

文章编号: 0253-2239(2003)02-0159-05

# Šolc 型双折射滤波器离轴消光比的研究\*

周 煜 刘立人 张 娟 周常河

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要:** 提出了一种 Šolc 型双折射滤波器的离轴消光比的一般性计算方法, 利用所得结果模拟出了 Šolc 型双折射滤波器的锥光干涉图以及发散光积分消光比与波长和发散角的关系曲线, 实验结果证实了理论推算的合理性。此外本方法也适用于计算各种类型双折射滤波器的离轴消光比。

**关键词:** 物理光学; 离轴消光比; 演绎法; 双折射滤波器

中图分类号: O431 文献标识码: A

## 1 引 言

双折射滤波器具有结构简单、滤波频带宽、滤波波形可精确调节、可实现 0.1 nm 级的滤波线宽等优点<sup>[1,2]</sup>, 因此在太阳光谱研究<sup>[3]</sup>、激光腔内波长选择器<sup>[4]</sup>、波分复用(WDM)器件<sup>[5]</sup>、光纤增益均衡器件等领域中有广泛的应用。双折射滤波器主要包括 Šolc 型<sup>[6]</sup>与 Lyot 型<sup>[3]</sup>两种结构类型, 其中 Šolc 型双折射滤波器具有低的光能损耗, 因此应用最广。

Šolc 型双折射滤波器由多块夹在起偏器与检偏器之间, 光轴平行于表面的等厚度的平行平面单轴晶片构成, 每块晶片都磨成 1/2 波片, 按排列方式的不同分为 Folded Šolc 型双折射滤波器和 Fan Šolc 型双折射滤波器两种。Folded Šolc 型双折射滤波器中起偏器与检偏器透光轴方向互相垂直, 奇数号晶片的光轴指向相同为  $\rho$ , 偶数号晶片的光轴指向相同为  $-\rho$ ; Fan Šolc 型双折射滤波器中起偏器与检偏器透光轴方向互相平行, 晶体光轴指向呈扇形依次排列, 两种 Šolc 型双折射滤波器的滤波效果是完全相同的。Lyot 型双折射滤波器由一序列被互相平行的偏振器隔开的平行平面单轴晶片构成, 晶片厚度以几何级次增长, 但光轴指向完全相同。与其它类型滤波器一样, 双折射滤波器在离轴光入射的情况下滤波波形发生畸变, 滤波谱线发生漂移, 因此有必要研究其在离轴入射下的消光比。由于 Lyot 型双折射滤波器中各晶片光轴指向完全相同, 因此文献

[7]通过对单晶晶片的离轴消光比的研究得到整个 Lyot 型滤波器的离轴消光比。但是这种分析方法不适用于光轴指向各不相同的 Šolc 型双折射滤波器以及晶片厚度与光轴指向任意的双折射滤波器。

本文提出了一种从单块晶片任意入射角下的寻常光与非常光相位差出发, 推算出具有多块晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器的离轴消光比的一般性方法, 并用这个方法模拟出了 Folded Šolc 型双折射滤波器的锥光干涉图以及一束有一定发散角的入射光的积分消光比, 并得到实验验证。同时本方法可用于推算一切非 Folded 和 Fan Šolc 型的、晶片厚度与光轴指向任意的双折射滤波器的离轴消光比和锥光干涉图以及发散光积分消光比。

## 2 双折射滤波器离轴消光比计算方法

Folded Šolc 型双折射滤波器结构如图 1 所示, 各块晶片光轴指向角交错排列, 光轴与水平轴的夹角为  $\rho = \pm\pi/(4N)$ , 其中  $N$  为晶片数量。本方法首先分析单块晶片在任意入射角下的寻常光与非常光相位差, 然后应用于双折射滤波器透射率的琼斯

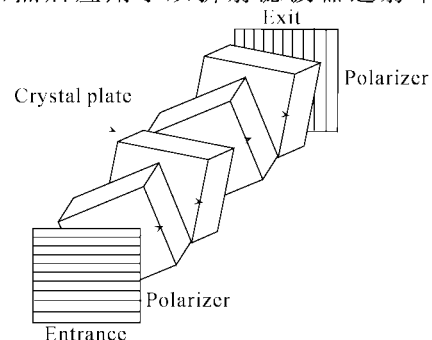


Fig. 1 Šolc folded four-stage birefringent filter configurations

\* 国家自然科学基金(60177016)、上海光科技(012261011)及国家杰出青年基金(60125512)资助课题。

E-mail: sunny@mail.siom.ac.cn

收稿日期: 2002-02-18; 收到修改稿日期: 2002-03-19

(Jones)矩阵计算中,最后得出双折射滤波器的离轴消光比。

**2.1 单块晶片任意入射角下的寻常光与非常光相位差与锥光干涉图**

设有一光轴平行于表面的平行平面单轴晶片,

建立以光轴为  $x$  轴的直角坐标系,晶体的三个主折射率为  $n_e, n_o, n_o$ , 厚度为  $d$ 。入射光波矢  $k$  的方位角为  $\varphi$ , 入射角为  $\theta$ , 波长为  $\lambda$ 。如图 2 (a) 所示。在入射面上,  $o$  光与  $e$  光波法线的行进路线如图 2(b) 所示, 产生的相位差为<sup>[8]</sup>

$$\Delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \left[ n_e \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta \sin^2 \varphi}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \varphi}{n_o^2}} - n_o \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}} \right], \quad (1)$$

令  $\Delta_0 = 2\pi d(n_e - n_o)/\lambda$ , 在  $\sin^2 \theta \ll n_o^2, n_e^2$  的情况下, 相位差可简化为

$$\Delta' = \Delta_0 \left[ 1 + \sin^2 \theta \left( \frac{\sin^2 \varphi}{2n_o n_e} - \frac{\cos^2 \varphi}{2n_o^2} \right) \right]. \quad (2)$$

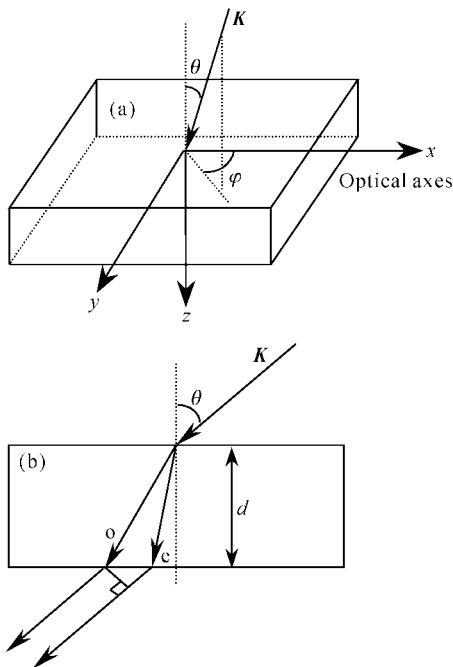


Fig. 2 (a) Off-axis ray in the crystal coordinate system; (b) Off-axis optical wave vectors within input plane

在单片晶片的 Šolc 型双折射滤波器中,起偏器透光轴方向为  $x$ - $y$  轴平分线方向,检偏器透光轴方向为  $x$  与负  $y$  轴平分线方向,一束离轴入射光的消光比为

$$I(\theta, \varphi) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \Delta. \quad (3)$$

在双折射滤波器后放一个焦距为  $f$  的凸透镜,在锥光入射下凸透镜后焦面上出现单块晶片 Šolc 型双折射滤波器锥光干涉图,在  $\sin^2 \theta \ll 1$  情况下,

$$\left. \begin{aligned} x^2 &= f^2 \tan^2 \theta \cos^2 \varphi \approx f^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi, \\ y^2 &= f^2 \tan^2 \theta \sin^2 \varphi \approx f^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将(4)式代入(2)式可得近轴条件下 Šolc 单块晶片型双折射滤波器相位差为  $\Delta'$  的等相位线方程

$$\frac{x^2}{(2n_o f^2 / \Delta_0)(\Delta_0 - \Delta')} - \frac{y^2}{(2n_o f^2 / \Delta_0)(\Delta_0 - \Delta')} = 1. \quad (5)$$

在  $\Delta' > \Delta_0$  和  $\Delta' < \Delta_0$  时分别得到两组双曲线,  $\Delta' = (2k+1)\pi$  时为干涉极大亮纹;  $\Delta' = 2k\pi$  时为干涉极小暗纹。当  $\Delta' = \Delta_0$  时的等相位线为

$$y = \pm (n_e/n_o)^{1/2} x. \quad (6)$$

由(3)式与(5)式模拟出的锥光干涉图在近轴区是一样的,如图 3(a)所示,而图 3(b)为其实验验证图。

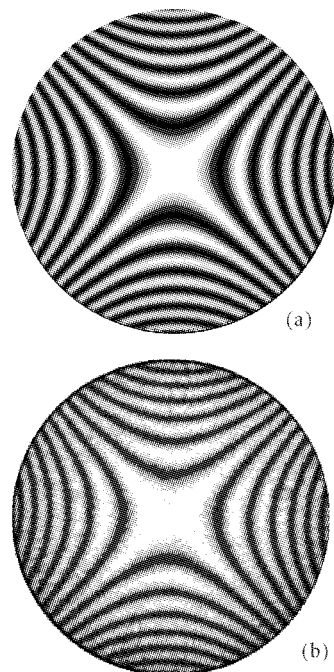


Fig. 3 (a) Simulated conoscopic figure of Šolc single stage filter; (b) Experimental conoscopic figure of Šolc single stage filter

**2.2 含两块单轴晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器的离轴消光比**

建立如图 4 所示的坐标系,起偏器  $P_1$  透光轴为

$x$  方向, 检偏器  $P_2$  透光轴为  $y$  方向, 晶片 1 的光轴方向与  $x$  轴夹角为  $\rho$ , 晶片 2 的光轴方向与  $x$  轴夹角为  $-\rho$ 。

由上一节分析可得, 在此坐标系中, 光在第一块晶片传播产生的相位差为

$$\Delta_1 = \frac{2\pi d}{\lambda} \left[ n_e \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta \sin^2(\varphi - \rho)}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta \cos^2(\varphi - \rho)}{n_o^2}} - n_o \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}} \right], \quad (7)$$

光在第二块晶片传播产生的相位差为

$$\Delta_2 = \frac{2\pi d}{\lambda} \left[ n_e \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta \sin^2(\varphi + \rho)}{n_e^2} - \frac{\sin^2 \theta \cos^2(\varphi + \rho)}{n_o^2}} - n_o \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta}{n_o^2}} \right], \quad (8)$$

单块晶片的琼斯矩阵为

$$M(\Delta, \rho) = \begin{bmatrix} \cos \rho & -\sin \rho \\ \sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\Delta/2} & 0 \\ 0 & e^{+i\Delta/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta/2) - i\cos 2\rho \sin(\Delta/2) & -i\sin 2\rho \sin(\Delta/2) \\ -i\sin 2\rho \sin(\Delta/2) & \cos(\Delta/2) + i\cos 2\rho \sin(\Delta/2) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

则入射光经过 Folded Šolc 型滤波器后透射光电场分量为

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = P_2 M_2 M_1 P_1 E_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M_2(\Delta_2, -\rho) M_1(\Delta_1, \rho) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

推算可得

$$E_x = 0, \\ E_y = \frac{1}{2} \sin(2\rho) [-\cos 2\rho e^{-i(\Delta_1 + \Delta_2)} + 2\cos^2 \rho e^{-i\Delta_1} - 2\sin^2 \rho e^{-i\Delta_2} - \cos 2\rho],$$

其中  $\rho = \pi/(4 \times 2) = \pi/8$ , 因此含两块单轴晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器离轴消光比为

$$I(\theta, \varphi) = |E|^2 = [4 + \cos(\Delta_1 + \Delta_2) - \cos(\Delta_1 - \Delta_2) - 2\cos \Delta_1 - 2\cos \Delta_2]/8, \quad (10)$$

图 5(a) 为由 (10) 式模拟的含两块单轴晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器的锥光干涉图。

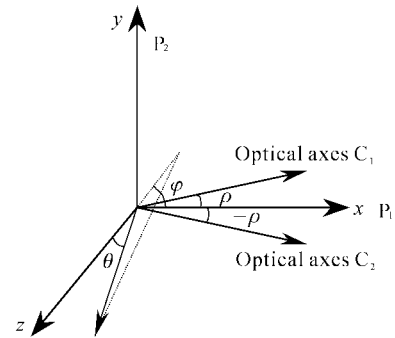


Fig. 4 Coordinates for multi-stage birefringent filters

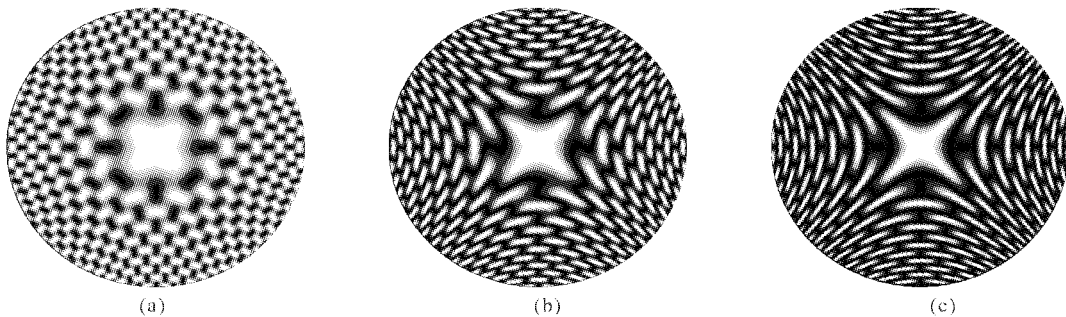


Fig. 5 Simulated conoscopic figures of folded multi-stage Šolc birefringent filters.

(a) Two-stage; (b) Three-stage; (c) Four-stage

### 2.3 含 $N$ 块单轴晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器的离轴消光比

对 Folded Šolc 型双折射滤波器, 奇数号晶片的光轴指向与第一块晶片光轴指向相同为  $\rho = \pi/(4N)$ , 因此相位差同为  $\Delta_1$ ; 偶数号晶片的光轴指

向与第二块晶片光轴指向相同为  $-\rho = -\pi/(4N)$ , 因此相位差同为  $\Delta_2$ 。入射光经过含  $N$  块单轴晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器后电场分量为

当  $N=2m$  时:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = P_2 M_{2m} M_{2m-1} \cdots M_2 M_1 P_1 E_0 =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M_{2m}(\Delta_2, -\rho) M_{2m-1}(\Delta_1, \rho) \cdots$$

$$M_2(\Delta_2, -\rho) M_1(\Delta_1, \rho) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} [M_2(\Delta_2, -\rho) M_1(\Delta_1, \rho)]^m \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

应用 Chebyshev 等式可推算得

$$E_x = 0, \quad E_y = \left( \sin(4\rho) \sin \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2}{2} + i \sin(2\rho) \sin \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2} \right) \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda}$$

$$\text{其中} \quad K\Lambda = \cos^{-1} \left[ \cos \frac{\Delta_1}{2} \cos \frac{\Delta_2}{2} - \cos(4\rho) \sin \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2}{2} \right], \quad (11)$$

因此离轴消光比为

$$I(\theta, \varphi) = |E|^2 = \left\{ \left[ \sin(4\rho) \sin \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2}{2} \right]^2 + \left[ \sin(2\rho) \sin \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2} \right]^2 \right\} \left( \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} \right)^2. \quad (12)$$

图 5(c) 为由 (12) 式模拟出的含四块单轴晶片的 Folded Solc 型双折射滤波器的锥光干涉图。

当  $N = 2m + 1$  时:

$$E = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = P_2 M_{2m+1} M_{2m} M_{2m-1} \cdots M_2 M_1 P_1 E_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M_{2m+1}(\Delta_1, \rho) M_{2m}(\Delta_2, -\rho) M_{2m-1}(\Delta_1, \rho) \cdots$$

$$M_2(\Delta_2, -\rho) M_1(\Delta_1, \rho) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} M_{2m+1}(\Delta_1, \rho) [M_2(\Delta_2, -\rho) M_1(\Delta_1, \rho)]^m \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

应用 Chebyshev 等式可推算得

$$E_x = 0, \quad E_y = i \left[ \left( \sin 2\rho \cos \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{2} + \sin 4\rho \cos 2\rho \sin^2 \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2}{2} \right) \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} - \sin 2\rho \sin \frac{\Delta_1}{2} \cos mK\Lambda \right],$$

因此离轴消光比为

$$I(\theta, \varphi) = |E|^2 = \left[ \left( \sin 2\rho \cos \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2 - \Delta_1}{2} + \sin 4\rho \cos 2\rho \sin^2 \frac{\Delta_1}{2} \sin \frac{\Delta_2}{2} \right) \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} - \sin 2\rho \sin \frac{\Delta_1}{2} \cos mK\Lambda \right]^2. \quad (13)$$

图 5(b) 为由 (13) 式模拟出的含三块单轴晶片的 Folded Solc 型双折射滤波器的锥光干涉图。

晶片厚度相同, 光轴指向固定的 Solc 型双折射滤波器只能实现窄线宽滤波, 而由双折射滤波器构成的波分复用器件、光纤增益均衡器等器件中晶片的厚度与指向各不相同, 但是用如上所述方法, 将各块晶片的琼斯矩阵  $M_n(\Delta_n, \rho_n)$  代入计算同样可得出离轴消光比。同时由 (2) 式可见, 在不改变双折射  $\Delta n = n_c - n_o$  的前提下,  $n_o$  或  $n_c$  的值越大, 滤波器视场越大。

### 3 双折射滤波器发散光积分消光比计算方法

在双折射滤波器的使用中, 入射光往往并不是严格的平行光, 一般都有一定的发散角, 因为双折射

滤波器的离轴消光比与入射角  $\theta$  和方位角为  $\varphi$  有关, 因此发散光入射下的双折射滤波器滤波效果将发生畸变。

设发散角为  $\pm\theta_0$  的锥光入射双折射滤波器, 入射光通量为

$$\phi_{\text{in}}(\theta_0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} A^2 \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (14)$$

其中  $A$  为振幅, 一般情况下与  $\theta$  和  $\varphi$  有关。

透射光通量为

$$\phi_{\text{out}}(\theta_0) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\theta_0} A^2 I(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (15)$$

双折射滤波器的发散光积分消光比为

$$T(\lambda, \theta_0) = \frac{\phi_{\text{out}}(\lambda, \theta_0)}{\phi_{\text{in}}(\lambda, \theta_0)}. \quad (16)$$

图 6 中实线为由 (16) 式模拟的单片晶片型双折射滤

波器在入射光波长为 632.8 nm 时的发散光积分消光比与发散角关系曲线,使用材料为  $\text{LiNbO}_3$  晶体,  $n_o=2.28647$ ,  $n_e=2.20240$ ,  $d=12.26535$  mm,星点为实验值,可见实验结果与理论分析相一致。更多晶片的 Folded Šolc 型双折射滤波器的发散光积分消光比曲线同样也可以用模拟计算求得。计算表明: Folded Šolc 型双折射滤波器线宽随使用晶片的增加而减小,但视场随晶片的增加趋于减小,同时滤波曲线对比度下降。

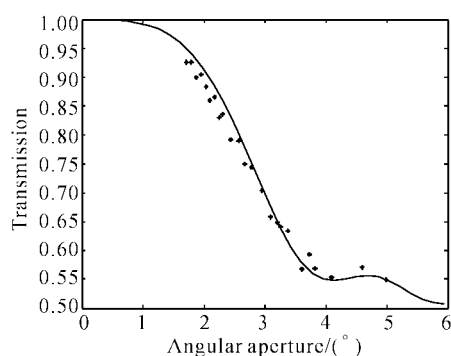


Fig. 6 The calculated transmission curve and experimental values of Šolc single stage filters versus incident angular aperture,  $d=12.26535$  mm

**应用及讨论** 本文提出了一种推算具有多块晶片的 Šolc 型双折射滤波器离轴消光比的一般性方法,并用所得结果模拟出了 Folded Šolc 型双折射滤波器

的锥光干涉图,以及一束有一定发散角的入射光积分消光比与波长及发散角的关系,并得到实验验证。此外使用本方法也可计算一切非 Folded Šolc 型双折射滤波器的离轴消光比。由于所使用的  $\text{LiNbO}_3$  晶体双折射均匀性较差,因此制作两片完全相同的 1/2 波片很困难,本文用单块晶体波片作实验验证。

### 参考文献

- 1 Evans J W. The birefringent filter. *J. Opt. Soc. Am.*, 1949, **39**(3):229~242
- 2 Harris S E, Ammann E O, Chany I C. Optical network synthesis using birefringent crystals. *J. Opt. Soc. Am.*, 1964, **34**(10):1267~1279
- 3 Lyot B. Filter monochromatique polarisante ses application en physique solaire. *Ann. Astrophys*, 1944, **7**(1~2):31
- 4 Bloom A L. Modes of a laser resonator containing tilted birefringent plates. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, **64**(4):447~452
- 5 Carlsen W J, Buhner C F. Flat passband birefringent wavelength-Division multiplexers. *Electron. Lett.*, 1987, **23**(3):106~107
- 6 Šolc I. Birefringent chain filters. *J. Opt. Soc. Am.*, 1965, **55**(6):621~625
- 7 Title A M, Rosenberg W J. Improvements in birefringent filters. 5: Field of view effects. *Appl. Opt.*, 1979, **18**(20):3443~3456
- 8 Yariv A, Yeh P. *Optical Waves in Crystals*. New York: John Wiley and Sons, 1984. 152

## Study of off-Axes Extinction Ratio of Šolc Birefringent Filters

Zhou Yu Liu Liren Zhang Juan Zhou Changhe

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

(Received 18 February 2002; revised 19 March 2002)

**Abstract:** A generalized method is proposed for computing the off-axes extinction ratio of Šolc birefringent filters. Based on the result, the conoscopic figures of Šolc birefringent filters are simulated, and the curves of integral extinction versus wavelength and incident angular aperture are presented in the case of diffusive incidence. The calculated values agree well with the experimentally obtained values given here. Moreover, the method is suitable for computing the off-axes extinction ratio of all kinds of birefringent filters.

**Key words:** physical optics; off-axes extinction ratio; deductive method; birefringent filters