

文章编号: 0253-2239(2003)03-0278-06

基于信息理论的采样成像系统匹配设计*

迟学芬^{1,2} 韩昌元¹ 易志栋²

(1 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130021)
(2 吉林大学通信工程学院, 长春 130012)

摘要: 把信息论应用于采样成像系统中,用互信息量评价图像捕捉部分的性能,做出基于信息论的系统评价仿真曲线,提出基于信息论的系统优化设计的指标。根据仿真结果,给出光学成像系统与 CCD 阵列探测器的宏观匹配特性与最佳匹配条件。图像捕捉实验结果证明了理论分析和仿真结论的正确性。

关键词: 信息光学; 互信息量; 嫡; 欠采样噪声; 空间频率响应

中图分类号: TP381.41 文献标识码: A

1 引 言

CCD 相机已被广泛应用,尤其是在航空航天遥感器中,由于它的实时传输特性,CCD 相机发挥着重要作用。在综合光、电技术和模拟、数字技术,以阵列探测器(如 CCD)为接收器件的采样成像系统中,阵列探测器与光学成像系统的最佳匹配问题尚未很好解决。采样成像系统模型如图 1 所示。其中,图像捕捉部分包括光学成像系统和图像探测器(如 CCD 阵列)。把信息论应用于采样成像系统,对系统做端到端的系统性能评价,从而优化采样成像系统的设计,是当前采样成像系统研究的分支之一^[1,2,4~6]。本文对图像捕捉部分进行研究。根据信息论,对图像捕捉部分输入输出信号之间的互信息进行计算机仿真,通过分析仿真结果,得到探测器阵列与光学成像系统的最佳匹配条件,从而为图像捕捉设备提供了基于信息论的优化设计方法。

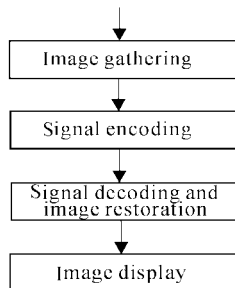


Fig. 1 Model of sampled imaging systems

2 图像捕捉系统的数学模型

图像捕捉过程如图 2 所示。 G 为系统的稳态增益; $p(x, y)$ 为图像捕捉设备的空间响应函数, $n_p(x, y)$ 为光电探测器的噪声,comb(x, y) 代表采样网格函数(是二维 δ 函数的集合), $o(x, y)$ 、 $s(x, y)$ 为图像捕捉系统的输入、输出信号。

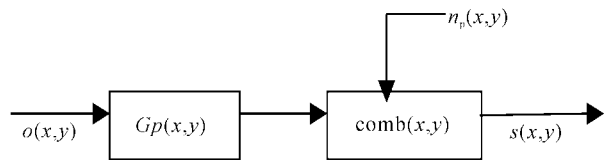


Fig. 2 Image gathering

在此模型下,输出信号可表示为

$$s(x, y) = [Go(x, y) \otimes p(x, y)] \text{comb}(x, y) + n_p(x, y), \quad (1)$$

其中 $\text{comb}(x, y) = \sum_{m,n} \delta(x-m, y-n)$, 代表在直角坐标下,采样设备的采样函数。 $s(x, y)$ 的傅里叶变换 $S(u, v)$ 为

$$S(u, v) = [GO(u, v)P(u, v)] \otimes \text{COMB}(u, v) + N_p(u, v), \quad (2)$$

其中 $O(u, v)$ 为输入图像 $o(x, y)$ 的傅里叶变换, $P(u, v)$ 为 $p(x, y)$ 的傅里叶变换,是图像捕捉设备的空间频率响应, $N_p(u, v)$ 为噪声的傅里叶变换。 (u, v) 为空间频率。COMB(u, v) 为采样网格函数的傅里叶变换,对它进行进一步分解:

$$\text{COMB}(u, v) = \sum_{m,n} \delta(u-m, v-n) = \delta(u, v) + \sum_{\substack{m \neq 0 \\ n \neq 0}} \delta(u-m, v-n) =$$

* 国防重点科研项目。

E-mail: chixuefen@sina.com

收稿日期:2002-01-15; 收到修改稿日期:2002-04-27

$$\delta(u, v) + \text{COMB}_a(u, v), \quad (3)$$

(3)式代入(2)式中有

$$S(u, v) = [GO(u, v)P(u, v)] + [GO(u, v)P(u, v)] \otimes \text{COMB}_a(u, v) + N_p(u, v). \quad (4)$$

令 $N_a(u, v) = [GO(u, v)P(u, v)] \otimes \text{COMB}(u, v)$, $N_a(u, v)$ 即为采样成像系统广泛讨论的欠采样噪声。令 $N(u, v)$ 代表欠采样噪声和光电探测器噪声之和：

$$N(u, v) = N_a(u, v) + N_p(u, v), \quad (5)$$

则(4)式可写为

$$S(u, v) = GO(u, v)P(u, v) + N(u, v). \quad (6)$$

3 信息论的应用

设信源 X 通过通信系统得到输出 Y (如图 3), 根据信息论知, Y 与 X 之间的互信息量 $I(X; Y)$ 定义为^[5]

$$I(X; Y) = H(Y) - H(Y/X), \quad (7)$$

$$I(X; Y) = H(X) - H(X/Y), \quad (8)$$

其中 $H(X)$ 、 $H(Y)$ 分别是 X 、 Y 的熵, $H(Y/X)$ 、 $H(X/Y)$ 为条件熵。互信息量 $I(X; Y)$ 的物理意义为在有扰信道中, 从输出 Y 中得到的关于输入 X 的平均信息量的大小。显然, $I(X; Y)$ 越大, 从 Y 中得到的关于输入 X 的信息越多。通信系统追求的是信宿与信源最大的一致性(无失真), 同样, 采样成像系统追求的是像的保真度, 可见, 二者的目标是一致的。因此, 成功应用于通信系统的信息论, 同样可应用于采样成像系统。把输入图像 $O(u, v)$ 看作信源, 我们追求输出图像 $S(u, v)$ 中包含最多的关于 $O(u, v)$ 的信息, 即希望二者的互信息尽量大(保真)。而使输入输出二者间互信息量最大的系统设计才是最优设计。



Fig. 3 Telecommunication system

根据互信息量的定义, $o(x, y)$ 、 $s(x, y)$ 之间的互信息量为

$$I = H[s(x, y)] - H[s(x, y)/o(x, y)] = H[S(u, v)] - H[S(u, v)/O(u, v)], \quad (9)$$

第一项是捕捉信号 $s(x, y)$ [或 $S(u, v)$] 的熵。第二项是条件熵, 是给定输入信号 $o(x, y)$ [或 $O(u, v)$] 条件下捕捉信号 $s(x, y)$ [或 $S(u, v)$] 的熵。熵的物

理意义是系统不确定性的度量。条件熵 $H[S(u, v)/O(u, v)]$ 是给定输入信号 $o(x, y)$ [或 $O(u, v)$] 条件下, 捕捉信号 $s(x, y)$ [或 $S(u, v)$] 的不确定性。这种不确定性显然是噪声的存在造成的, $H[S(u, v)/O(u, v)]$ 可称为噪声熵。因此, 可以用噪声的熵 $H[N(u, v)]$ 代替条件熵 $H[S(u, v)/O(u, v)]$ 。这样, 式(9)可写为

$$I = H[S(u, v)] - H[N(u, v)], \quad (10)$$

根据文献[1, 2], 互信息量 I 可表示为

$$I = \frac{1}{2} \iint_b \log \left[1 + \frac{\phi_o(u, v) |P(u, v)|^2}{G^2 \phi_n(u, v)} \right] du dv, \quad (11)$$

其中 $\phi_o(u, v)$ 是输入信号 $o(x, y)$ 或 $O(u, v)$ 的功率谱密度, $\phi_n(u, v)$ 是噪声的功率谱密度。设光电探测器噪声为白噪声, 可令光电探测器噪声的功率谱密度 $\phi_n(u, v) = \sigma_n^2$, 则有

$$\phi_n(u, v) = G^2 \phi_o(u, v) |P(u, v)|^2 \otimes \text{COMB}_b(u, v) + \sigma_n^2. \quad (12)$$

(11) 式、(12) 式是本文讨论图像捕捉系统的基础。

4 互信息量的应用建模

根据(11) 式、(12) 式建立如下分析模型：

1) 取成像质量分析中常用的自然图像功率谱, 即

$$\phi_o(u, v) = 1/(v^2 + u^2). \quad (13)$$

所谓自然图像, 就是我们日常生活中常见的图像, 通常包括房屋、树木、车辆等。有各种自然图像模型, 但当我们关注人的视觉响应时, 这种功率随空间频率的平方变化的模型更有优势^[3]。归一化的 $\phi_o(u, v)$ 如图 4 所示。

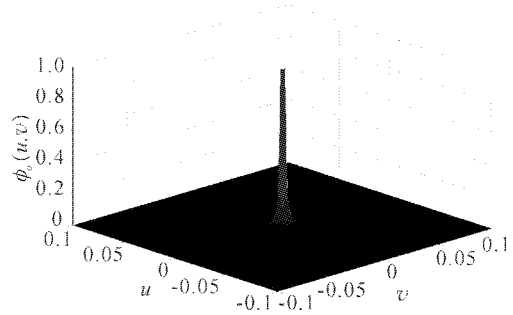


Fig. 4 Normalized $\phi_o(u, v)$

2) 图像捕捉设备的空间频率响应函数模型
图像捕捉设备包含光学成像系统和探测器阵列。假设光学系统的点扩散函数为圆对称的高斯分

布函数,即

$$p_1(r) = \exp(-2r^2/r_0^2), \quad (14)$$

式中 $r^2 = x^2 + y^2$, r_0 为能量降为 $1/e^2$ 的弥散圆半径。其空间频率响应函数 $P_1(u, v)$ 可表示为^[7]

$$P_1(u, v) = \exp(-\rho^2/\xi^2), \quad (15)$$

式中 ξ 为光学响应指数, r_0 小时 ξ 变大, $\rho^2 = u^2 + v^2$ 。 $P_1(u, v)$ 反映系统的光学传递函数特性。

探测器部分,以当前广泛应用的 CCD 探测器阵列 为研究对象。设 CCD 探测器的像元宽度为 ζ , 则 CCD 的响应函数 $P_2(u, v)$ 为

$$P_2(u, v) = \text{sinc}(\zeta u)\text{sinc}(\zeta v), \quad (16)$$

因而图像捕捉设备的总的响应函数 $P(u, v)$ 可表示 为

$$P(u, v) = p_1(u, v)p_2(u, v) = \text{sinc}(\zeta u)\text{sinc}(\zeta v)\exp(-\rho^2/\xi^2). \quad (17)$$

CCD 像元宽度 ζ 和光学响应指数 ξ 决定设备空 间频率响应特性。 $P(u, v)$ 如图 5 所示。

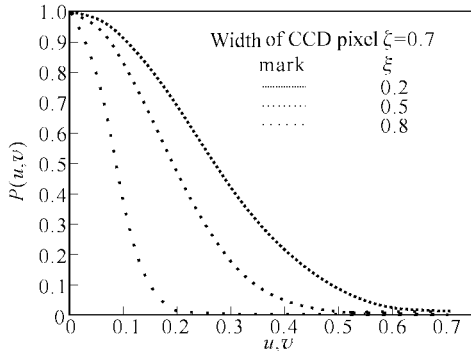


Fig. 5 Spatial frequency response of image gathering device

空间频率响应函数 $P_1(u, v)$ 如图 6 所示。图 5、图 6 中横坐标 u, v 为空间频率,为能直观分析系统空间频率响应特性, u, v 取相同值。由图 5、图 6 可见,光学响应指数 ξ 越大,光学成像系统的截止频率越高,从而,能传递更高频率的空间细节。因而,单纯分析光学成像系统特性时,似乎 ξ 越大,越能带来好的图像质量。

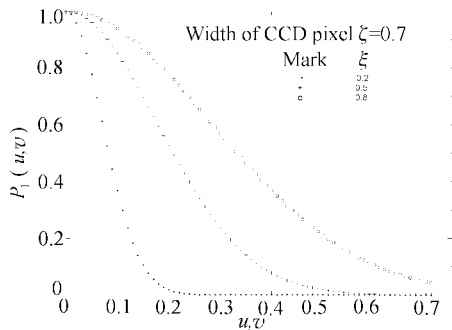


Fig. 6 Spatial frequency response of optic imaging system

对于 CCD 探测器阵列, CCD 像元尺寸越小,即 采样间隔越小,根据采样定理,它能传递的图像的 空间频率越高^[8,9]。

本文的研究目标在于光学成像系统与 CCD 阵 列探测器之间的匹配。当探测器 CCD 像元宽度 ζ 一定时,是否光学响应指数 ξ 大的光学成像系统能 更带来更好的图像保真度? 如果不是,它们之间的 关系如何? 是否存在最佳匹配?

5 仿真结果与讨论

5.1 CCD 像元宽度 ζ 、光学响应指数 ξ 与互信息量 的关系

本文取 CCD 宽度 ζ 分别为 0.3、0.5、0.7、0.9、 1.1、1.3、1.5,做出七种情况下的互信息量随 ξ 变化 的仿真曲线,如图 7 所示。

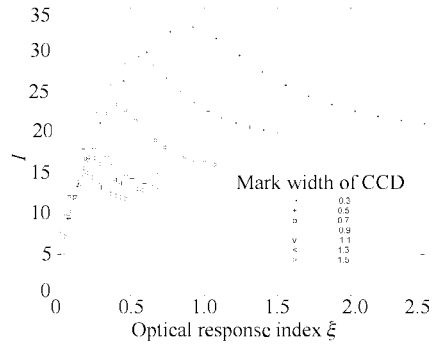


Fig. 7 Simulation curve of mutual information

对互信息量仿真曲线进行分析,可得出如下结 论:

1) CCD 像元尺寸 ζ 越小,峰值互信息量对应的 光学响应指数 ξ 的值越大。

从图 7 可见,随 CCD 像元尺寸 ζ 的减小,各条 曲线的峰值互信息量对应的光学响应指数 ξ 的值右 移(增大)。这是探测器 CCD 与光学成像系统的宏 观匹配特性。 CCD 像元尺寸 ζ 越小,它能传递的图 像的空间频率越高,因而,应选光学响应指数 ξ 值大 的成像系统与之匹配。但是,当 CCD 像元尺寸 ζ 一 定时,是否光学响应指数 ξ 值越大越好? 这是有待 研究的下一个问题。

2) 光学响应指数 ξ 大并不能保证互信息量大, 并不能保证高的图像保真度。

六条仿真曲线均反映同样的规律。采样成像系 统的采样间隔取决于探测器阵列的间隔。因此当 CCD 的宽度 ζ 确定后,采样通带的带宽是一定的。 如果系统的 ξ 大,但采样通带带宽窄,则必然有欠采 样噪声,甚至有高阶欠采样噪声,所以图像质量反而

下降,从信息论角度分析,反而使互信息量下降。图像模糊效应与欠采样噪声之间有一个相对涨落、平衡问题。做采样成像系统设计时,设计原则应是控制空间响应函数和采样通带之间的平衡,使互信息量最大。

5.2 光学系统与 CCD 的最佳匹配

本文的另一个研究目标是研究 CCD 与光学系统的最佳匹配。从上面的仿真结果知,CCD 像元尺寸 ζ 越小,峰值互信息量对应的 ξ 值越大,同时,文献[3]中曾把 $\zeta=1/2\xi$ 的光学系统称为中度模糊系统,因此本文设光学响应指数与 CCD 像元尺寸关系为

$$\zeta = 1/k\xi. \tag{18}$$

取 CCD 宽度 ζ 分别为 0.3、0.5、0.7、0.9、1.1、1.3、1.5,做出七种情况下的互信息量随 k 变化的仿真曲线,如图 8 所示。

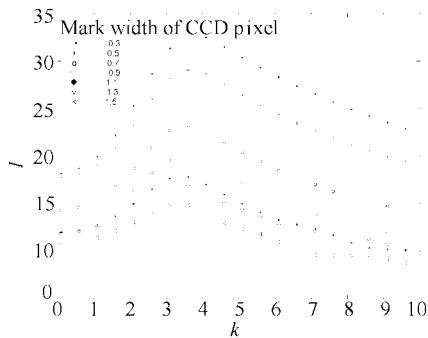


Fig. 8 Simulation curve of mutual information

从六条仿真曲线可见,存在光学系统与 CCD 的最佳匹配。在 $k=3.5$ 附近,无论 CCD 像元尺寸 ζ 为何值,互信息量均为最大。不同 CCD 像元尺寸 ζ 下,峰值互信息量与 k 的对应值如表 1 所示。

Table 1 Relation between width of CCD, maximum mutual information and k

Normalized width of CCD	value of k	Maximum mutual information /bit
0.3	3.769	32.6807
0.5	3.678	31.3449
0.7	3.585	23.2702
0.9	3.498	19.9262
1.1	3.418	17.8260
1.3	3.385	16.8347
1.5	3.301	14.9706

6 图像捕捉实验结果与讨论

以图 9 所示的方框组为捕捉目标,取不同的采样频率、不同的光学响应指数捕捉图像。从捕捉再

现图像质量的变化过程,可以看到光学系统模糊效应和欠采样噪声对图像质量的影响。

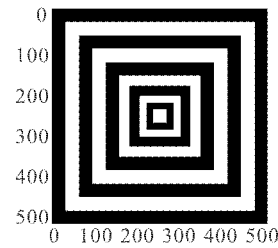


Fig. 9 Target

图 10 为采样频率为 $2/3$,光学响应指数分别为 0.3、0.45、0.5、0.7、1.1、1.2 时的捕捉再现图,图 11 是图 10(d)~图 10(f)的局部放大图。图 12 为与图 10 对应的欠采样噪声频谱图。由图 10 可见,光学响应指数为 0.3 时,高频信息丢失,这时,如图 12(a)所示,谱面上没有欠采样噪声,光学模糊效应是影响图像质量的主要因素;光学响应指数为 0.45~0.5 左右,如图 12(b)、图 12(c)所示,谱面上开始出现欠采样噪声,但很小,欠采样噪声与光学模糊效应平衡制约,达到最佳匹配,图像质量最好;光学响应指数为 0.7 时,由图 12(d)可见,欠采样噪声明显增

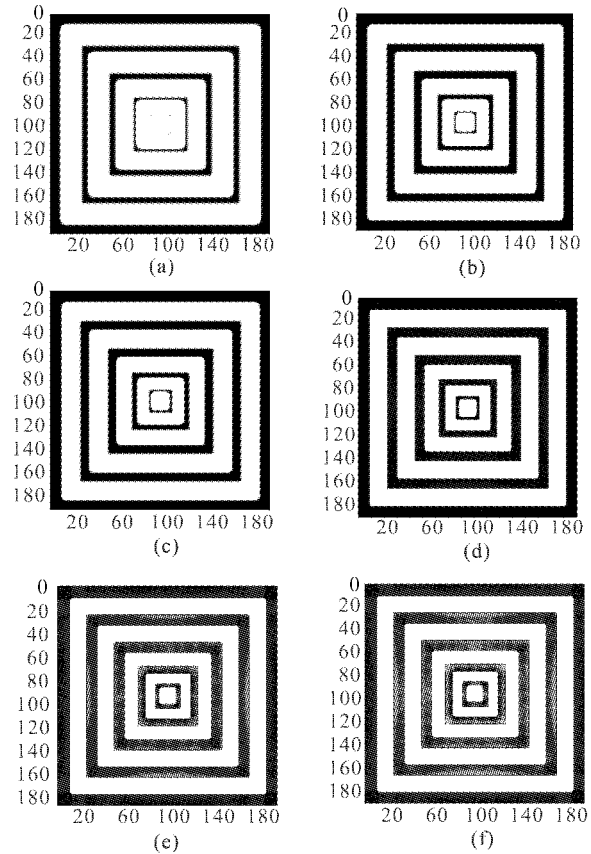


Fig. 10 Gathered images ($\zeta=2/3, \xi=0.3, 0.45, 0.5, 0.7, 1.1, 1.2$)

大并开始成为影响图像质量的主要因素,从图 11 (a)中,可以看到网格状的欠采样噪声;光学响应指数为 1.1、1.2 时,从图 12(e)、图 12(f)可见,欠采样噪声严重,是影响图像质量的决定因素,从图 10 (e)、图 10(f)中可看见网格状欠采样噪声,图像质量明显下降。从图 11(b)、图 11(c)中可以清楚的看到网格状的欠采样噪声;图 11 显示了像面上欠采样噪声随光学指数的变化。图 12 显示了谱面上欠采样噪声随光学指数的变化。图像质量的变化与文中理

论预测一致;最佳图像出现在光学响应指数为 0.45 附近,与文中计算与仿真得到的最佳匹配条件一致 ($\zeta=1/k\xi, k=3.5$ 左右)。实验结果证明了理论分析与计算机仿真的正确性。采样成像系统包括图像的捕捉、编码、解码、恢复和显示等过程,本文研究图像捕捉部分的匹配设计,因而,实验面向图像捕捉过程,屏蔽了图像的恢复、显示过程。图 9 中的图像是图像捕捉部分的输出图像,没有经过恢复和显示处理。

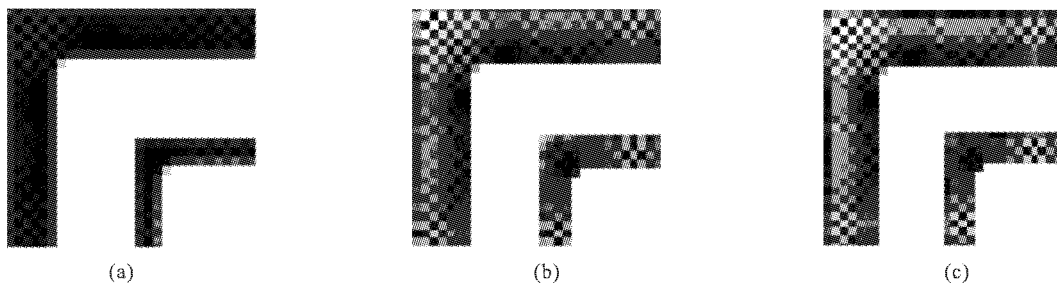


Fig. 11 Parts of amplified images of Fig. 10(d) ($\xi=0.7$), (c) ($\xi=1.1$), (f) ($\xi=1.2$)

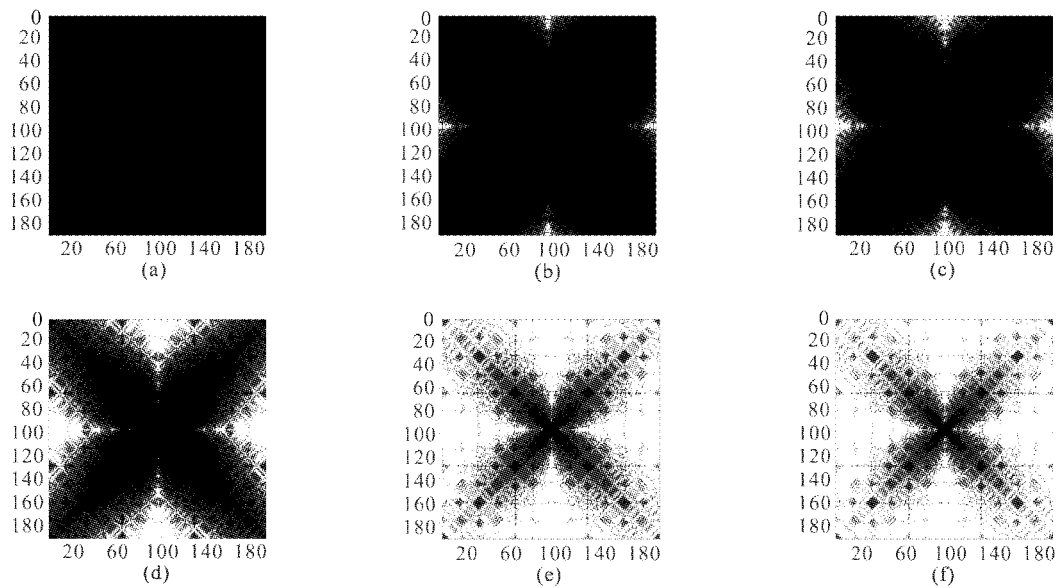


Fig. 12 Frequency spectrum of aliasing noise [$\zeta=2/3, \xi=0.3$ (a), 0.45(b), 0.5(c), 0.7(d), 1.1(e), 1.2(f)]

通过基于信息论的分析、仿真、实验,本文得出了探测器阵列与光学成像系统的宏观匹配特性与最佳匹配条件。在 $\zeta=1/k\xi, k=3.5$ 附近,采样成像系统可达到最大互信息量,得到最高的图像保真度。

参 考 文 献

- 1 Huck F O, Falcs C L, Rahamn Z. An information theory of visual communication. *Philos. Trans. R. Soc. London*, 1996, **Ser. A 354**:2193~2248
- 2 Park S K, Rahman Z. Fidelity analysis of sampled imaging systems. *Opt. Engng.*, 1999, **38**(5):786~800
- 3 Wu-Chun Cho, Neifeld M A. Information-based optical design for binary-valued imagery. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(11):1731~1742
- 4 Carretero L, Fimia A. Entropy-based study of imaging quality holographic optical element. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **19**(17):1355~1357
- 5 Cao Zhigang, Qian Yasheng. *Modern Telecommunication Principle*(现代通信原理). Beijing: Tsinghua University Press, 2000. 14~24 (in Chinese)
- 6 Tadmor Y, Tolhurst D J. Discrimination of changes in the second-order statistics of natural and synthetic images.

- Vision Res.*, 1994, **34**:541~554
- 7 Han Changyuan. *Theory Basis of Information Optics and Applications* (信息光学理论基础及其应用), Changchun: Changchun Press, 1989. 17~49 (in Chinese)
- 8 Hu Song, Chen Wenmin, Wen Zhiyu *et al.*. Influence of photo-detector array on resolution and wavelength accuracy of spectrometer. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2002, **22**(2):190~195 (in Chinese)
- 9 Chen Wenjing, Su Xianyu, Tan Songxin. Discussion on phase error caused by frequency leakage in FTP. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 2000, **20**(10):1429~1434 (in Chinese)

Matching Design Methods Based on Information Theory in Sampled Imaging Systems

Chi Xuefen^{1,2} Han Changyuan¹ Yi Zhidong²

1 *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, The Chinese Academy of Sciences, Changchun 130021*
 2 *Telecommunication Engineering College, Jilin University, Changchun 130012*

(Received 15 January 2002; revised 27 April 2002)

Abstract : By extending information theory to sampled imaging system, the performance of image gathering device is assessed according to mutual information. Information theory-based computer simulation results are given. Information theory-based design parameters which are used to optimize system are proposed. According to simulation results, the general matching features and ideal matching condition between optical imaging system and CCD detector array are obtained. Experimental results on image gathering verify the result of theoretical analysis and simulations.

Key words: information optics; mutual information; entropy; aliasing noise; spatial frequency response