C, Reichmann K C, Birk M *et al.*. A 160-km transparent metro WDM ring network featuring cascaded erbium-doped waveguide amplifiers. *OSA Optical Fiber Commun. (OFC) Proc.*, Anaheim, CA 2001. 17~22
- 4 Wong S F, Pun E Y B, Chung P S. Er<sup>3+</sup>-Yb<sup>3+</sup> codoped phosphate glass waveguide amplifier using Ag<sup>+</sup>-Li<sup>+</sup> ion exchange. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2002, **14**(1): 80~82
- 5 Chen Haiyan, Liu Yongzhi, Guan Zhouguo *et al.*. Rate equation analysis of erbium-doped optical waveguide amplifiers. *Acta Optica Sinica (光学学报)*, 2002, **22**(2): 174~177 (in Chinese)
- 6 Liu Zhuping, Dai Shixun, Hu Lili *et al.*. Study on spectroscopy of Yb<sup>3+</sup> and Er<sup>3+</sup> co-doped phosphate glasses. *Chin. J. Lasers (中国激光)*, 2001, **A28**(5):467~470 (in Chinese)
- 7 Liu Zhuping, Hu Lili, Dai Shixun *et al.*. Er<sup>3+</sup>, Yb<sup>3+</sup> co-doped phosphate glass laser pumped by LD. *Acta Optica Sinica (光学学报)*, 2002, **22**(9): 1129~1131 (in Chinese)
- 8 Guan Zhouguo. *Study and Fabrication of Er<sup>3+</sup>-Yb<sup>3+</sup> Co-Doped Phosphate Glasses (Er<sup>3+</sup>/Yb<sup>3+</sup> 共掺磷酸盐玻璃研究与制作)*. [MS Dissertation]; Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2002 (in Chinese)
- 9 Artemev E F, Murzin A G, Federov Y K *et al.*. Some characteristics of population inversion of the <sup>4</sup>I<sub>13/2</sub> level of erbium-ions in ytterbium-erbium glasses. *Sov. J. Quant. Electron.*, 1981, **11**(8):1266~1268
- 10 Chen Haiyan. *Design and Fabrication Study of Er<sup>3+</sup>-Yb<sup>3+</sup> Co-Doped Phosphate Glass Waveguide Amplifier (Er<sup>3+</sup>/Yb<sup>3+</sup> 共掺磷酸盐玻璃波导放大器的设*

- 计与制作研究). [MS Dissertation]: Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2002 (in Chinese)
- 11 Honkanen S, Ohtsuki T, Jiang S. High Er concentration phosphate glasses planar waveguide amplifiers. *Proc. SPIE*, 1997, **2996**:32~40
- 12 Lester C, Bjarklev A, Rasmussen T *et al.*. Modeling of  $\text{Yb}^{3+}$ -sensitized  $\text{Er}^{3+}$ -doped silica waveguide amplifiers. *J. Lightwave Technol.*, 1995, **13**(5):740~743

## Design of $\text{Er}^{3+}$ - $\text{Yb}^{3+}$ Co-Doped Phosphate Glass (LGS-L) Waveguide Amplifier

Chen Haiyan<sup>1,2</sup> Liu Yongzhi<sup>1</sup> Dai Jizhi<sup>1</sup> Yang Yapei<sup>1</sup> Guan Zhouguo<sup>1,3</sup>

- 1 College of Opto-Electronic Information, National Key Laboratory of Broadband Optical Fiber Transmission and Communication Network Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054
- 2 School of Science, Jiangnan Petroleum University, Jingzhou 434023
- 3 South-West Institute of Technical Physics, Chengdu 610041

(Received 29 March 2002; revised 20 May 2002)

**Abstract:** Theoretic design of  $\text{Er}^{3+}$ - $\text{Yb}^{3+}$  co-doped phosphate glass (LGS-L) waveguide amplifier was performed by a rate-equation formalism with overlapping integral method. Numerical results demonstrate that, for the  $\text{Er}^{3+}$ - $\text{Yb}^{3+}$  co-doped phosphate glass (LGS-L) fabricated by authors with an  $\text{Er}^{3+}$  concentration of  $1.51 \times 10^{26}$  ion/ $\text{m}^3$  and a  $\text{Yb}^{3+}$  concentration of  $19.1 \times 10^{26}$  ions/ $\text{m}^3$ , a gain of 2.6 dB/cm can be obtained, and more than 15 dB gain at an  $\text{Er}^{3+}$  concentration of  $2.0 \times 10^{26}$  ions/ $\text{m}^3$  for amplifier length of 4 cm is possible. Furthermore, effects of the overlapping between lateral distribution of optical fields (signal and pump) and that of  $\text{Er}^{3+}$  ( $\text{Yb}^{3+}$ ) co-doped on gain and optimum length and effects of the ratio of  $\text{Yb}^{3+}$  to  $\text{Er}^{3+}$  doped on gain at a pumping wavelength of 980 nm are discussed.

**Key words:** guiding wave optics;  $\text{Er}^{3+}$ - $\text{Yb}^{3+}$  co-doped phosphate glass; optical waveguide; optical amplifier