

文章编号: 0253-2239(2003)03-0307-03

渐变折射率平板波导的逆分析转移矩阵方法*

陆德森 曹庄琪 丁 渊 沈启舜

(上海交通大学物理系导波光电子器件实验室, 上海 200240)

摘要: 利用分析转移矩阵方法,可精确计算任意折射率分布光波导模式的有效折射率。在此基础上,提出了逆分析转移矩阵方法,根据实验测量的导模有效折射率来拟合光波导的折射率分布,取得了比逆 WKB 方法更为合理的结果。

关键词: 导波光学; 渐变折射率; 光波导; 分析转移矩阵方法; 逆 WKB 方法

中图分类号: TN252 文献标识码: A

1 引 言

光波导是集成光学系统的主要元件,而光波导的折射率分布是决定光波导器件特征和性能的主要参量。因此,光波导折射率分布的表征对光波导器件的设计具有十分重要的意义。绝大多数光波导的折射率分布只能用近似方法或数值方法拟合。近似方法中,逆 WKB 方法^[1]具有物理图像清晰、分析简单的特点,因而得到了广泛的应用,是目前拟合波导折射率分布的主要方法^[2,3]。但该方法对缓慢变化的折射率分布精确度较高,而对变化较快的折射率分布,其结果的精确度难以保证。

到目前为止已经发展了多种改进技术^[4,5],取得了比逆 WKB 方法合理的结果,但这些方法仍基于 WKB 近似的框架中,无法摆脱由 WKB 近似引起的困难。

平板波导的分析转移矩阵(ATM)方法^[6],从完全不同于 WKB 近似的思路出发,对于任意的折射率分布均能给出物理意义清晰、且数值结果精确的色散方程。我们从分析转移矩阵方法出发,提出了一种逆分析转移矩阵(IATM)方法,用于拟合任意分布的渐变折射率光波导。对几种典型的折射率分布的分析表明,逆分析转移矩阵方法具有极高的精确度。

为进一步检验这种方法的可靠性,利用实验测

量的质子交换 LiNbO₃ 波导的有效折射率值,用逆分析转移矩阵和逆 WKB 两种方法进行了分析,结果表明:逆分析转移矩阵方法比逆 WKB 方法更为合理。

2 分析转移矩阵方法

对图 1 所示的任意折射率分布的平板波导,利用分析转移矩阵方法,可得模式本征方程:

$$\int_0^{x_1} \kappa(x) dx + \phi(s) = N\pi + \arctan(p_0/\kappa_1) + \arctan(p_1/\kappa_l), \quad (1)$$

$(N = 0, 1, 2, \dots)$

式中, x_1 为转折点,且有

$$n(x_1) = \beta/k_0,$$

等效衰减系数

$$\begin{aligned} p_l &= p_{l+1}, \\ \kappa(x) &= [k_0^2 n^2(x) - \beta^2]^{1/2}, \\ \kappa_1 &= (k_0^2 n_1^2 - \beta^2)^{1/2}, \\ p_0 &= (\beta^2 - k_0^2 n_0^2)^{1/2}, \end{aligned}$$

其中 β 为导模传播系数, $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ 为光波长。

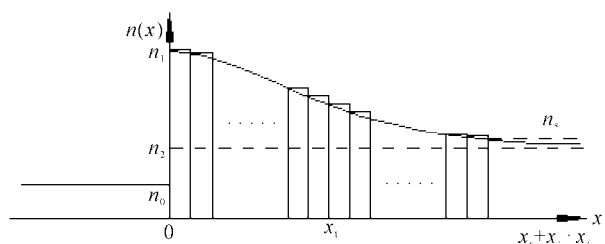


Fig. 1 Plot of planar waveguide with arbitrary index profile

* 国家自然科学基金委员会(69977013, 60047004)、上海市科学技术委员会(012261021)和上海应用材料研究和发基金资助课题。

E-mail: dcsen@online.sh.cn

收稿日期: 2002-02-28; 收到修改稿日期: 2002-04-05

而子波的相位贡献为

$$\phi(s) = \sum_{i=1}^{l-1} \left[\phi_{i+1} - \arctan \left(\frac{\kappa_{i+1}}{\kappa_i} \tan \phi_{i+1} \right) \right],$$

上式中各参量的含义请参阅文献[6]。

3 逆分析转移矩阵方法

所谓逆分析转移矩阵方法,就是根据实验确定的模式有效折射率的值 $n_m (m = 0, 1, 2, \dots, M)$ 从分析转移矩阵方法出发,求光波导的折射率分布 $n(x)$ 。

类似于逆 WKB 法,可认为相邻两个模之间的折射率分布近似为线性,即

$$n(x) \approx n_k + \frac{n_{k-1} - n_k}{x_k - x_{k-1}} (x_k - x), \quad x_{k-1} \leq x \leq x_k, \quad (2)$$

取任意初始模有效折射率对应的坐标 $x_m (m = 0, 1, 2, \dots, M)$, 表示为 $\{x_m\}^{(0)}$ (初始值的选取将补充介绍)。将 $\{x_m\}^{(0)}$ 代入(2)式,可得到折射率分布 $\{n(x)\}^{(0)}$ 。再把 $\{n(x)\}^{(0)}$ 代入(1)式,可以确定该初始折射率分布下的各阶模式有效折射率对应的坐标: $\{x_m\}^{(1)}$ 。然后将 $\{x_m\}^{(1)}$ 代入(2)式,则得到改进了的折射率分布 $\{n(x)\}^{(1)}$ 。继续这个过程……可得 $\{n(x)\}^{(j)}$ 。

设

$$\delta_j = \sum_{i=1}^N [x_i^{(j)} - x_i^{(j-1)}]^2, \quad (3)$$

经过 j 次迭代,循环过程收敛于 $\delta_j \rightarrow 0$ 。由 $\{n(x)\}^{(j)}$ 给出的折射率分布满足实验确定的光波导模式有效折射率值 $n_m (m = 0, 1, 2, \dots, M)$ 。由此可见,通过以上方法求出的折射率分布,从理论上讲是自恰的。

一般情况下,经过 3 到 5 次迭代即可得到满意的收敛效果。如在普通奔腾 II 处理器上运行所需时间小于 5 s。

关于初值的选取,一般可以采用逆 WKB 方法的结果。实际上只要选取一系列合理的递增序列 $x_m (m = 0, 1, 2, \dots, M)$, 都可以得到唯一收敛的迭代结果。初值的选取在很大范围内具有随意性。

4 实验与数值计算的结果

作为一个实例,本文对退火前的质子交换 LiNbO₃ 光波导进行了分析。

实验样品采用质子交换 LiNbO₃ 光波导,退火前利用 m 线法测量该波导的模式有效折射率,然

后,分别采用逆 WKB 方法与逆分析转移矩阵方法拟合波导的折射率分布。拟合结果分别如表 1 和图 2 所示。

Table 1. Comparison between IWKB method and IATM method

N	X _n		
	Mode index	IWKB method	IATM method
0	2.301	1.86	1.71
1	2.284	1.82	1.75
2	2.256	1.76	1.78
3	2.219	1.99	1.82

$\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$

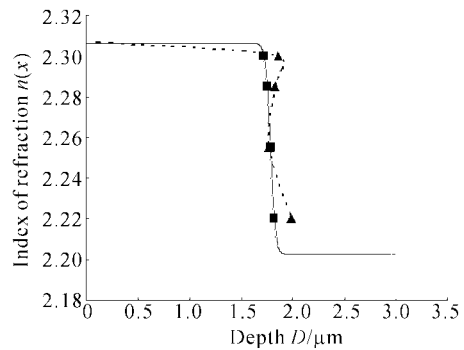


Fig. 2 Profile predicted by IATM method.

▲ IWKB; ■ IATM

质子交换 LiNbO₃ 光波导退火前的折射率分布呈费米函数形式,在一些扩散条件下接近阶跃型分布^[1]。对于这一类迅速变化的折射率分布,而且模数很少时,逆 WKB 方法难以得到理想的结果,甚至在物理上是不合理的(如图 2)。而且这种结果往往不是自恰的,即用逆 WKB 方法拟合的折射率分布,再用 WKB 法计算,所得结果与原始实验数据是不相等的。

由于考虑了子波的位相贡献和转折点处正确的相移,分析转移矩阵方法可以对任意折射率分布,包括 WKB 方法不能适用的突变折射率分布在内的所有情况精确求解。在此基础上提出的逆分析转移矩阵方法,可以对任意折射率分布的光波导进行拟合。使用该方法对表 1 中所示的数据进行拟合,得到了明显优于逆 WKB 方法的结果。重要的是其结果是自恰的。

数值计算方面,我们对包括指数函数、高斯函数、费米函数等其他折射率分布也用逆分析转移矩阵方法进行了数值拟合。得到了理想的结果。拟合结果分别如图 3、图 4 和图 5 所示。

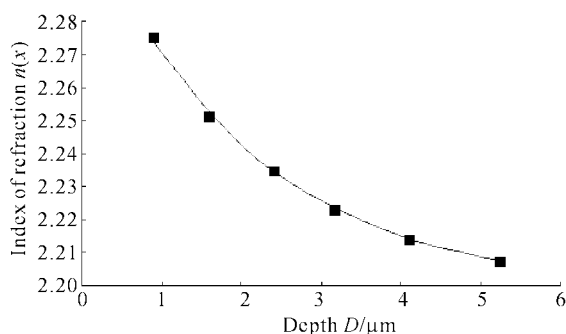


Fig. 3 Exponential profiles. — Exact; ■ IATM

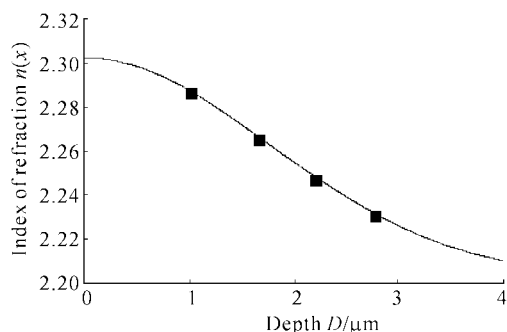


Fig. 4 Gaussian Profiles. . — Exact; ■ IATM

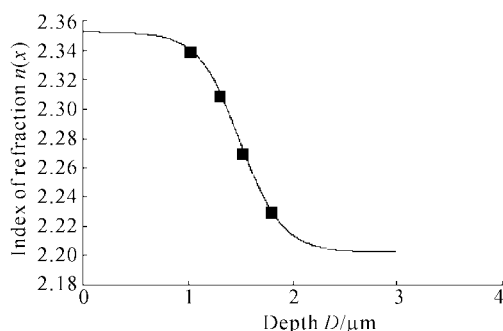


Fig. 5 Fermi Profiles. . — Exact; ■ IATM

结论 精确的分析转移矩阵方法从多层平板波导入手, 利用转移矩阵这一有效的数学工具, 克服了WKB方法近似的缺陷, 能够严格求解各类折射率分布下的模式本征值。在此基础上提出了逆方法。该方法对相临参考点间折射率做线性近似, 并使用循环迭代, 实现了光波导任意折射率分布的拟合。该方法初值选取方便, 运算量小, 收敛迅速, 结果合理, 预计可以得到广泛的应用。

参 考 文 献

- 1 White J M, Heidrich P F. Optical waveguide refractive index profiles determined from measurement of mode indices: A simple analysis. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(1):151~155
- 2 Mathey P, Jullien P, Bolzinger P J L. Refractive-index profile reconstructions in planar waveguides by the WKB inverse method and reflectivity calculations. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1995, **12**(9):1663~1670
- 3 Mathey P, Jullien P. Numerical analysis of a WKB inverse method in view of index profile reconstruction in diffused waveguides. *Opt. Commun.*, 1996, **122**(4~6):127~134
- 4 Chen B X, Hamanaka H, Iwamura K. Recovery of refractive index profiles of planar graded-index waveguides from measured mode indices: An iteration method. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1992, **9**(8):1301~1305
- 5 Chiang K S, Wong C L, Cheng S Y *et al.*. Refractive index profiling of graded-index planar waveguides from effective indexes measured with different external refractive indexes. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(10):1412~1417
- 6 Cao Zhuangqi, Jiang Yi Shen Qishun *et al.*. Exact analytical method for planar optical waveguides with arbitrary index profile. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1999, **16**(9):2209~2212

Graded Refractive Index Profile Reconstructions by the Inversed Analytic Transfer Matrix Method

Lu Desen Cao Zhuangqi Ding Yuan Shen Qishun

(Guided-Wave Optoelectronics Laboratory, Department of Physics,
Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240)

(Received 28 February 2002; revised 5 April 2002)

Abstract: According to analytic transfer matrix (ATM) method, it is possible to precisely determine the modal characteristics of a planar optical waveguide with arbitrary index profiles. An inversed analytic transfer matrix (IATM) method is presented to predict the refractive index profiles from measurement of mode indices, which has been proved to be valid even when solving some problems that inversed WKB method would find difficult.

Key words: guiding wave optics; graded refractive index; optical waveguide; analytic transfer matrix (ATM) method; inversed WKB method