

文章编号: 0253-2239(2003)05-0522-04

# 用时域有限差分法研究二维光子晶体传输特性\*

朱志宏 叶卫民 袁晓东 曾 淳 王 华

(国防科技大学光子声子研究中心, 长沙 410073)

**摘要:** 将时域有限差分方法用于光子晶体传输特性理论研究, 分别计算了二维方型光子晶体 TM 模和 TE 模的透射率频率分布; 根据光子晶体的标度不变性特征, 在微波频段制作了光子晶体, 并设计了实验装置; 实验结果与计算结果一致表明: 对于一定的入射方向, 某些频率的光不能在光子晶体中传播。

**关键词:** 光子晶体; 光子禁带; 时域有限差分; 传输特性

中图分类号: O435.1; O734.2 文献标识码: A

## 1 引 言

在过去的几年中, 光子晶体 (photonic crystal)<sup>[1,2]</sup> 因其具有控制光子的运动的能力而备受关注<sup>[3,4]</sup>。它其实可以理解为是一种周期性电介质。在周期性电介质材料中, 光的色散曲线明显地不同于均匀电介质中的光的色散曲线, 其中存在类似于半导体禁带的“光子禁带”<sup>[5~10]</sup>; 如果光的频率在禁带范围内, 则它不能在介质中传播。光子晶体的非凡的本领正是由于这个禁带的存在。

光子晶体禁带的存在也意味着光在光子晶体中传播有一定的特性, 对这些特性进行研究, 是光子晶体理论研究的一个重要方面; 光子晶体传输特性理论研究的方法有很多种, 如传输矩阵法<sup>[11]</sup> 和分层多次散射法<sup>[12]</sup> 等等; 本文主要是用时域有限差分方法 (FDTD)<sup>[13,14]</sup> 来进行研究。时域有限差分法能够很直观地给出光在光子晶体中的传输行为, 可以得出很精确的结果。因为它是直接对麦克斯韦方程进行离散处理, 没有过多的可能导致计算误差的假设, 它能处理任意几何形状的光子晶体; 它的另外一个优点是可以通过傅里叶变换, 一次计算出包含很大频率范围的结果。用时域有限差分法得出了与实验一致的结果。

## 2 理论分析

### 2.1 光子晶体中的麦克斯韦方程

光子晶体的理论研究问题, 可以归结为光在光子晶体中的传播问题, 于是可以由宏观麦克斯韦方程组来求解。光子晶体的麦克斯韦方程组为

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon(\mathbf{r}) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t},$$

式中  $\epsilon(\mathbf{r})$  是光子晶体的介电常量, 它是空间坐标的函数; 有关光子晶体的理论计算的焦点问题就是如何由已知的介电常量  $\epsilon$  的分布求解上面的麦克斯韦方程组。

### 2.2 时域有限差分方法

用时域有限差分法求解上面的麦克斯韦方程组的具体方法是: 将其在直角坐标系中展开成标量场分量的方程组, 然后用二阶精度的数值微商代替微商, 将连续的空间和时间问题离散化, 得到标量场分量的差分方程组。由数值色散关系和所关心的光波长大小来确定空间离散步长的大小, 进而用此空间步长将所要研究的光子晶体沿坐标轴向方向分成很多叶 (Yee) 氏网格单元 (如图 1 所示), 求出每一个网格点的有效介电常量。由空间步长和时间步长所

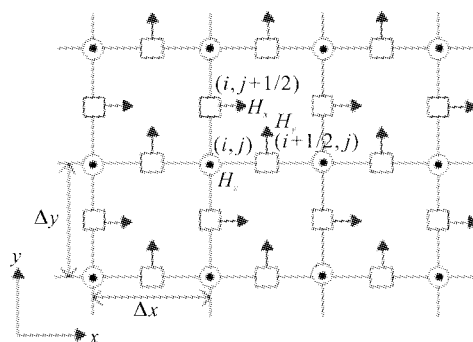


Fig. 1 Position of the electric and magnetic field vector components for TM mode at space lattice point

\* 973 国家安全重大基础研究项目。

E-mail: zzhwcx@163.com

收稿日期: 2002-04-04; 收到修改稿日期: 2002-05-22

满足的数值稳定性条件关系, 得出相应的时间步长。推导出它的差分方程为  
以二维光子晶体(见图 2)的 TM 模为例, 可以

$$E_z^{n+1}(i, j) = E_z^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j)\Delta x} [H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j)] - \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j)\Delta y} [H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2)],$$

$$H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) = H_x^{n-1/2}(i, j+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu_0\Delta y} [E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i, j)],$$

$$H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) = H_y^{n-1/2}(i+1/2, j) + \frac{\Delta t}{\mu_0\Delta x} [E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)].$$

式中  $E_z^{n+1}(i, j)$  表示网格标号为  $(i, j)$  处第  $n+1$  个时间步长时的电场分量  $E_z$  的值, 其它场分量类似。 $\epsilon(i, j)$  是网格标号为  $(i, j)$  处的有效介电常量, 它的值由面积投影的权重来确定。

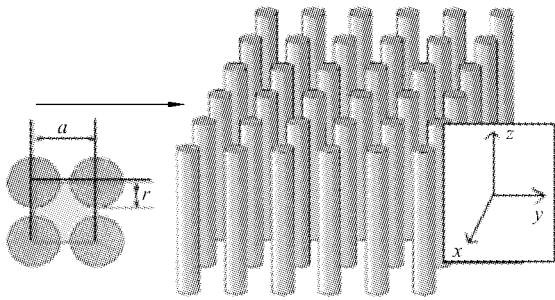


Fig. 2 A two-dimensional photonic crystal. This material is a square lattice of dielectric columns, with radius  $r$  and dielectric constant  $\epsilon$ . The material is homogeneous in the  $z$  direction, and periodic along  $x$  and  $y$  with lattice constant  $a$

### 2.3 边界条件和信号源

用时域有限差分法研究光子晶体的传输特性时, 所关心的计算区域是有限的, 就是光子晶体的体积所占有的空间; 当然也可以将所关心的计算区域通过一定的方式无限扩展, 形成一个无限的空间, 但是, 计算机的存储空间和计算速度却不是无限的; 所以, 要处理的问题空间是有限的, 是有边界的。但是, 用时域有限差分求解电磁场问题时假定问题空间是无限大的, 即是开放的系统。这就产生了矛盾, 为了解决这种矛盾, 也就是为了让这种有限的空间和无限的空间等效, 需要对有限空间的周围边界做特殊处理, 使得向边界行进的波在边界处保持“外向行进”的特征, 无明显的反射, 就象被一个巨大的“黑洞”吸收一样。具有这种功能的边界条件, 称之为吸收边界条件。在计算程序中, 我们使用的是 Mur 二阶吸收边界条件<sup>[15]</sup>。

为了用时域有限差分法研究光在光子晶体中的传输行为, 还需要有信号源; 在计算中选择的是高斯型的脉冲源

$$\phi = \exp\left[-\frac{(t-20\Delta t)^2}{(2\Delta t)^2}\right]$$

$\phi$  为电场或磁场,  $\Delta t$  为时间步长。模拟入射方向为垂直边界面入射 ( $k_x = 0$ )。

## 3 实验装置

为了验证二维光子晶体理论计算的结果, 根据光子晶体的标度不变性特征, 设计了如图 3 所示的微波实验装置, 它由自动微波矢量网络分析仪 (ANA) HP8510C. 07. 00、微波发射和接受天线以及实验平台组成。

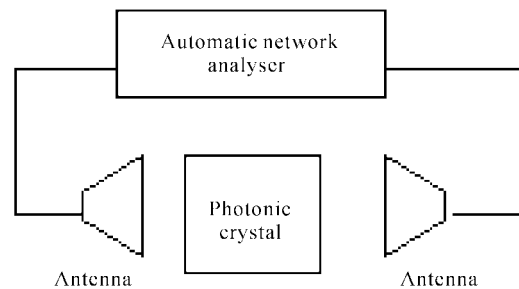


Fig. 3 The schematic of system of experimentation

## 4 结果与分析

用普通玻璃圆柱作为实验样品, 其相对介电常量为 4.55, 直径为  $(10.5 \pm 1.0)$  mm, 用铜架固定在空气(相对介电常量为 1.00)中, 组成二维方形光子晶体。光子晶体的大小为  $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ , 晶格常量为  $(20 \pm 0.5)$  mm, 其示意图如图 2 所示。当沿箭头方向入射时, 理论计算(不考虑色散)和实验结果见图 4 和图 5。

从图 4 和图 5 上可以看出, 时域有限差分法理

论计算的结果与自动微波矢量网络分析仪所得出的实验结果基本相一致;对于 TM 模,理论计算表明,当微波频率位于 4.8~6.7 GHz 左右时,它不能在光子晶体中传播,而实验所得为 4.9~6.6 GHz;对

于 TE 模,理论计算表明,当微波的频率位于 5.9~6.9 GHz 时,它也不能在光子晶体中传播,而实验所得为 6.0~6.9 GHz。

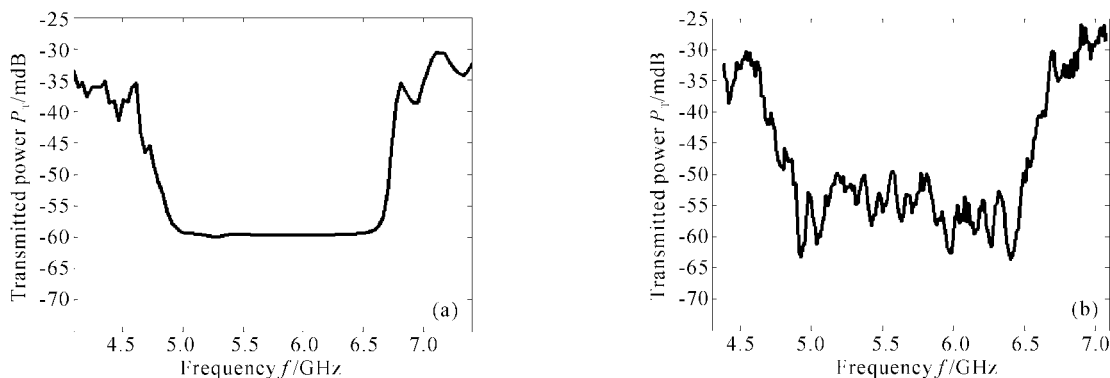


Fig. 4 Transmitted power vs. frequency for TM mode of the 2D square-lattice photonic crystal. (a) FDTD theoretical results; (b) experimental results

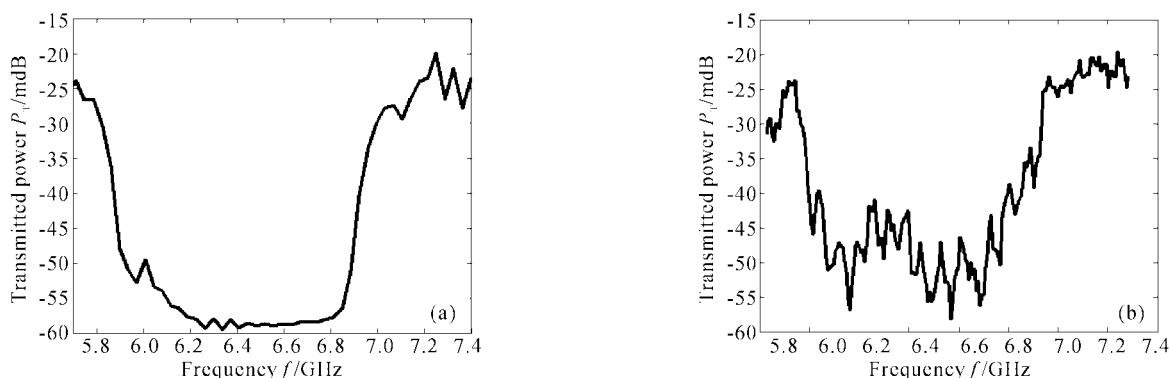


Fig. 5 Transmitted power vs. frequency for TE mode of the 2D square-lattice photonic crystal. (a) FDTD theoretical results; (b) experimental results

**结论** 本文将时域有限差分法用于光子晶体传输特性理论研究,计算了二维方型光子晶体的透射率频率分布,并设计了实验,实验结果与理论计算结果相一致。时域有限差分法是光子晶体理论研究的一种很有效的数值计算方法,不但可以直观地给出光子晶体的某些传输特性,而且可以计算出光在光子晶体中的光场分布、光场随时间的演化和在表面的反射系数等等,这将是下一步的工作。

### 参 考 文 献

- 1 Yablonovitch E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58** (20):2059~2062
- 2 John S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**(20): 2486~2489
- 3 Joannopoulos J D, Meade R D, Winn J N. *Photonic*

*Crystals: Molding the Flow of Light*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1995

- 4 Mekis A. High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **77** (18):3787~3790
- 5 Joannopoulos J D, Villeneuve P R, Fan S. Photonic crystals: putting a new twist on light. *Nature*, 1997, **386** (6621):143~149
- 6 Abram I, Bourdon G. Photonic-well microcavities for spontaneous emission control. *Phys. Rev. (A)*, 1996, **54** (8):3476~3479
- 7 Ho K M, Chen C T, Soukoulis C M. Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**(25):3152~3155
- 8 Sigalas M M, Chan C T, Ho K M *et al.*. Metallic photonic band-gap materials. *Phys. Rev. (B)*, 1995, **52** (10):11744~11751
- 9 Jin Chongjun, Qin Bqi, Yang Miao *et al.*. Two dimensional photonic band structure: Triangular non-bravais lattice. *Acta Optica Sinica (光学学报)*, 1997, **17** (4):409~413 (in Chinese)

- 10 Qin Bai, Jin Chongjun, Qin Ruhu *et al.*. Experimental study of photonic crystal-triangular lattices. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1999, **19**(2):239~244 (in Chinese)
- 11 Pendry J B, MacKinnon A. Calculation of photon dispersion relations. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(9): 2772~2775
- 12 Leung K M, Qiu Y. Multiple-scattering calculation of the two-dimensional photonic band structure. *Phys. Rev. (B)*, 1993, **48**(9):7767~7767
- 13 Bierwirth K, Schulz N, Amtdt F. Finite-difference analysis of rectangular dielectric waveguide structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Technol.*, 1986, **34**(11):1104~1114
- 14 Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Propagation*, 1966, **17**(5):302~307
- 15 Mur G. Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic field equations. *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, 1981, **23**(4):377~382

## Study of Transmission Characteristics of 2-D Photonic Crystals by the Finite-Difference Time-Domain Method

Zhu Zhihong Ye Weimin Yuan Xiaodong Zeng Chun Wang Hua

(Research Center of Photon and Phonon, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

(Received 4 April 2002; revised 22 May 2002)

**Abstract:** The finite-difference time-domain (FDTD) method is developed for the study of transmission characteristics of 2-D photonic crystals. Transmitted power of TM mode and TE mode of 2-D square lattice photonic crystals are given. Based on scaling properties of photonic crystals, the photonic crystal behaving in the electromagnetic zones is fabricated and experimentation is designed. The theoretical results confirmed the experimental results. It is shown that the light with a certain frequency and incident direction can not propagate in the photonic crystal.

**Key words:** photonic crystals; photonic bandgap; the finite-difference time-domain; transmission characteristics