

文章编号: 0253-2239(2003)02-0231-05

# 激光输入光纤环形腔内相位调制输出功率谱分析\*

罗家童 钱景仁

(中国科技大学电子工程与信息科学系, 合肥 230026)

**摘要:** 从理论上详细分析了光纤环形腔有内相位调制时的输出光电流功率谱密度函数, 该理论对任意相干长度的输入激光光源都是有效的。理论结果和实验数据表明, 过快的相位调制能够平坦光电流功率谱上由于环形腔谐振特性而形成的周期性小峰, 而弱相位调制对环形腔输出功率谱则影响不大。

**关键词:** 应用光学; 相位噪声; 相位调制; 光纤环形腔

中图分类号: TN25

文献标识码: A

## 1 引言

光纤环形腔自提出以来作为一个基本的光回路一直得到广泛的应用, 在使用过程中经常用到相位调制, 如光纤环形腔陀螺, 光纤环形腔扫描光谱分析仪, 激光器主动稳频时的高频颤动或扰动, 以及其他为稳定腔长而加的腔长调制<sup>[1,2]</sup>。理论和实验表明, 环形腔内的相位调制速度超过调制速率限时会使环形腔输出呈现振铃和不对称现象, 有人称这种过快的相位调制时的响应为动态响应, 而一般的弱调制为稳态响应<sup>[3~5]</sup>。已有人在时域内详细研究了振铃现象, 然而在频域内作深入研究尚未见报道, 因此仔细研究有腔内相位调制情况下的环形腔输出功率谱密度函数对进一步理解振铃现象的本质和应用这种现象是很有必要的。

本文对腔内有相位调制时的环形腔输出功率谱密度函数和光电流功率谱密度函数进行了理论推导和分析, 并对理论分析结果进行了实验验证, 还讨论了应用此结果来测量激光光源线宽的方法。

## 2 理论分析及原理

腔内加入相位调制的光纤环形腔结构图如图1所示, 环形腔腔长为L, 用压电陶瓷(PZT)作为相位调制器。分布反馈激光器输出的激光从耦合器C的1端口输入进入环形腔后, 部分光在环形腔内循环, 部分光从4端口输出, 光电探测器接收后输入射频频谱仪。假设输入光是幅度稳定的准单色光, 那么根据多光束干涉理论, 输出光可表示为多次延时后的输入光场的叠加<sup>[6,7]</sup>:

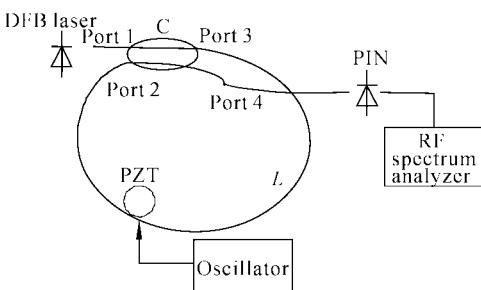


Fig. 1 Diagram of the setup for an inner phase-modulated optical-fiber resonator

$$\begin{aligned} E_0(t) = & E_0 \exp(j\omega_0 t) \left\{ jk^{1/2}(1-\gamma)^{1/2} \exp[j\phi(t)] + (1-k)(1-\gamma) \times \right. \\ & \sum_{n=1}^{\infty} [jk^{1/2}(1-\gamma)^{1/2} \exp(-\alpha L)]^{n-1} \exp(jn\omega_0 \tau_0) \exp[j\phi(t-n\tau_0)] \exp[j \sum_{k=1}^n s(t-k\tau_0)] \} = \\ & B \exp(j\omega_0 t) \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-jn\omega_0 \tau_0) \exp[j\phi(t-n\tau_0)] \exp[jC_n \sin(\omega_m t - \theta_n)], \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $B = E_0 \frac{(1-k)(1-\gamma)^{1/2}}{jk^{1/2}},$

$$A_n = \begin{cases} (jk^{1/2})^2 / (1-k) & n = 0, \\ [jk^{1/2}(1-\gamma)^{1/2} \exp(-\alpha L)] & n \geq 1, \end{cases}$$

\* 国家自然科学基金(60177024)资助课题。

E-mail: jtluo@ustc.edu.cn

收稿日期: 2001-12-26; 收到修改稿日期: 2002-03-14

$$C_n = \begin{cases} 0 & n = 0, \\ m \sqrt{\sum_{k_1=1}^n \sum_{k_2=1}^n \cos[(k_1 - k_2)\omega_m \tau_0]} & n \geq 1, \end{cases}$$

$$\theta_n = \arctan \left\{ \sum_{k=1}^n \sin(k\omega_m \tau_0) / \left[ \sum_{k=1}^n \cos(k\omega_m \tau_0) \right] \right\}.$$

式中  $E_0$  为输入光振幅,  $\omega_0$  为该准单色电磁场的平均角频率,  $\phi(t)$  代表相位的随机波动, 由之可确定该激光的谱分布和线宽。 $s(t) = m \sin(\omega_m t)$  为正弦调制信号,  $m$  为调制深度,  $\omega_m$  为调制频率,  $k, \gamma$  分别为输入耦合器的耦合比和插入损耗,  $\alpha$  为光纤的衰减系数,  $L$  为光纤环形腔的腔长,  $\tau_0 = 1/\Delta\nu = nL/c$  为环形腔的延时时间,  $\Delta\nu$  为环形腔的自由谱宽。在本文的分析中, 认为输入激光的相位随机波动  $\phi(t)$  与调制信号  $s(t)$  独立无关。

于是由(1)式可得, 通过光电探测器得到的输出光电流为

$$R_i(\tau) = \langle I(t)I(t+\tau) \rangle = \eta^2 \langle E_0(t)E_0^*(t)E_0(t+\tau)E_0^*(t+\tau) \rangle = \eta^2 |B|^4 \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} f_{m_1, n_1, m_2, n_2} u(\tau) G_2(\tau), \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} f_{m_1, n_1, m_2, n_2} &= A_{m_1} A_{n_1}^* A_{m_2} A_{n_2}^* \exp[-j(m_1 + m_2 - n_1 - n_2)\omega_0 \tau_0], \\ u(\tau) &= \langle \exp(-j[\phi(t - m_1 \tau_0) - \phi(t - n_1 \tau_0) + \phi(t - m_2 \tau_0 + \tau) - \phi(t - n_2 \tau_0 + \tau)]) \rangle, \\ G_2(\tau) &= \langle \exp(j\{D_{m_1, n_1} \sin(\omega_m t + \varphi_{m_2, n_2}) + D_{m_2, n_2} \sin(\omega_m(t + \tau) + \varphi_{n_1, n_2})\}) \rangle = \\ &\sum_{k=0}^{\infty} J_k(-D_{m_1, n_1}) J_k(D_{m_2, n_2}) \exp(jk\omega_m \tau) \exp[jk(\varphi_{m_1, n_1} - \varphi_{m_2, n_2})] + \\ &\sum_{k=1}^{\infty} J_k(-D_{m_1, n_1}) J_k(D_{m_2, n_2}) \exp(-jk\omega_m \tau) \exp[-jk(\varphi_{m_1, n_1} - \varphi_{m_2, n_2})]. \end{aligned}$$

上式利用了指数函数的贝塞尔函数展开, 其中  $J_k$  是第  $k$  阶的第一类贝塞尔函数。

一般来说, 分布反馈激光器的工作点被认为远高于激光器的阈值点, 因此该激光器的相位随机变化可以假设成平稳高斯随机过程, 所以有

$$\begin{aligned} u(\tau) &= \exp\{-[2\gamma|m_1 - n_1|\tau_0 + 2\gamma|m_2 - n_2|\tau_0]/2\} \times \\ &\exp\{-[2\gamma|\tau + (m_1 - n_1)\tau_0| + 2\gamma|\tau + (n_1 - m_2)\tau_0| - 2\gamma|\tau + (m_1 - m_2)\tau_0| - 2\gamma|\tau + (n_1 - n_2)\tau_0|]/2\} = \\ &\exp[-D_1(m_1 - n_1, m_2 - n_2)/2] \exp[-D_2(m_1, m_2, n_1, n_2; \tau)/2]. \end{aligned}$$

对(3)式中的求和指数作变换

$$\begin{cases} l = (m_2 - m_1 + n_1 - n_2)/2, \\ k = (m_1 - m_2 + n_1 - n_2)/2, \end{cases} \quad \begin{aligned} h &= (m_1 + m_2 - n_1 - n_2)/2, \\ n &= (m_1 + m_2 + n_1 + n_2)/2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I(t) &= \eta E_0(t) E_0^*(t) = \eta |B|^2 \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} A_{n_1} A_{n_1}^* \times \\ &\exp[-j(n_1 - n_2)\omega_0 \tau_0] \times \\ &\exp\{j[\phi(t - n_1 \tau_0) - \phi(t - n_2 \tau_0)]\} \times \\ &\exp[jD_{n_1, n_2} \sin(\omega_m t + \varphi_{n_1, n_2})], \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} D_{n_1, n_2} &= \sqrt{C_{n_1}^2 + C_{n_2}^2 - 2C_{n_1} C_{n_2} \cos(\theta_{n_1} - \theta_{n_2})}, \\ \varphi_{n_1, n_2} &= \arctan\left(\frac{C_{n_1} \sin \theta_{n_1} - C_{n_2} \sin \theta_{n_2}}{C_{n_1} \cos \theta_{n_1} - C_{n_2} \cos \theta_{n_2}}\right), \end{aligned}$$

$\eta$  为光电转换常量, “\*”表示共轭。

上式表明了输出光电流与输入激光相位随机波动及调制函数的关系。

为了得到光电流的频谱密度函数, 引进光电流自相关函数  $R_i(\tau)$ , 该自相干函数仅与光场的四阶自相干函数有关<sup>[6~8]</sup>

$$\begin{aligned} \langle \exp[\pm j\Delta\phi(t, \tau)] \rangle &= \exp(-\langle \Delta\phi^2(t) \rangle/2) = \\ &\exp(-\gamma|\tau|) \end{aligned}$$

其中  $2\gamma$  是输入激光的功率谱半峰全宽 (FWHM), 很显然, 这种情况下的分布反馈激光器的功率谱是洛伦兹型 (Lorentzian)。于是

得到

$$D_1(m_1 - n_1, m_2 - n_2) = D_1(h, l) = 2\gamma|h - l|\tau_0 + 2\gamma|h + l|\tau_0,$$

$$D_2(m_1, n_1, m_2, n_2; \tau) = D_2(h, l, \tau) \otimes \delta(\tau + k\tau_0) =$$

$$2\gamma(|\tau + h\tau_0| + |\tau - h\tau_0| - |\tau + l\tau_0| - |\tau - l\tau_0|) \otimes \delta(\tau + k\tau_0),$$

$$u(\tau) = \exp[-D_1(h, l)/2] \{ \exp[-D_2(h, l, \tau)/2 - 1] \otimes \delta(\tau + k\tau_0) + \exp[-D_1(h, l)/2].$$

“ $\otimes$ ”表示卷积。根据维纳-钦辛(Wiener-Khintchine)定理对自相干函数(3)式作傅里叶变换得到输出光电流功率谱密度函数如下<sup>[6~8]</sup>:

$$S_0(\omega) = S_I(\omega) + S_D(\omega), \quad (4a)$$

$$S_I(\omega) = \eta^2 |B|^4 \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} f_{m_1, n_1, m_2, n_2} [F_{h, l}(\omega) \exp(jk\omega\tau_0)] \otimes S_{G_2}(\omega), \quad (4b)$$

$$S_D(\omega) = \eta^2 |B|^4 \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} f_{m_1, n_1, m_2, n_2} \exp[D_1(p, l)/2] \delta(\omega) \otimes S_{G_2}(\omega), \quad (4c)$$

其中

$$\begin{aligned} S_{G_2}(\omega) &= \mathcal{F}\{G_2(\tau)\} = \sum_{p=0}^{\infty} J_p(-D_{m_1, n_1}) J_p(D_{m_2, n_2}) \exp[-jp(\varphi_{m_1, n_1} - \varphi_{m_2, n_2})] \delta(\omega - p\omega_m) + \\ &\quad \sum_{p=1}^{\infty} J_p(-D_{m_1, n_1}) J_p(D_{m_2, n_2}) \exp[jp(\varphi_{m_1, n_1} - \varphi_{m_2, n_2})] \delta(\omega + p\omega_m), \end{aligned}$$

$$F_{h, l}(\omega) = \mathcal{F}(\exp[-D_1(h, l)/2] \{ \exp[-D_2(h, l, \tau)] - 1 \}),$$

$\mathcal{F}$ 表示傅里叶变换。(4)式中,  $S_I(\omega)$  表明了输出光电流功率谱的频谱分量,  $S_D(\omega)$  表明了输出光电流的直流分量和调制频率倍频分量, 很显然上面的推导对任意相干长度的激光输入光源都是有效的。

根据(2)式、(4)式可计算出不同调制速度情况下的输出响应和输出光电流功率谱, 分别如图2和图3所示。在本文的计算中, 取环形腔长为 15 m, 光纤折射率  $n = 1.5$ 。

图2表明了不同线宽的激光输入时, 对环形腔进行相位调制的环形腔4端输出稳态(图2曲线a)和动态响应(图2曲线b、c)。当环形腔进行内相位调制时, 光沿环形腔每循环一圈时间内除了原来的相位调制外会引入一个附加的相移。在稳态条件下, 调制速度慢, 这个附加的相移非常小, 可以忽略, 光沿环形腔每循环一圈的相移都可以近似为一个常量, 谐振峰的形成是由于腔内的多束光在输出时同时达到了相位匹配条件, 因此在  $2\pi$  的相位调制范围内, 对每一个本征偏振态只有一个谐振峰。在动态条件下, 由于引入的附加相移不能忽略, 每一圈的相移都不同, 因此在  $2\pi$  的相位调制范围内, 各相干光束不可能同时实现相位匹配, 而只有部分光束在特定的几个调制相位上达到相位匹配条件, 从而形成振铃现象。同时, 从图2曲线b、c也可以看出, 在同

样的调制速度情况下, 当输入光源线宽很窄时, 振铃现象明显; 而当输入光源线宽比较宽时, 由于光源线宽对环形腔相干性的影响<sup>[9]</sup>, 振铃现象不很明显。

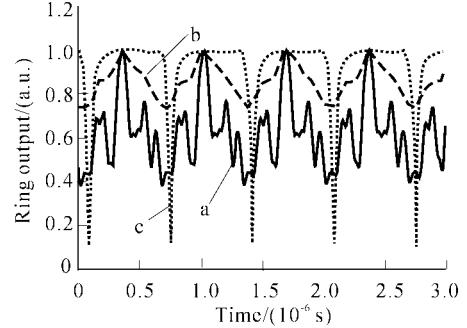


Fig. 2 Response of an optical-fiber resonator. a: steady-state; b: dynamic state, 3 MHz linewidth laser input; c: dynamic state, 200 kHz laser input

图3是环形腔输出光电流功率谱, 当环形腔处于弱调制( $m=1, f_m=1$  kHz)或没有调制时, 输出电流功率谱的包络上有许多间隔为自由谱宽(FSR)的小峰, 如图3曲线b。但当环形腔处于过调制时( $m=100, f_m=15$  kHz), 环形腔由于过相位调制引入了额外的相移, 这些相移对不同光束各不相同, 消弱了环形腔内由于多光束干涉形成的谐振特性, 对输出电流功率谱上的小峰进行了平坦, 如图3曲线c。

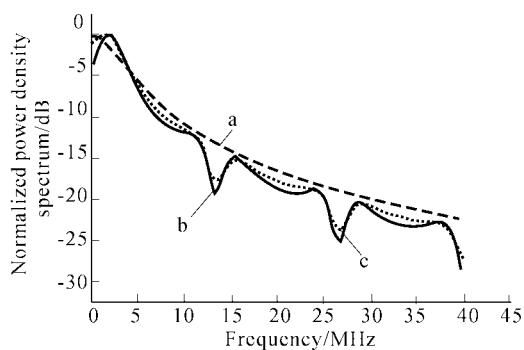


Fig. 3 Power density spectrum of an optical-fiber resonator. a: laser with DSHI; b: No modulation; c:  $f_m = 15 \text{ kHz}$ ,  $m = 100$  modulation, ring length = 15 m

### 3 实验

为了证实上述理论,我们进行了实验,所用耦合器耦合比为90%,环形腔腔长15 m,部分光纤绕在压电陶瓷(PZT)上通过加入正弦信号进行调制。输入激光采用波长为1534 nm的分布反馈激光器(3 dB线宽约为3 MHz),频谱分析仪采用AV4021,其最小分辨率带宽为1 Hz,测量范围为2 Hz~2 GHz。实验结果如图4所示,其中曲线a是通过延时线长度为12 km的延时自拍干涉法(Delay Self-Homodyne interferometry, DSHI)<sup>[10]</sup>测量的输入光源的频谱。曲线b是环形腔没有加入调制时的环形腔输出频谱,曲线c是对PZT加入0.5 V、1 kHz正弦信号时所测得的环形腔输出频谱。当对压电陶瓷加入10 V,15 kHz的正弦信号时,很明显这时环形腔已经进入过调制状态,其输出响应如图5所示,输出光电流频谱如图4曲线d所示。和曲线b相比,间隔为自由光谱的小峰幅值很小,曲线比

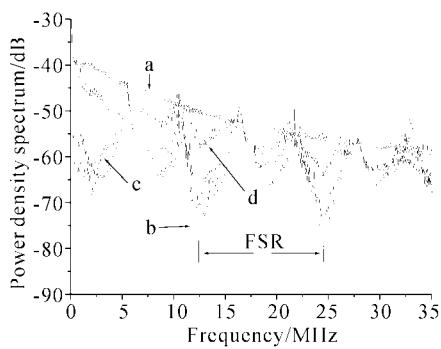


Fig. 4 Power density spectrum of a resonator. a: laser with DSHI 11 km delay line; b: No modulation; c: 1 kHz, 0.5 V modulation; d: 15 kHz, 10 V modulation

较平滑。

将图4曲线d局部放大,如图6所示,可以看到15 kHz的调制信号倍频分量,与公式(4c)一致。

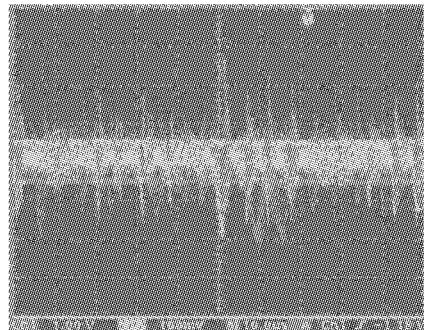


Fig. 5 Response of an optical fiber resonator  
3 MHz laser input

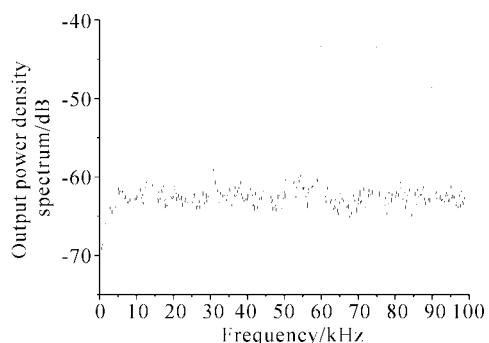


Fig. 6 Power density spectrum of a resonator

### 4 讨论

自Okoshi等<sup>[10]</sup>提出延时自拍干涉(DSHI)的方法以来,该方法已经广泛应用于测量窄线宽激光器的线宽。但是,用延时自拍干涉的方法来测量激光器的线宽时,干涉仪的延时时间要大于激光器的相干时间,否则拍频频谱上附加的波动影响到线宽的测量,激光器的线宽越窄,就需要越长的光纤延时线,这限制了延时自拍干涉方法的应用。从上面的结果可以看出,分布反馈激光输入环形腔后,输出电流功率谱的包络和用延时自拍法测量的输入光频谱基本重合,因此通过环形腔可以用来测量输入光的线宽。但是由于环形腔的谐振特性,输出频谱上的间隔为自由光谱范围的小峰会影响到测量的准确性,而从上面的理论和实验结果同时可以看出,加入相位调制时能改变环形腔输出光电流功率谱形状,因此在过调制情况下如果把环形腔输出频谱上的小峰平加以平坦,原则上就能用比较短的延迟线对输入激光线宽进行测量。

**结论** 本文推出了光纤环形腔内相位调制时输出光电流频谱密度函数的表达式，并用实验证明了在频域上明显看到的环形腔工作在弱调制和过调制的区别。对上述频谱的研究有利于复杂光系统的分析和激光窄线宽的测量。

### 参 考 文 献

- 1 Iwatsuki K, Okamuro H, Saruwatari M. Wavelength-tunable single-frequency and single-polarization Er-doped fibre ring laser with 1.4 kHz linewidth. *Electron. Lett.*, 1990, **26**(24):2033~2034
- 2 Chien P Y, Pan C L. Triangularly phase-modulated optical fiber ring resonator sensor. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(15): 2776~2780
- 3 Ioannidis Z K, Radmore P M, Giles I P. Dynamic response of an all-fiber ring resonator. *Opt. Lett.*, 1988, **13**(5):422~424
- 4 Hu Zhongfu, Qian Jingren. Rate limited of loop length modulation for a fiber-optic ring resonator and its applications. *J. China Univ. Sci. Technol.* (中国科学技  
术大学学报), 1998, **28**(5):550~555 (in Chinese)
- 5 An Haozhe, Fang Yicen, Liu Chongqi et al.. Dynamic response of fiber optic ring resonator at 1.5  $\mu\text{m}$ . *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1994, **14**(11):1210~1214 (in Chinese)
- 6 Tur M, Aric A. Phase induced intensity noise in concatenated fiber-optic delay lines. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1988, **6**(1):120~130
- 7 Moslehi B. Analysis of optical phase noise in fiber-optic system employing a laser source with arbitrary coherence time. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1986, **4**(9):1334~1351
- 8 Gallion P B, Debarge G. Quantum phase noise and field correlation in single frequency semiconductor laser system. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1984, **QE-20**(4):343~349
- 9 Hu Zhongfu, Qian Jingren, Shen Huiming. Light source effects on effective finesse of a fiber-optic ring resonator. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1997, **17**(5):609~613 (in Chinese)
- 10 Okoshi T, Kikuchi K, Nakayama A. Novel method for high resolution measurement of laser output spectrum. *Electron. Lett.*, 1980, **16**(16):630~631

## Spectrum Analysis of an Inner-Phase-Modulated Optical Fiber Resonator

Luo Jiatong Qian Jingren

(Department of Electronics Engineering and Information Science,  
University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(Received 26 December 2001; revised 14 March 2002)

**Abstract:** The power density spectrum of an inner-phase-modulated optical fiber resonator is analyzed theoretically and experimentally, which is valid for any source coherence time. The results indicate that fast modulation can flat the resonant peaks of the resonator's spectrum, while weak modulation does not.

**Key words:** applied optics; phase noise; phase modulation; optical fiber resonator